

基于 H_∞ 理论的中立型时滞系统鲁棒故障检测

张登峰¹, 孙宇¹, 王执铨², 胡寿松³

- (1. 南京理工大学 机械工程学院, 江苏南京, 210094;
2. 南京理工大学 自动化系, 江苏南京, 210094;
3. 南京航空航天大学 自动化学院, 江苏南京, 210016)

摘要: 基于观测器方法研究了一类具有不确定扰动的中立型时滞系统的鲁棒故障检测问题。应用 H_∞ 控制理论给出了带记忆观测器的鲁棒渐近稳定条件, 并研究了基于线性矩阵不等式的观测器增益阵设计方法。利用所设计的故障检测观测器可使获得的故障检测残差在对不确定扰动具有抑制水平 γ 的同时, 对故障信号具有 L_2 增益 ρ , 从而体现了残差对不确定扰动的鲁棒性和对故障信号响应的灵敏度。仿真算例表明, 运用该方法进行鲁棒故障检测是有效的。

关键词: 中立型时滞系统; 故障检测; 鲁棒 H_∞ 观测器; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP277 文献标识码: A 文章编号: 1672-7207(2006)01-0130-05

Robust fault detection in neutral time-delay systems based on H_∞ theory

ZHANG Deng-feng¹, SUN Yu¹, WANG Zhiquan², HU Shousong³

- (1. School of Mechanical Engineering, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China;
2. Automation Department, Nanjing University of Science & Technology, Nanjing 210094, China;
3. School of Automation, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The problem of observer-based robust fault detection for a class of neutral time-delay systems with uncertain disturbances was studied. The asymptotically stable condition for robust and the design of memory observer were developed based on H_∞ control theory. An linear matrix inequality approach was used to solve the gain matrix. The designed fault detection observer guarantees the restraining level γ and the L_2 gain ρ of residuals to disturbances and fault signals respectively. Thus it implies the robustness of residuals to disturbances and sensitivity to faults. Simulative example illustrates the validity of the proposed method.

Key words: neutral time-delay systems; fault detection; robust H_∞ observer; linear matrix inequality

在时滞系统中存在大量的中立型时滞系统, 如分布式网络无损传输、人口学、涡轮喷气发动机等^[1,2], 这类系统的稳定性分析和控制等问题近年来被广泛关注, 如 H. L. Han 等^[3-7]讨论了时滞相关的稳定性分析条件, S. Xu 等^[8-11]分别讨论了系

统的观测器设计、可靠控制、正实控制和滑模控制, 得到了时滞独立的设计方法, I. D. Clarkson^[12]针对一类非线性中立型时滞系统, 讨论了时滞独立的稳定性分析方法。任何实际系统都难免会发生故障, 目前, 人们对中立型时滞系统故障诊断问题的

收稿日期: 2005-04-24

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60234010)

作者简介: 张登峰(1973-), 男, 陕西咸阳人, 讲师, 博士, 从事动态系统的故障检测与诊断、智能控制等研究

论文联系人: 张登峰, 男, 讲师, 博士; 电话: 025-84315612(O); E-mail: zhangdf73@sina.com.cn

研究报道较少。在此, 作者基于观测器方法针对一类具有不确定干扰的中立型时滞系统, 探讨其鲁棒故障检测问题。应用 H_∞ 控制理论给出系统对扰动鲁棒的故障检测状态观测器的渐近稳定条件, 并利用线性矩阵不等式技术将观测器增益阵的设计转化为线性矩阵不等式的求解, 使参数便于计算, 由此实现系统的鲁棒故障检测。文中 $\|\cdot\|$ 表示矩阵或向量的范数, I 表示适维的单位矩阵, $A > 0$ 和 $A < 0$ 分别表示矩阵 A 是实对称正定阵和负定阵。

1 问题描述

考虑如下一类中立型时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) - Jx(t-\tau) = Ax(t) + A_dx(t-d) + \\ Bu(t) + D_1w(t) + H_1f(t); \\ y(t) = Cx(t) + H_2f(t); \\ x(\theta) = \Phi(\theta), \quad \forall \theta \in [-\tau_{\max}, 0], \\ \tau_{\max} = \max(\tau, d) \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbf{R}^n$, $u(t) \in \mathbf{R}^r$, $y(t) \in \mathbf{R}^p$, $\Phi(\theta) \in \mathbf{R}^n$, 分别为系统的状态向量、控制输入、输出和稳定的初始状态向量; A , A_d , B , D_1 , H_1 , C , H_2 和 J 为适维的已知常数矩阵, 且有 $J \neq 0$, $\|J\| < 1$; $f(t) \in \mathbf{R}^l$, 为故障函数; $w(t) \in \mathbf{R}^m$, 为不确定扰动输入, 它可包含系统的噪声和外部干扰等因素, 且为 L_2 范数有界信号; τ 和 d 为时滞常数, 满足条件 $0 < \tau \leq \tau_{\max} < \infty$, $0 < d < \tau_{\max} < \infty$ 对输出含有不确定扰动的情形, 即 $y(t) = \tilde{C}x(t) + D_2w(t) + H_2f(t)$, 可经过适当的矩阵变换消除扰动 $w(t)$ 的影响^[13], 将其变换为系统方程(1)的形式, 因此, 在输出方程中没有包含不确定扰动项。

对系统(1)构造如下全阶状态观测器:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) - J\bar{x}(t-\tau) = Ax(t) + A_d\bar{x}(t-d) + \\ Bu(t) + K(y(t) - \bar{y}(t)) \\ \bar{y}(t) = C\bar{x}(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\bar{x}(t)$ 为观测器状态变量; $\bar{y}(t)$ 为输出变量; K 为观测器增益阵。定义状态和输出估计误差分别为 $e(t) = x(t) - \bar{x}(t)$, $z(t) = y(t) - \bar{y}(t)$, 假设初始估计误差为零, 从而有估计误差方程:

$$\begin{cases} \dot{e}(t) - Je(t-\tau) = (A - KC)e(t) + A_d e(t-d) + \\ (H_1 - KH_2)f(t) + D_1w(t); \\ z(t) = Ce(t) + H_2f(t). \end{cases} \quad (3)$$

取残差信号 $r(t) = z(t)$, 根据 H_∞ 控制理论, 需

要设计鲁棒故障检测观测器(2)的增益阵 K , 使得系统进入稳态后, 在一定的干扰抑制水平 $\gamma \geq \gamma_{\min} > 0$ 和故障抑制水平 $\rho > 0$ 下, 方程(3)渐近稳定且满足如下性能指标:

$$\left\{ \begin{array}{l} \int_0^\infty r^T r dt \leq \rho \int_0^\infty f^T f dt + \gamma^2 \int_0^\infty w^T w dt; \\ \rho \rightarrow \min. \end{array} \right. \quad (4a)$$

$$(4b)$$

式(4a)和(4b)表明: 故障检测残差信号 $r(t)$ 的响应对干扰信号 $w(t)$ 具有 L_2 增益 γ , 可以最大限度地抑制干扰对 $r(t)$ 的影响, 保证故障检测的鲁棒性, 同时对故障信号 $f(t)$ 具有 L_2 增益 ρ , 保证了故障检测的灵敏性^[14]。由于 w 为 L_2 范数有界信号, 有

$\int_0^\infty w^T w dt \leq \delta$ (δ 为已知正数), 则可选取检测阈值 $J_{th} = \gamma^2 \delta$ 从而有故障检测逻辑:

$$\int_0^\infty r^T r dt \Rightarrow \begin{cases} \leq J_{th}, & \text{normal;} \\ > J_{th}, & \text{fault.} \end{cases} \quad (5)$$

2 主要结果

引理 1^[15] 对任意维数适当的向量或矩阵 X 和 Y , 以及实数 $\beta > 0$, 都有:

$$X^T Y + Y^T X \leq \beta X^T X + \beta^{-1} Y^T Y. \quad (6)$$

根据 H_∞ 控制理论^[15], 首先在无干扰、无故障时应保证误差系统(3)是渐近稳定的(鲁棒内稳定), 然后考虑干扰和故障同时存在, 且满足 $\gamma \geq \gamma_{\min} > 0$ 的情况下, 设计观测器(2), 使其输出残差对干扰的响应具有 L_2 增益 γ , 对故障的响应具有 L_2 增益 ρ 。这样, 设计的故障检测观测器(2)不仅鲁棒渐近稳定, 且输出残差在对干扰 w 响应的 L_2 范数满足抑制水平 γ 的同时, 对故障的响应具有抑制水平 ρ 。

定理 1 对于系统(1), 采用观测器(2)进行估计, 可得误差方程(3)。若对于给定的常数 $\gamma \geq \gamma_{\min} > 0$, $\rho > 0$, 存在未知的矩阵变量 Y 、对称正定阵 P 和实常数 $\epsilon > 0$, ($i = 1, \dots, 5$), 使得下述矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} R & PH_1 - YH_2 + C^T H_2 & \Phi & J^T PH_1 - J^T YH_2 \\ H_1^T P - H_2^T Y^T + H_2^T C & H_2^T H_2 - (\rho^2 - \epsilon)I & 0 & 0 \\ \Phi^T & 0 & U & 0 \\ H_1^T PJ - H_2^T Y^T J & 0 & 0 & -\epsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

成立, 则系统(1)在观测器(2)下的误差方程(3)鲁棒渐近稳定, 并具有 H_∞ 范数界 γ 和 ρ , 从而故障检测残差 $r(t)$ 也鲁棒渐近稳定, 且有增益阵 $K = P^{-1}Y$ 。其中 $\Phi = [A^T P - C^T Y^T, P, J^T P, J^T PD_1, PD_1]$, $U = \text{diag}\{-\epsilon I, -\epsilon I, -\epsilon I, -\epsilon I\}$,

$-\left(\gamma^2 - \varepsilon\right)\mathbf{I}\}, \mathbf{R} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} + \varepsilon \mathbf{J}^T \mathbf{J} - \mathbf{Y}\mathbf{C} - \mathbf{C}^T \mathbf{Y}^T + \mathbf{C}^T \mathbf{C} + (\varepsilon + \varepsilon) \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d$ 。 γ_{\min} 为满足下式的 γ 最小值。

$$\begin{vmatrix} \mathbf{R}_w & \Phi_w \\ \Phi_w & \mathbf{U}_w \end{vmatrix} < 0. \quad (8)$$

其中: $\Phi_w = [\mathbf{A}^T \mathbf{P}_w - \mathbf{C}^T \mathbf{Y}_w^T, \mathbf{P}_w, \mathbf{J}^T \mathbf{P}_w, \mathbf{J}^T \mathbf{P}_w \mathbf{D}_1, \mathbf{P}_w \mathbf{D}_1]; \mathbf{U}_w = \text{diag}\{-\eta_1 \mathbf{I}, -\eta_2 \mathbf{I}, -\eta_3 \mathbf{I}, -\eta_4 \mathbf{I}, -(\gamma^2 - \eta_4) \mathbf{I}\}; \mathbf{R}_w = \mathbf{A}^T \mathbf{P}_w + \mathbf{P}_w \mathbf{A} + \eta_4 \mathbf{J}^T \mathbf{J} - \mathbf{Y}_w \mathbf{C} - \mathbf{C}^T \mathbf{Y}_w^T + \mathbf{C}^T \mathbf{C} + (\eta_3 + \eta_4) \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d$; \mathbf{Y}_w 为适维矩阵变量; $\mathbf{P}_w > 0$; 实常数 $\eta_i > 0 (i = 1, \dots, 4)$ 。

证明 令 $\mathbf{A}_c = \mathbf{A} - \mathbf{K}_c$, 构造如下 Lyapunov 函数:

$$\dot{V}(\mathbf{e}, t) = [\mathbf{e}(t) - \mathbf{J}\mathbf{e}(t - \tau)]^T \mathbf{P}[\mathbf{e}(t) - \mathbf{J}\mathbf{e}(t - \tau)] + \int_{-d}^0 [\mathbf{e}^T(s) \mathbf{S}\mathbf{e}(s)] ds + \int_{-T}^{-d} [\mathbf{e}^T(s) \mathbf{Q}\mathbf{e}(s)] ds. \quad (9)$$

其中, $\mathbf{Q} = \varepsilon \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \varepsilon^1 \mathbf{J}^T \mathbf{P}^2 \mathbf{J} + \mathbf{J}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \varepsilon^1 \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{J} + \mathbf{J}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \varepsilon^1 (\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{J}$, $\mathbf{S} = (\varepsilon + \varepsilon) \times \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d$, $\varepsilon > 0 (i = 1, \dots, 5)$ 。则对(9)式沿(3)式求导可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}, t) = & \mathbf{e}^T (\mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_c) \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}\mathbf{A}_d \mathbf{e}(t - d) + \\ & \mathbf{e}^T(t - d) \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \mathbf{A}_c^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \times \\ & \mathbf{P}\mathbf{A}_c \mathbf{e} - \mathbf{e}^T(t - d) \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \times \\ & \mathbf{P}\mathbf{A}_d \mathbf{e}(t - d) - \mathbf{w}^T \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \times \\ & \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \mathbf{w} - \mathbf{f}^T(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \times \\ & \mathbf{J}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \mathbf{f} + \mathbf{w}^T \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \mathbf{w} + \\ & \mathbf{f}^T(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \mathbf{f} + \\ & \mathbf{e}^T(t) \mathbf{S}\mathbf{e}(t) - \mathbf{e}^T(t - d) \mathbf{S}\mathbf{e}(t - d) + \\ & \mathbf{e}^T(t) \mathbf{Q}\mathbf{e}(t) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{Q}\mathbf{e}(t - \tau). \end{aligned} \quad (10)$$

由引理 1, 存在常数 $\varepsilon > 0 (i = 1, 2, 3)$, 使下列不等式成立:

$$-\mathbf{e}^T \mathbf{A}_c^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_c \mathbf{e} \leqslant \varepsilon^1 \mathbf{e}^T \mathbf{A}_c^T \mathbf{P}^2 \mathbf{A} \mathbf{e} + \varepsilon \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau); \quad (11)$$

$$\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t - d) + \mathbf{e}^T(t - d) \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{e} \leqslant \varepsilon^1 \mathbf{e}^T \mathbf{P}^2 \mathbf{e} + \varepsilon \mathbf{e}^T(t - d) \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t - d); \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & -\mathbf{e}^T(t - d) \mathbf{A}_d^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \\ & \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P} \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t - d) \leqslant \varepsilon \mathbf{e}^T(t - d) \mathbf{A}_d^T \mathbf{A}_d \mathbf{e}(t - d) + \\ & \varepsilon^1 \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P}^2 \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau). \end{aligned} \quad (13)$$

记

$$\mathbf{R}_1 = \mathbf{A}_c^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A}_c + \varepsilon^1 \mathbf{A}_c^T \mathbf{P}^2 \mathbf{A}_c + \varepsilon^1 \mathbf{P}^2 + \mathbf{S} + \mathbf{Q}; \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_2 = \mathbf{J}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \varepsilon^1 \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{J} + \mathbf{J}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \varepsilon^1 \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{J}. \quad (15)$$

将式(11)~(15) 以及 \mathbf{S} 和 \mathbf{Q} 一起代入式(10) 中, 经整理得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}, t) \leqslant & \mathbf{e}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{e} + \mathbf{e}^T(t - \tau) (-\mathbf{R}_2) \mathbf{e}(t - \tau) + \\ & \mathbf{w}^T \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \mathbf{w} - \mathbf{w}^T \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \\ & \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \mathbf{w} - \mathbf{f}^T(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \times \\ & \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \mathbf{f} + \\ & \mathbf{f}^T(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \mathbf{f}. \end{aligned} \quad (16)$$

根据 H_∞ 控制理论, 首先证明系统(1) 在无干扰、无故障($\mathbf{w} = 0, \mathbf{f} = 0$) 时基于观测器(2) 的误差(3) 是渐近稳定的, 即鲁棒内稳定。由式(15) 知 $\mathbf{R}_2 > 0$, 又由中立项条件 $\mathbf{J} \neq 0, ||\mathbf{J}|| < 1$, 当 $\mathbf{R}_1 < 0$ 时, 必有 $\dot{V}(\mathbf{e}, t) < 0$, 因此, 系统(3) 渐近稳定。

其次证明在零初始条件下, 当 $\mathbf{w}(t) \neq 0$ 且 $\mathbf{f}(t) \neq 0$ 时, 观测器的误差输出 $\mathbf{z}(t)$ 满足 $||\mathbf{z}(t)||_2 \leqslant \gamma ||\mathbf{w}(t)||_2 + \rho ||\mathbf{f}(t)||_2$, 即式(4a) 成立。根据泛函指标:

$$\begin{aligned} F = & \int_0^\infty (\mathbf{z}^T \mathbf{z} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w} - \beta \mathbf{f}^T \mathbf{f}) dt = \\ & \int_0^\infty (\mathbf{z}^T \mathbf{z} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w} - \beta \mathbf{f}^T \mathbf{f} + \dot{V}(\mathbf{e}, t)) dt - \\ & \mathbf{P}_\infty - \mathbf{Q}_\infty = \int_0^\infty \mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t) dt - \mathbf{P}_\infty - \mathbf{Q}_\infty, \end{aligned}$$

其中: $\mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t) = \mathbf{z}^T \mathbf{z} - \gamma^2 \mathbf{w}^T \mathbf{w} - \beta \mathbf{f}^T \mathbf{f} + \dot{V}(\mathbf{e}, t)$; $\mathbf{P}_\infty = [\mathbf{e}(\infty) - \mathbf{J}\mathbf{e}(\infty - \tau)]^T \mathbf{P}[\mathbf{e}(\infty) - \mathbf{J}\mathbf{e}(\infty - \tau)]$; $\mathbf{Q}_\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} \{ \int_{-d}^0 [\mathbf{e}(s)^T \mathbf{S}\mathbf{e}(s)] ds + \int_{-\tau}^0 [\mathbf{e}(s)^T \mathbf{Q}\mathbf{e}(s)] ds \}$ 。

显然, 有 $\mathbf{P}_\infty \geqslant 0, \mathbf{Q}_\infty > 0$, 故 $F \leqslant \int_0^\infty \mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t) dt$ 。当 $\mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t) < 0$ 时有 $F < 0$, 从而式(4a) 成立。

由引理 1, 存在常数 $\varepsilon > 0, \varepsilon_s > 0$, 使下列不等式成立。

$$-\mathbf{w}^T \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \mathbf{w} \leqslant \varepsilon \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \varepsilon^1 \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau); \quad (17)$$

$$\begin{aligned} -\mathbf{f}^T(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau) - \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \times \\ \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \mathbf{f} \leqslant \varepsilon \mathbf{f}^T \mathbf{f} + \varepsilon^1 \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \mathbf{f} \leqslant \\ (\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{J} \mathbf{e}(t - \tau). \end{aligned} \quad (18)$$

将式(15), (17) 和(18) 代入式(16), 经计算并整理得:

$$\begin{aligned} \dot{V}(\mathbf{e}, t) \leqslant & \mathbf{e}^T \mathbf{R}_1 \mathbf{e} + \mathbf{w}^T \mathbf{D}_1^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{D}_1 \mathbf{w} + \\ & \varepsilon \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \varepsilon^1 \mathbf{e}^T(t - \tau) \mathbf{J}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \\ & \mathbf{e}^T \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) \mathbf{f} + \varepsilon \mathbf{f}^T \mathbf{f} \end{aligned}$$

将上式代入 $\mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t)$, 对 $\mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t)$ 沿方程(3)进行分解, 再利用引理 1 计算可得:

$$\begin{aligned} & \mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t) \leq \mathbf{e}^\top [\mathbf{R}_1 + \mathbf{C}^\top \mathbf{C} + \\ & \mathbf{P}\mathbf{D}_1(\gamma^2 - \varepsilon_1)^{-1}\mathbf{D}_1^\top \mathbf{P}] \mathbf{e} + \mathbf{f}^\top [(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^\top \mathbf{P} + \\ & \mathbf{H}_2^\top \mathbf{C}] \mathbf{e} + \mathbf{e}^\top [\mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) + \\ & \mathbf{C}^\top \mathbf{H}_2] \mathbf{f} + \mathbf{f}^\top [\mathbf{H}_2^\top \mathbf{H}_2 - (\beta - \varepsilon_2)\mathbf{I}] \mathbf{f} = \begin{vmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{f} \end{vmatrix}^\top \cdot \\ & \left[\begin{array}{cc} \mathbf{R}_1 + \mathbf{C}^\top \mathbf{C} + \mathbf{P}\mathbf{D}_1(\gamma^2 - \varepsilon_1)^{-1}\mathbf{D}_1^\top \mathbf{P} & \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) + \mathbf{C}^\top \mathbf{H}_2 \\ (\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^\top \mathbf{P} + \mathbf{H}_2^\top \mathbf{C} & \mathbf{H}_2^\top \mathbf{H}_2 - (\beta - \varepsilon_2)\mathbf{I} \end{array} \right] \cdot \begin{vmatrix} \mathbf{e} \\ \mathbf{f} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

记

$$\mathbf{M} =$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 + \mathbf{C}^\top \mathbf{C} + \mathbf{P}\mathbf{D}_1(\gamma^2 - \varepsilon_1)^{-1}\mathbf{D}_1^\top \mathbf{P} & \mathbf{P}(\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2) + \mathbf{C}^\top \mathbf{H}_2 \\ (\mathbf{H}_1 - \mathbf{K}\mathbf{H}_2)^\top \mathbf{P} + \mathbf{H}_2^\top \mathbf{C} & \mathbf{H}_2^\top \mathbf{H}_2 - (\beta - \varepsilon_2)\mathbf{I} \end{bmatrix},$$

则当 $\mathbf{M} < 0$ 时, 有 $\mathbf{G}(\mathbf{e}, \mathbf{w}, \mathbf{f}, t) < 0$, 从而 $F < 0$ 。由 schur 补引理, 取 $\mathbf{K} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{Y}$, 则 $\mathbf{M} < 0$ 等价于(7)式成立, 且同时保证了 $\mathbf{R}_1 < 0$ 。因此, 估计误差系统(3)具有 H_∞ 范数界 γ 和 ρ 鲁棒渐近稳定, 进而故障检测残差 $\mathbf{r}(t)$ 也鲁棒渐近稳定。

对于 γ_{\min} 的求解, 考虑在零初始条件下, 当 $\mathbf{w}(t) \neq 0$ 而 $\mathbf{f}(t) = 0$ 时, 使观测器的误差输出 $\mathbf{z}(t)$ 满足 $\|\mathbf{z}(t)\|_2 \leq \gamma \|\mathbf{w}(t)\|_2$, 类似上步骤可推导出(8), 利用(8)式可求解 γ_{\min} 。证毕。

注 1 对于给定的 $\gamma > 0$ 和 $\rho > 0$, 不等式(7)和(8)是一个线性矩阵不等式, 因此, 可以利用现有的 Matlab-LMI 软件包求解。

注 2 定理 1 给出了在 $\gamma \geq \gamma_{\min}$, $\rho > 0$ 给定的情况下, 使检测观测器(2)满足条件(4a)的增益矩阵 \mathbf{K} 的设计方法。在实际设计时, 取 $\gamma \geq \gamma_{\min}$, 可利用 Matlab-LMI 的极值函数 mincx 计算式(7), 求得使 $\rho \rightarrow \min$ 的增益阵 \mathbf{K} , 在无法精确得到 γ_{\min} 和 ρ_{\min} 时, 可求取次优的观测器参数。

3 仿真示例

考虑如下系统(1):

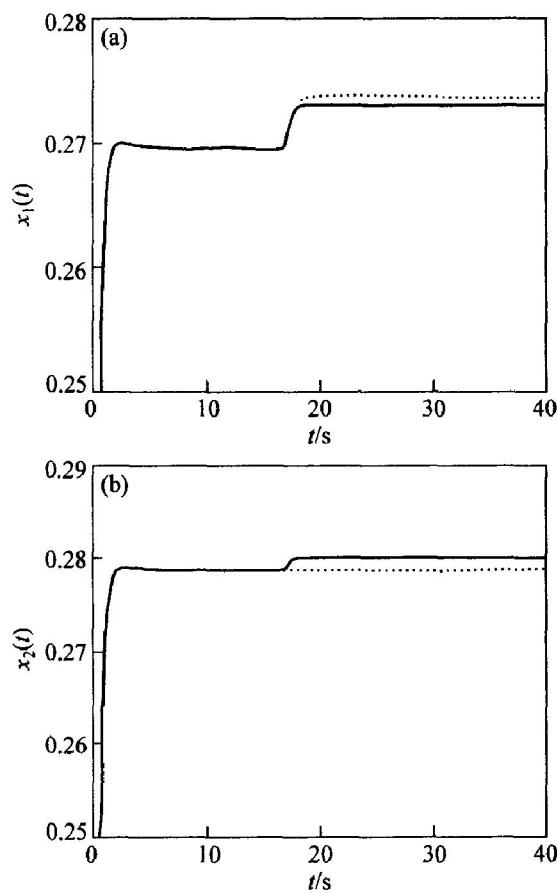
$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= \begin{bmatrix} -2.5 & -0.5 \\ 0 & -3.0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \\ & \begin{bmatrix} 1.0 & 0.3 \end{bmatrix}, \\ \mathbf{A}_d &= \begin{bmatrix} 0.1 & -0.05 \\ 0.03 & 0.1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 1.0 \\ 0.5 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H}_2 = [1 \quad 1], \\ \mathbf{H}_1 &= \mathbf{I}_{2 \times 2}, \quad \mathbf{J} = 0.1 \times \mathbf{I}_{2 \times 2}, \quad d = 0.02, \quad \tau = 0.04, \quad \text{系} \end{aligned}$$

统不确定扰动项的范数上界 $\delta^{1/2} = 8 \times 10^{-4}$ 。假设在 $t = 17$ s 时发生参数突变故障:

$$\mathbf{f}(t) = \begin{bmatrix} 0.01 + 0.002 \cos(2t) \exp(-0.08t) \\ 0 \end{bmatrix}.$$

设定系统的故障残差检测阈值为 $J_{\text{th}} = 2.5 \times 10^{-7}$ 。由式(8)求得 $\gamma_{\min} \leq 4.5 \times 10^{-6}$ 。取 $\gamma = 0.6$, 代入式(7)计算得次优的 $\rho = 1.4172$, 相应的参数 $\varepsilon_1 = 29.2679$, $\varepsilon_2 = 5.9589$, $\varepsilon_3 = 0.5960$, $\varepsilon_4 = 0.0327$, $\varepsilon_5 = 0.0084$, $\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} 1.3205 \\ 0.3531 \end{bmatrix}$, $\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0.6156 & 0.02528 \\ 0.02528 & 0.0809 \end{bmatrix}$, 增益阵 $\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 1.9911 \\ 3.7435 \end{bmatrix}$ 。系

统在阶跃输入信号 $u(t) = 0.8$ 时的状态和输出响应如图 1 和图 2(a) 所示(局部放大), 其中, 虚线为系统真实的响应曲线, 实线为观测器估计曲线。可见, 在未发生故障时观测器较好地跟踪系统的状态和输出变化, 一旦发生故障, 则估计输出偏离真实输出, 但根据输出信号难以发现故障。图 2(b) 所示为检测残差响应曲线, 在 $t = 17.07$ s 时, $\|\mathbf{r}(t)\|$ 的数值明显超出阈值 $J_{\text{th}}^{1/2} = 5 \times 10^{-4}$, 从而实现了故障检测, 且对不确定干扰具有鲁棒性。



(a) $-x_1(t)$ 曲线; (b) $-x_2(t)$ 曲线

图 1 系统的状态响应曲线

Fig. 1 State-response curves of system

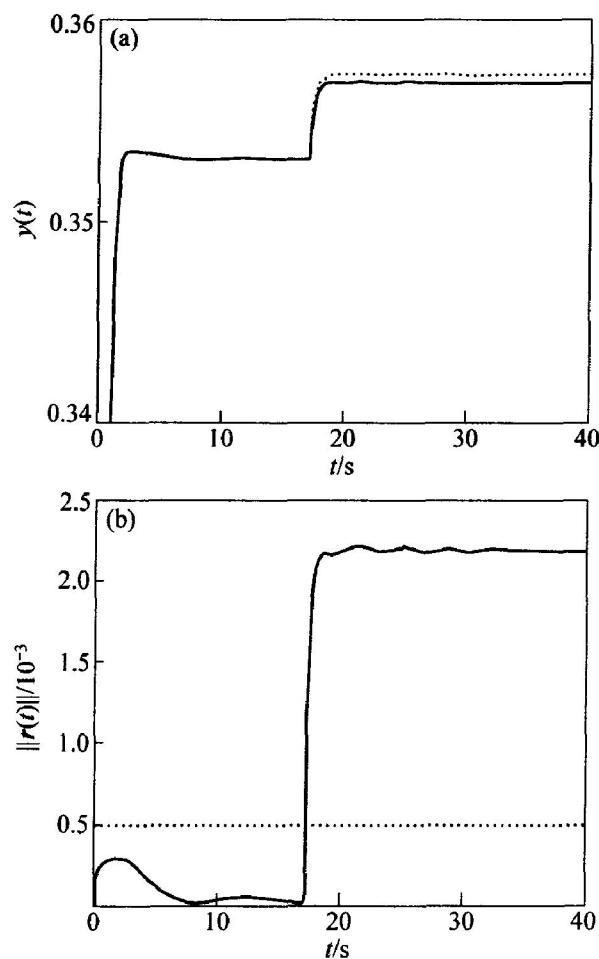
(a) — $y(t)$ 曲线; (b) — $\|r(t)\|$ 曲线

图 2 系统输出和残差范数响应曲线

Fig. 2 Output and norm of residual signal curves of system

4 结 论

研究了一类存在扰动的不确定中立型时滞系统的鲁棒故障检测问题。基于观测器方法, 应用 Lyapunov 函数和 H_∞ 控制理论得到了对不确定扰动鲁棒的带记忆状态观测器的渐近稳定条件, 同时使残差对故障信号的响应具有 L_2 增益, 体现了故障检测的灵敏性。利用线性矩阵不等式方法将观测器增益阵的设计和参数的选择转化为线性矩阵不等式的求解, 便于计算。理论分析和仿真算例结果均证明了该方法进行故障检测的有效性。

参考文献:

- [1] Dugard L, Vrriest E I. Stability and Control of time-delay systems[M]. London: Springer, 1998.
- [2] Kolmanovskii V B, Myshkis A. Applied theory of functional differential equations[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [3] Han Q L. Robust stability of uncertain delay-differential systems of neutral type[J]. Automatica, 2002, 38(4): 719–723.
- [4] Park J H, Won S. Stability analysis for neutral delay-differential systems[J]. Journal of Franklin Institute, 2000, 337(1): 1–9.
- [5] Lien C H, Yu K W, Hsieh J G. Stability conditions for a class of neutral systems with multiple time delays[J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2000, 245(1): 20–27.
- [6] Chen J D, Lien C H, Fan K K, et al. Delay-dependent stability criterion for neutral time-delay systems[J]. Electronics Letters, 2000, 36(22): 1897–1898.
- [7] Shao Z H. Robust stability of uncertain neutral delay systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2004, 51(3): 730–733.
- [8] Xu S, Lam J, Yang C. H_∞ -infinite and positive real control for linear neutral delay systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2001, 46(8): 1321–1326.
- [9] Wang H, Lam J, Xu S, et al. Robust H_∞ -infinite reliable control for a class of uncertain neutral delay systems[J]. International Journal of Systems Science, 2002, 33(7): 611–622.
- [10] Wang Z, Lam J, Burnham K J. Stability analysis and observer design for neutral delay systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2002, 47(3): 478–483.
- [11] Niu Y, Lam J, Wang X. Sliding-mode control for uncertain neutral delay systems[J]. IEE Proceedings of Control Theory and Applications, 2004, 151(1): 38–44.
- [12] Clarkson I D, Goodall D P. On the stabilizability of imperfectly known nonlinear delay systems of the neutral type[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2000, 45(12): 2326–2331.
- [13] Patton R J, Chen J. On eigenstructure assignment for robust fault diagnosis[J]. International Journal of Robust Nonlinear Control, 2000, 10(14): 1193–1208.
- [14] Ding S X, Zhong M, Tang B, et al. An LMI approach to the design of fault detection filter for time-delay LTI systems with unknown inputs[C]. Proceedings of ACC'2001. Arlington: IEEE, 2001, 3: 2137–2142.
- [15] Chen N, Gui W, Wu M, et al. The design of decentralized robust tracking controllers for large-scale uncertain systems with time delay[J]. Control Theory and Applications, 2001, 18(6): 939–943.