第34卷 第23期 计 算 机 工 程 2008年12月
Vol.34 No.23 Computer Engineering December 2008
·博士论文· 文章编号：1000—3428(2008)23—0007—02 文献标识码：A 中图分类号：TP303

中心化模糊系统 CTSK 的分析及应用

徐 华[1,2]，薛恒新[1]
(1. 南京理工大学经济管理学院，南京 210094；2. 江南大学信息工程学院，无锡 214122)

摘 要：从一个新角度重新探讨 TSK 模糊系统建模问题，引入并分析推导一种新的 TSK 模糊系统——CTSK。与传统 TSK 模糊系统相比，CTSK 模糊系统具有良好的可解释性、更好的鲁棒性和较强的逼近能力。仿真实验结果有效地验证了上述优点，在用 CTSK 模糊系统进行地下水质的评价时取得了较好的效果。

关键词：TSK 模糊系统；鲁棒性；预测

Analysis and Application of Centralized Fuzzy Systems CTSK

XU Hua[1,2], XUE Heng-xin[1]
(1. School of Economics and Management, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094;
2. School of Information Engineering, Southern Yangtze University, Wuxi 214122)

【Abstract】This paper re-discusses TSK fuzzy systems modeling from a new perspective. A new TSK fuzzy system——CTSK is introduced. Compared with the traditional TSK fuzzy system, the CTSK fuzzy system has the following advantages: having a high interpretation, a better robustness, and a good approximation. Simulation results emonstrate the above advantages. And using the misty system of CTSK to evaluate the groundwater obtains the good result.

【Key words】TSK fuzzy system; robustness; prediction

TSK模糊系统因其良好的建模效果，已被广泛应用于各种领域。众多学者对TSK模糊系统进行了研究[1-4]。本文介绍的CTSK包含 2 层中心TSK模糊系统，是TSK模糊系统的一个特例。仿真实验结果表明该方法可在环境污染预测方面取得较好的建模效果。

1 TSK 模糊系统

1.1 TSK 模糊系统规则

在 TSK 模糊系统中，用“If-then”规则来进行模糊推理：

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_{i1},\ x_2 \text{ is } A_{i2}, \cdots, x_d \text{ is } A_{id},$$

$$\text{Then } y_i = p_{i0} + p_{i1} x_1 + \cdots + p_{id} x_d$$

其中，A_{ij} 为模糊集；p_{ij} 为真值参数；y_i 为系统第 i 条规则的输出；i=1, 2,⋯, m，m 为规则数。TSK 模糊系统中 If 部分是模糊的，但其 Then 部分是确定的，即输出为各输入变量的线形组合。对于一个真值向量 $\boldsymbol{x}=(x_1, x_2, \cdots, x_d)$，TSK 模糊系统的输出 $y=(\boldsymbol{x})$ 等于 y^i 的加权平均，即可表示为

$$y(\boldsymbol{x}) = \frac{\sum_{i=1}^{m} w_i y_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} \tag{1}$$

其中，加权系数 w^i 包括了 R^i 作用于输入所取得的所有真值，w^i 的计算公式为

$$w_i = \prod_{j=1}^{d} \mu_{A_{ij}}(x_j) \tag{2}$$

由于高斯隶属函数求导方便，因此本文采用高斯隶属函数来测度模糊度，即

$$\mu_{Aij}(x_j) = \exp\left(\frac{-(x_j - u_{ij})^2}{2\sigma_{ij}^2}\right) \tag{3}$$

其中，u_{ij}，σ_{ij} 为待学习的参数。

1.2 TSK 模糊系统的学习规则推导

在 TSK 模糊建模时，常采用参数学习目标误差函数：

$$E = \frac{1}{2}(y - y_d)^2 \tag{4}$$

其中，y 表示 TSK 模糊系统的输出；y_d 表示系统的期望输出，即样本集中的输出样本。

根据式(4)和梯度算法，可以得到 TSK 模糊系统的参数学习规则：

$$p_{ij}(k+1) = p_{ij}(k) - \eta\frac{\partial E}{\partial p_{ij}} = p_{ij}(k) - \eta(y - y_d)\frac{\partial y}{\partial p_{ij}} \tag{5}$$

$$\mu_{ij}(k+1) = \mu_{ij}(k) - \eta\frac{\partial E}{\partial \mu_{ij}} = \mu_{ij}(k) - \eta(y - y_d)\frac{\partial y}{\partial \mu_{ij}} \tag{6}$$

$$\sigma_{ij}(k+1) = \sigma_{ij}(k) - \eta\frac{\partial E}{\partial \sigma_{ij}} = \sigma_{ij}(k) - \eta(y - y_d)\frac{\partial y}{\partial \sigma_{ij}} \tag{7}$$

其中：

$$\frac{\partial y}{\partial p_{ij}} = \begin{cases} \dfrac{w_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} & j = 0 \\ \dfrac{w_i}{\sum_{i=1}^{m} w_i} \times x_j & j = 1, 2, \cdots, d \end{cases} \tag{8}$$

基金项目：国家“863”计划基金资助项目“自适应的多通道选择机制和用户模型关键技术”(2007AA1Z158)；温州市清洁生产及其管理信息系统研究与设计环保基金资助项目

作者简介：徐 华(1978－)，女，讲师、博士研究生，主研方向：环境污染，模糊系统，管理信息系统；薛恒新，教授、博士生导师

收稿日期：2008-04-10 **E-mail：**joanxh2003@163.com

$$\frac{\partial y}{\partial u_{ij}}=\frac{[y_i w_i\times\sum_{i=1}^{m}w_i-(\sum_{i=1}^{m}w_i y_i)\times w_i]\times\frac{(x_j-\mu_{ij})}{(\sigma_{ij})^2}}{(\sum_{i=1}^{m}w_i)^2} \tag{9}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \sigma_{ij}}=\frac{[y_i w_i\times\sum_{i=1}^{m}w_i-(\sum_{i=1}^{M}w_i y_i)\times w_i]\times\frac{\|x_j-u_{ij}\|^2}{2(\sigma_{ij})^3}}{(\sum_{i=1}^{M}w_i)^2} \tag{10}$$

其中，$i=1,2,\cdots,m$ 为规则号；$j=1,2,\cdots,d$ 为输入样本维数号；k,η 分别表示学习步数和学步长。

1.3 TSK 模糊系统的学习算法

TSK 模糊系统的构造算法描述如下：

(1)初始化参数：规则数 m，最小误差 ε_{min}，学习最大参数M_{step}；

(2)令参数Run=0，初始化模糊系统参数p_{ij}, u_{ij}, σ_{ij}(i=1, 2, ⋯, m; j=1, 2,⋯, d)；

(3)利用式(5)~式(10)对模糊系统参数进行学习，Run=Run+1；

(4)如果系统对于训练集的均方差MSE<ε_{min}或Run≥M_{step}，则停止学习，否则回到(3)。

2 中心化 TSK 模糊系统——CTSK

2.1 CTSK 模糊系统及其学习规则推导

CTSK模糊系统[5]是对传统TSK模糊系统的改进，它与传统TSK模糊系统的不同主要在于：

(1)其采用的模糊规则为

R^i: If x_1 is A_{i1}, x_2 is A_{i2},⋯, x_d is A_{id},

Then $y_i=p_{i0}+p_{i1}(x_1-u_{i1})+...+P_{id}(x_d-u_{id})$

(2)其系统输出为

$$y=\sum_{i=1}^{m}y_i w_i \tag{11}$$

同样，根据式(4)和梯度学习算法，CTSK 模糊系统可以得到和 TSK 模糊系统相同的学习规则：

$$\frac{\partial y}{\partial p_{ij}}=\begin{cases}w_i & j=0\\ w_i\times(x_j-u_{ij}) & j=1,2,\cdots,d\end{cases},\ i=1,2,\cdots,m \tag{12}$$

$$\frac{\partial y}{\partial u_{ij}}=y_i\times w_i\times\frac{(x_j-u_{ij})}{(\sigma_{ij})^2}+w_i\times(-p_{ij}), i=1,2,\cdots,m;\quad j=1,2,\cdots,d \tag{13}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \sigma_{ij}}=y_i\times w_i\times\frac{\|x_j-u_{ij}\|^2}{2(\sigma_{ij})^3}, i=1,2,\cdots,m; j=1,2,\cdots,d \tag{14}$$

2.2 CTSK 模糊系统的学习算法

类似地，CTSK 模糊系统的构造算法可描述如下：

(1)初始化参数：规则数 m，最小误差 ε_{min}，学习最大参数M_{step}；

(2)令参数Run=0，初始化模糊系统参数p_{ij}, u_{ij}, σ_{ij}(i=1, 2,⋯, m; j=1, 2,⋯, d)；

(3)利用式(5)~式(7)，式(12)~式(14)对模糊系统参数进行学习，Run=Run+1；

(4)如果系统对于训练集的均方差MSE<ε_{min}或Run≥M_{step}，则停止学习，否则回到(3)。

2.3 CTSK 模糊系统的解释性

根据 CTSK 模糊系统的输出，可知：

$$\begin{aligned}y=f(x)=f(x_1,x_2,\cdots,x_d)=\sum_{i=1}^{m}y_i w_i=\sum_{i=1}^{m}f_i(x_1,x_2,\cdots,x_d)=\\ \sum_{i=1}^{m}[p_{i0}+p_{i1}(x_1-\mu_{i1})+\cdots+p_{id}(x_d-\mu_{id})]\times w_i=\\ \sum_{i=1}^{m}[p_{i0}+p_{i1}(x_1-\mu_{i1})+\cdots+p_{id}(x_d-\mu_{id})]\times\prod_{j=1}^{d}\exp(\frac{-(x_j-\mu_{ij})^2}{2\sigma_{ij}^2})\end{aligned} \tag{15}$$

根据式(15)有：

$$\begin{aligned}\frac{\partial f_i(x_1,x_2,\cdots,x_d)}{\partial x_j}|\,\mu_{ij}=p_{ij}\prod_{j=1}^{d}\exp^{-(x_j-\mu_{ij})^2/2\sigma_{ij}^2}|_{u_{ij}}-((x_j-u_{ij})/\sigma_{ij}^2)\\ \{[p_{i0}+p_{i1}(x_1-u_{i1})+\cdots+p_{id}(x_d-\mu_{id})]\\ \prod_{j=1}^{d}\mathrm{e}^{-(x_j-\mu_{id})^2/2\sigma_{ij}^2}\}|_{u_{ij}}=p_{ij}\end{aligned}$$

$$j=1,2,\cdots,d \tag{16}$$

显然，$p_{i0}=f_i\,(\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{id})$。式(16)与 p_0^i 表明，中心化 TSK 模糊系统的每一条模糊规则的结论部分的系数可以看成是其每条规则加权输出函数在规则中心的一阶导数，并且每一条规则的结论部分等价于中心化 TSK 模糊系统的该条规则加权输出 $f_i(x_1,x_2,\cdots,x_d)$ 在相应的规则中心 $\boldsymbol{\mu}_i=(\mu_{i1},\mu_{i2},\cdots,\mu_{id})$ 的 Taylor 一阶展开，从这个角度来来说，中心化 TSK 模糊系统可以得到很好的解释。

3 仿真实例

为检验 CTSK 的有效性，将它与传统的 TSK 模糊系统进行比较，结果显示，CTSK 比传统的 TSK 具有更好的建模和评价功能。

已知某山区地下水指标的水质级别标准值如表 1 所示。该山区 10 个地下水采样点实测值及评价结果如表 2 所示。

表 1 地下水指标的水质级别标准值 mg×l^{-1}

水质级别	总硬度	ρ(溶解性总固体)	ρ(CL^-)	ρ(SO_4^{2-})
1	140.00	300.00	60.00	50.00
2	300.00	480.00	150.00	150.00
3	460.00	1 000.00	250.00	250.00
4	500.00	2 000.00	350.00	400.00
5	1 500.00	3 050.00	500.00	500.00
6	3 000.00	5 000.00	610.00	600.00

表 2 实际采样值 mg×l^{-1}

采样	总硬度	ρ(溶解性总固体)	ρ(CL^-)	ρ(SO_4^{2-})
1	1 962.60	2 854.26	100.45	155.64
2	177.25	248.00	15.88	25.26
3	166.27	246.00	13.77	37.08
4	205.22	524.05	35.01	50.43
5	1 700.56	243.00	33.00	12.06
6	602.25	955.25	75.20	421.30
7	55.18	882.00	50.12	70.96
8	346.20	600.20	0.06	20.00
9	600.14	1 050.15	4.55	220.60
10	659.12	1 203.45	3.00	360.14

将地下水指标的水质级别的范围转化为[0, 1]，水质级别的对应值如表 3 所示。

表 3 水质级别的对应值

水质级别	1	2	3	4	5	6
对应值	0.167	0.333	0.500	0.667	0.833	0.999

将表 1 的数据分别导入 TSK, CTSK，并作为训练样本，训练结果如表 4 所示。

表 4 系统训练结果

样本号	期望输出结果	TSK 模拟值	CTSK 模拟值	TSK 绝对误差	CTSK 绝对误差	TSK 相对误差	CTSK 相对误差
1	0.167 00	0.171 056	0.169 054	-0.543 56	-0.002 54	-3.254 85	-0.015 20
2	0.333 00	0.321 000	0.326 010	0.012 00	0.006 99	0.036 04	0.020 99
3	0.500 00	0.511 540	0.500 340	-0.011 54	-0.000 34	-0.023 08	-0.000 68
4	0.667 00	0.658 970	0.660 000	0.008 03	0.007 00	0.012 04	0.010 49
5	0.833 00	0.835 470	0.834 560	-0.002 47	-0.001 56	-0.002 97	-0.001 87
6	0.999 00	0.988 990	0.990 010	0.010 01	0.008 99	0.010 02	0.009 00

（下转第 16 页）