第16卷 第1期　　电 子 科 学 学 刊　　Vol. 16. No. 1
1994年1月　　JOURNAL OF ELECTRONICS　　Jan. 1994

开关电容网络 Z 域分析的回路电荷法

刘 长 林
(东北重型机械学院自动控制系 齐齐哈尔 161042)

摘要　本文导出了一般开关电容支路的 Z 域电荷耦合模型，提出一种适用于多相开关电容网络 Z 域分析的回路电荷法.

关键词　开关电容网络 (SCN),电荷耦合,回路电荷法，Z 变换,梅森流图

1 引言

开关电容网络的分析业已成熟. 就 Z 域分析而言,已有等效电路法[1]、节点法[2]、不定导纳矩阵法[3]、回路法[4]等，但回路法研究的较少. 本文在导出一般开关电容支路 Z 域电荷耦合模型的基础上，给了一种开关电容网络 (SCN)Z 域分析的回路电荷法. 此法直观、简捷.

2 开关电容支路的 Z 域电荷耦合模型

一般开关电容支路[1-3]是受 N 相周期性、均匀或不均匀、非重叠的时钟脉冲控制的.

在第 k 相时钟脉冲控制期间,电容电荷增量 Δq_{k+lN} 和电容电压 v_{k+lN} 关系为

$$\Delta q_{k+lN} = Cv_{k+lN} - Cv_{k+lN-1},\quad k = 1,2,\cdots,N. \tag{1}$$

本文采用下面 Z 变换定义:

$$V^{(k)}(Z) \triangleq Z[v_{k+lN}] = \sum_{l=0}^{\infty} v_{k+lN}Z^{-l}. \tag{2}$$

对(1)式进行 Z 变换,则得

$$\Delta Q^{(k)}(Z) = CV^{(k)}(Z) - CV^{(k-1)}(Z),\quad k = 1,2,\cdots,N, \tag{3}$$

其中 $k = 1$ 时,有

$$\Delta Q^{(1)}(Z) = CV^{(1)}(Z) - CZ^{-1}V^{(N)}(Z). \tag{4}$$

若令

$$\Delta Q(Z) = [\Delta Q^{(1)}(Z),\Delta Q^{(2)}(Z),\cdots,\Delta Q^{(N)}(Z)]^T,$$
$$V(Z) = [V^{(1)}(Z),V^{(2)}(Z),\cdots,V^{(N)}(Z)]^T,$$

则(3)式可写成下面的矩阵形式:

$$\Delta Q(Z) = Y_C V(Z), \tag{5}$$

其中

1992-10-07 收到,1993-3-17 定稿

刘长林　男,1936 年生,副教授,现从事电路理论的教学和研究工作; 开关电容网络分析和故障测试，人工神经网络等方面亦有研究.

$$Y_C=\begin{bmatrix} C & 0\cdots\cdots 0 & -CZ^{-1} \\ -C & C\cdots\cdots 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots & \vdots \\ 0 & 0\cdots \quad -C & C \end{bmatrix}, \tag{6}$$

Y_C 称作开关电容支路的 Z 域导纳矩阵。

由矩阵 Y_C 求逆，则(5)式可改写为

$$V(Z)=Y_C^{-1}\Delta Q(Z)=Z_C\Delta Q(Z), \tag{7}$$

$$Z_C=Y_C^{-1}=\frac{1}{C(1-Z^{-1})}\begin{bmatrix} 1 & Z^{-1}\cdots Z^{-1} \\ 1 & 1 \quad\cdots Z^{-1} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ 1 & 1 \quad \cdots 1 \end{bmatrix}$$

$$=\begin{bmatrix} Z_0 & Z_M^{(12)}\cdots Z_M^{(1N)} \\ Z_M^{(21)} & Z_0 \quad \cdots Z_M^{(2N)} \\ \vdots & \vdots \qquad\quad \vdots \\ Z_M^{(N1)} & Z_M^{(N2)}\cdots \quad Z_0 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

Z_C 称作开关电容支路的 Z 域阻抗矩阵。

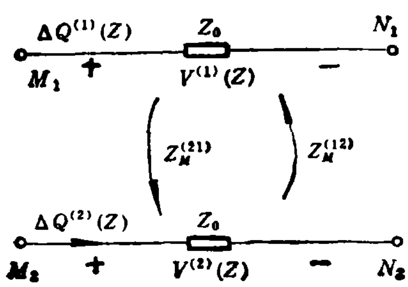
对于两相时钟控制的开关电容支路，有

$$Z_C=\frac{1}{C(1-Z^{-1})}\begin{bmatrix} 1 & Z^{-1} \\ 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_0 & Z_M^{(12)} \\ Z_M^{(21)} & Z_0 \end{bmatrix}. \tag{9}$$

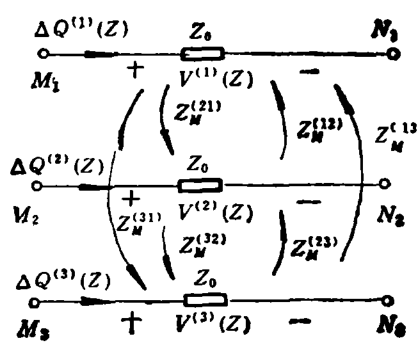
对于三相时钟控制的开关电容支路，有

$$Z_C=\frac{1}{C(1-Z^{-1})}\begin{bmatrix} 1 & Z^{-1} & Z^{-1} \\ 1 & 1 & Z^{-1} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} Z_0 & Z_M^{(12)} & Z_M^{(13)} \\ Z_M^{(21)} & Z_0 & Z_M^{(23)} \\ Z_M^{(31)} & Z_M^{(32)} & Z_0 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

按(9)式和(10)式，可画出两相和三相时钟控制的开关电容支路的 Z 域电荷耦合模型，如图 1。



(a)



(b)

图 1　开关电容支路 Z 域电荷耦合模型

3 SCN Z 域分析的回路电荷法

SCN Z 域分析的回路电荷法就是依据开关电容支路的 Z 域电荷耦合模型，把 SCN

画成 Z 域分相的电荷耦合等效模型，以回路电荷为变量的分析方法。下面以示例说明具体步骤。为简单起见，把 $\Delta Q(Z)$ 和 $V(Z)$ 简记作 Q 和 V。

例1 图 2(a) 是一两相无源 SCN，求其电压传递函数。

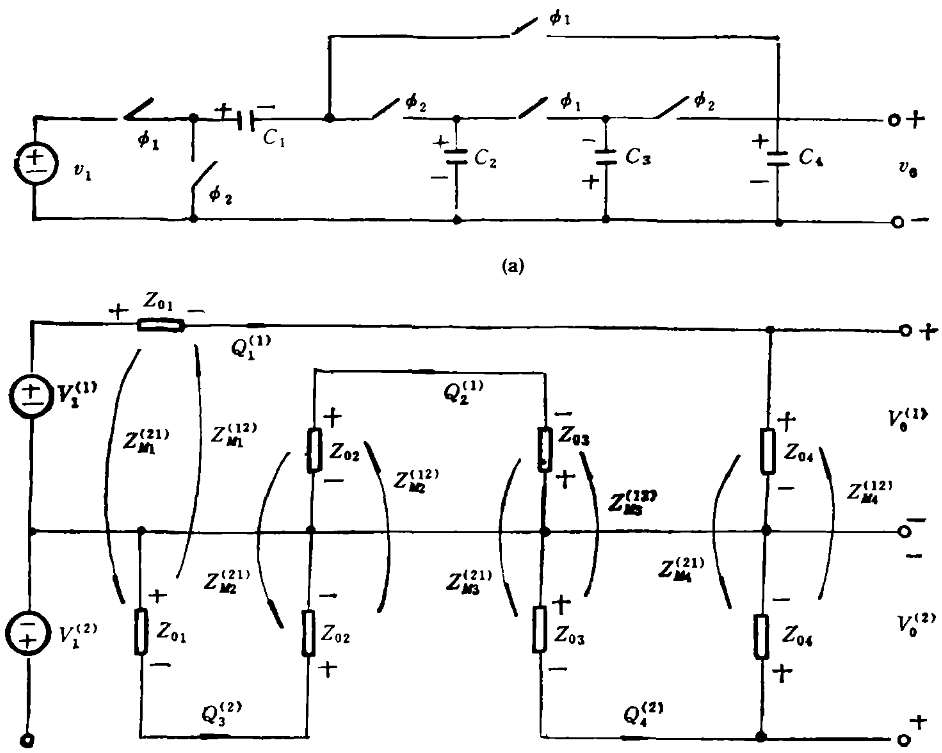


图2 两相无源 SCN 及其 Z 域等效模型

解 (1) 在 SCN 中标出电容电压的极性，画出其 Z 域分相电荷耦合等效模型，如图 2(b) 所示。

(2) 在图 2(b) 中规定出回路电荷的参考方向，列出其回路电荷方程和输出电压方程：

$$\left.\begin{aligned}
&(Z_{01}+Z_{04})Q_1^{(1)}+Z_{M1}^{(12)}Q_3^{(2)}+Z_{M4}^{(12)}Q_4^{(2)}=V_1^{(1)},\\
&(Z_{02}+Z_{03})Q_2^{(1)}+Z_{M2}^{(12)}Q_3^{(2)}+Z_{M3}^{(12)}Q_4^{(2)}=0,\\
&Z_{M1}^{(21)}Q_1^{(1)}+Z_{M2}^{(21)}Q_2^{(1)}+(Z_{01}+Z_{02})Q_3^{(2)}=0,\\
&Z_{M4}^{(21)}Q_1^{(1)}+Z_{M3}^{(21)}Q_2^{(1)}+(Z_{03}+Z_{04})Q_4^{(2)}=0;
\end{aligned}\right\}\tag{11}$$

$$\left.\begin{aligned}
V_0^{(1)}&=Z_{04}Q_1^{(1)}+Z_{M4}^{(12)}Q_4^{(2)},\\
V_0^{(2)}&=Z_{M4}^{(21)}Q_1^{(1)}+Z_{04}Q_4^{(2)}.
\end{aligned}\right\}\tag{12}$$

(3)按(11)和(12)式，作出图 2(b) 的梅森流图，如图 3 所示。

(4) 按图 3，由梅森公式求出，电压传递函数为

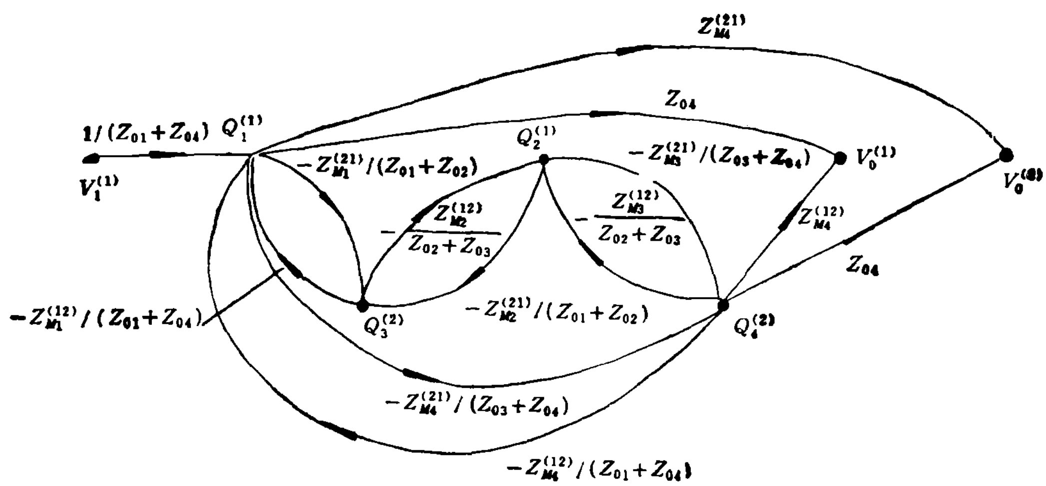


图 3　图 2(b) 的梅森流图

$$H^{(11)}=V_0^{(1)}/V_1^{(1)}=\Delta_1/\Delta, \tag{13}$$

$$H^{(21)}=V_0^{(2)}/V_1^{(1)}=\Delta_2/\Delta, \tag{14}$$

其中

$$\begin{aligned}\Delta=&\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)\left(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_4}\right)-\left[\frac{1}{C_1^2}\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)\left(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)\right.\\&+\frac{1}{C_2^2}\left(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_4}\right)+\frac{1}{C_3^2}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_4}\right)\\&\left.+\frac{1}{C_4^2}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)\right]Z^{-1}+\left(\frac{1}{C_1^2C_3^2}+\frac{1}{C_2^2C_4^2}-\frac{2}{C_1C_2C_3C_4}\right)Z^{-2},\end{aligned} \tag{15}$$

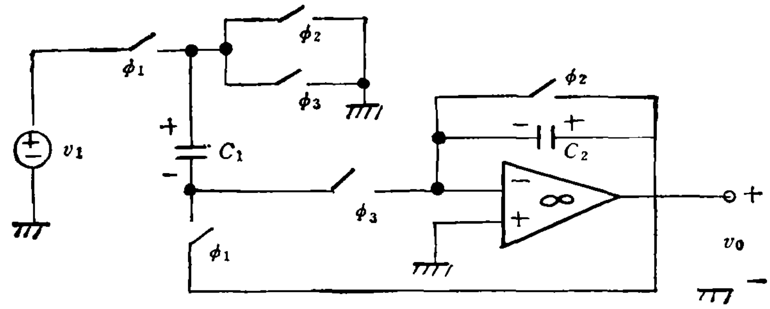
$$\begin{aligned}\Delta_1=&\frac{1}{C_4}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)\left(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)-\left[\frac{1}{C_2^2C_4}\left(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)\right.\\&\left.+\frac{1}{C_3^2C_4}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)+\frac{1}{C_4^2}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)\right]Z^{-1}\\&+\left(\frac{1}{C_2^2C_4^2}-\frac{1}{C_1C_2C_3C_4}\right)Z^{-2},\end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}\Delta_2=&\frac{1}{C_4}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)\left(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)-\frac{1}{C_4^2}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)\left(\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}\right)\\&-\left[\frac{1}{C_2^2C_4}\left(\frac{1}{C_3}+\frac{1}{C_4}\right)+\frac{1}{C_3^2C_4}\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)+\frac{1}{C_1C_2C_3C_4}-\frac{1}{C_2^2C_4^2}\right]Z^{-1}.\end{aligned} \tag{17}$$

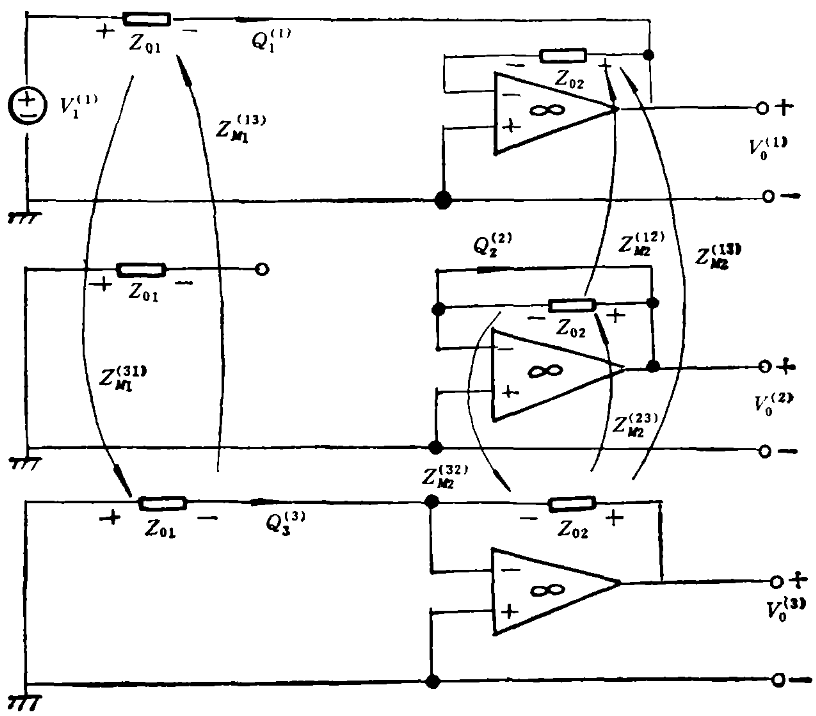
例 2　图 4(a) 是一三相有源 SCN，求其电压传递函数。

解　(1) 在有源 SCN 中标出电容电压的极性，画出其 Z 域分相电荷耦合等效模型，如图 4(b)。

(2) 在图 4(b) 中标出回路电荷的参考方向，列出回路电荷方程和输出电压方程：



(a)



(b)

图 4 三相有源 SCN 及其 Z 域等效模型

$$\left.\begin{aligned} &Z_{01}Q_1^{(1)} + Z_{M2}^{(12)}Q_2^{(2)} + (Z_{M1}^{(13)} - Z_{M2}^{(13)})Q_3^{(3)} = V_1^{(1)}, \\ &Z_{02}Q_2^{(2)} - Z_{M2}^{(23)}Q_3^{(3)} = 0, \\ &Z_{M1}^{(31)}Q_1^{(1)} + Z_{01}Q_3^{(3)} = 0; \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} &V_0^{(1)} = Z_{M2}^{(12)}Q_2^{(2)} - Z_{M2}^{(13)}Q_3^{(3)}, \\ &V_0^{(2)} = 0, \\ &V_0^{(3)} = Z_{M2}^{(32)}Q_2^{(2)} - Z_{02}Q_3^{(3)}. \end{aligned} \tag{19}$$

(3) 按(18)和(19)式,作出图 4(b) 的梅森流图,如图 5。

(4) 由梅森公式,从图 5 中计算出电压传递函数:

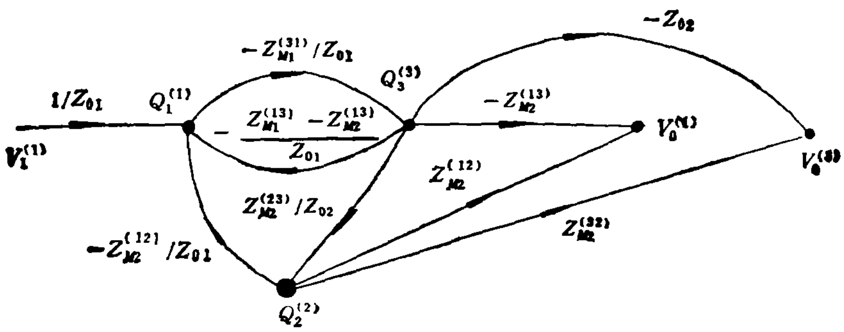


图 5　图 4(b) 的梅森流图

$$H^{(11)}=V_0^{(1)}/V_1^{(1)}=\frac{(1-Z^{-1})Z^{-1}/C_2}{1/C_1-(1/C_1-1/C_2)Z^{-1}-(1/C_2)Z^{-2}},\tag{20}$$

$$H^{(21)}=V_0^{(2)}/V_1^{(1)}=0,\tag{21}$$

$$H^{(31)}=V_0^{(3)}/V_1^{(1)}=\frac{(1-Z^{-1})/C_2}{1/C_1-(1/C_1-1/C_2)Z^{-1}-(1/C_2)Z^{-2}}.\tag{22}$$

4 结论

由上面两个示例看出，SCN 在各相时钟脉冲控制期间，有电荷流动的回路是较少的，故回路电荷变量较少，梅森流图简单易作，这是 SCN Z 域回路电荷分析法的最大优点。

参　考　文　献

[1] Laker K R. Bell Syst. Tech. J. 1979, 58(3):727—767.
[2] Vandewalle J, DeMan H, Rabacy J. IEEE Trans. on CAS, 1981, CAS-28(3):186—195.
[3] Hokenek E, Moschylz G S. Proc. IEE, 1980, 127(1):226—241.
[4] Bruton L T, Bailey G R, Bbattacharjee G. Loop equation formulation for switched-capacitor networks containing nullors. Proc. IEEE Int. Symp. on Circuit and Systems. Rome, Italy: May 1981. 29—32.

A LOOP CHARGE METHOD FOR THE *Z*-DOMAIN ANALYSIS OF SWITCHED-CAPACITOR NETWORKS

Liu Changlin
(Northeast Institute of Heavy Machinnery, Qiqihar 161042)

Abstract　A derivation of the Z-domain charge coupled model is given for a general switched-capacitor branch. A new loop charge method for the Z-domain analysis of multiphase switched-capacitor networks is presented.

Key words　Switched-capacitor network, Charge couple, Loop charge method, Z-transform, Mason flow graph