中国科学 A辑: 数学 2009 年 第 39 卷 第 5 期: 625～632
www.scichina.com math.scichina.com

《中国科学》杂志社
SCIENCE IN CHINA PRESS

一类满分集酉空时码的构造

于飞 ①*, 童宏玺 ②

① 中国科学技术大学数学系, 合肥 230026
② 上海大学数学系, 上海 200444
* 通信作者. E-mail: feiyu80@gmail.com, tonghx@shu.edu.cn

收稿日期: 2008-09-28; 接受日期: 2008-10-30
国家自然科学基金 (批准号: 60673074) 资助项目

摘要 酉空时码特别适用于多天线差分调制的通信系统. 本文基于两类适用于 3 天线系统的满分集的酉空时码给出了一个新的构造方案. 由于新方案构造的酉空时码是满分集的, 适用于天线数为奇素数的系统, 而且与很多已知的码相比, 具有更优的增益性能.

关键词 差分空时调制 分集乘积 满分集 参数空时码 酉空时码

MSC(2000) 主题分类 94B60, 94C30

1 引言

一个 $(M\times M)$ 空时码是一个由 $(M\times M)$ 复矩阵组成的集合, 它为由 M 个天线组成的多输入多输出 (MIMO) 无线传输系统所设计 [1]. 设 I_M 为 M 阶单位矩阵, 则满足 $A\overline{A^T}=I_M$ 的矩阵称为酉矩阵. 由酉矩阵组成的空时码称为酉空时码, 它一般用于差分酉空时调制方案中, 参见文献 [2,3].

通过分析该方案在高信噪比时的成对差错概率, 我们得知一个酉空时码 $\mathcal{C}$ 的性能可以由以下两个量来衡量 [2,3]: 一是分集增益, 由式

$$\delta=\min_{C\neq C'\in\mathcal{C}}\operatorname{rank}(C-C')$$

所定义; 一是编码增益或分集乘积, 定义为

$$\zeta_{\mathcal{C}}=\frac{1}{2}\min_{C\neq C'\in\mathcal{C}}|\det(C-C')|^{1/M}.$$

一般地, 一个空时码为了得到良好的性能, 需要它的分集增益 δ 和编码增益 $\zeta_{\mathcal{C}}$ 都尽可能大. 如果一个码的分集增益达到上界, 即 $\delta=M$, 则称它为满分集的. 事实上, 这等价于编码增益不为零. 因此, 有如下的设计问题: 给定传输天线的个数 M, 构造由 $M\times M$ 酉矩阵构成的集合 $\mathcal{C}$, 使得 1) $\mathcal{C}$ 的分集乘积 $\zeta_{\mathcal{C}}$ 尽可能大; 2) $\mathcal{C}$ 中元素尽可能多, 即 $\mathcal{C}$ 尽可能大.

利用各类数学工具, 人们已经得到了许多具有高分集乘积的酉空时码. 例如文献 [3,5] 基于循环群的构造; 文献 [6] 基于无不动点群的构造; 文献 [7] 基于辛群 $S_p(2)$ 的构造; 文献 [4] 基于李群 $SU(3)$ 的构造; 文献 [8] 基于数论的构造以及文献 [9,10] 的正交设计. 它们在传

引用格式: 于飞, 童宏玺. 一类满分集酉空时码的构造. 中国科学 A, 2009, 39(5): 625–632
Yu F, Tong H X. A construction of fully diverse unitary space-time codes. Sci China Ser A, 2009, 52, DOI: 10.1007/s11425-009-0042-6

输天线的数量上有所局限. 文献 [11–13] 中基于可除代数的构造和文献 [14] 中基于 Slepian 群码的构造能够在多于 4 个天线的系统中达到较高的分集乘积.

文献 [15] 提出了带参数的酉空时码构造, 它是非群结构的, 适用于 2 天线的系统. 基于该方法, Tong 与 Yu 在文献 [16] 中给出了两类适用于 3 天线系统的酉空时码的构造, 由此构造的酉空时码的性能优于很多已知的码.

进一步, 基于这种带参数空时码的想法, 本文给出了一类满分集酉空时码的构造, 它适用于天线数为奇素数的系统, 而且具有良好的性能, 在很多情况下优于很多已知的码.

2 带参数的酉空时码

Liang 与 Xia 在文献 [15] 中提出了参数酉空时码的构造, 它由含 3 个参数的 2×2 矩阵生成. 给定参数 t_1,t_2,t_3, 由下式定义 2×2 酉矩阵 $A_l(t_1,t_2,t_3)$:

$$\begin{aligned} A_l(t_1,t_2,t_3) = & \begin{pmatrix} \exp(2\pi i/L) & 0 \\ 0 & \exp(2t_1\pi i/L) \end{pmatrix}^l \\ & \times \begin{pmatrix} \exp(2t_2\pi i/L) & 0 \\ 0 & \exp(-2t_2\pi i/L) \end{pmatrix}^l \\ & \times \begin{pmatrix} \cos(2t_3\pi/L) & \sin(2t_3\pi/L) \\ -\sin(2t_3\pi/L) & \cos(2t_3\pi/L) \end{pmatrix}^l . \end{aligned}$$

记 $\mathbb{Z}_L$ 为模 L 的剩余类环, 即 $\mathbb{Z}_L=\{0,1,\ldots,L-1\}$. 令 $l\in\mathbb{Z}_L$, 则这些酉矩阵组成了大小为 L 的酉空时码 $\mathcal{C}_L(t_1,t_2,t_3)$:

$$\mathcal{C}_L(t_1,t_2,t_3)=\{A_l(t_1,t_2,t_3)|l\in\mathbb{Z}_L\}.$$

给定码的大小 L, 考虑这些酉空时码构成的集合

$$\mathcal{V}_L=\{\mathcal{C}_L(t_1,t_2,t_3)|t_1,t_2,t_3\in\mathbb{Z}_L\}, \tag{1}$$

从中选择分集乘积最大的酉空时码即为所求.

基于这种方法, Tong 与 Yu[16] 给出了 2 个适用于 3 天线系统的参数码构造. 设整数 K,L 满足 $(K+1,L)=1$, 给定参数 t_1,t_2,t_3, 定义酉矩阵

$$\begin{aligned} A_{k,l}(t_1,t_2,t_3) = & \exp\left(2\pi i\frac{kL+l}{KL}\right) \\ & \times \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \exp(2\pi i/L) & 0 \\ 0 & 0 & \exp(2\pi i t_1/L) \end{pmatrix}^l \\ & \times \begin{pmatrix} \exp(2\pi i t_3/L) & 0 & 0 \\ 0 & \cos(2\pi t_2/L) & \sin(2\pi t_2/L) \\ 0 & -\sin(2\pi t_2/L) & \cos(2\pi t_2/L) \end{pmatrix}^l . \end{aligned}$$

它们生成大小为 KL 的酉空时码

$$\mathcal{C}_{K,L}(t_1,t_2,t_3)=\{A_{k,l}(t_1,t_2,t_3)\mid t_1,t_2,t_3,l\in\mathbb{Z}_L,\ k\in\mathbb{Z}_K\}. \tag{2}$$

文献 [16] 中第一种酉空时码构造即从下面的酉空时码集合中选择分集乘积最大的酉空时码:

$$\mathcal{V}_{K,L}=\{\mathcal{C}_{K,L}(t_1,t_2,t_3)|t_1,t_2,t_3\in\mathbb{Z}_L,K,L\in\mathbb{Z},(K+1,L)=1\}.$$

在文献 [16] 的第二种构造中, 对酉矩阵 $A_{k,l}(t_1,t_2,t_3)$ 作适当改动得到酉矩阵 $B_{k,l}(t_1,t_2,t_3)$:

$$\begin{aligned}B_{k,l}(t_1,t_2,t_3)=&\exp\left(2\pi i\frac{kL+lk}{KL}\right)\\&\times\begin{pmatrix}1&0&0\\0&\exp(2\pi i/L)&0\\0&0&\exp(2\pi i t_1/L)\end{pmatrix}^l\\&\times\begin{pmatrix}\exp(2\pi i t_3/L)&0&0\\0&\cos(2\pi t_2/L)&\sin(2\pi t_2/L)\\0&-\sin(2\pi t_2/L)&\cos(2\pi t_2/L)\end{pmatrix}^l.\end{aligned}$$

令 $(K,L)=1$, 它们生成大小为 KL 的酉空时码

$$\mathcal{C}'_{K,L}(t_1,t_2,t_3)=\{\,B_{k,l}(t_1,t_2,t_3)\mid t_1,\ t_2,\ t_3,l\in\mathbb{Z}_L,\ k\in\mathbb{Z}_K\,\}. \tag{3}$$

从下面的酉空时码集合选择分集乘积最大的酉空时码即为所求:

$$\mathcal{V}_{K,L}=\{\mathcal{C}'_{K,L}(t_1,t_2,t_3)|t_1,t_2,t_3\in\mathbb{Z}_L,K,L\in\mathbb{Z},(K,L)=1\}.$$

可以证明, 总能找到参数 t_1,t_2,t_3 使得酉空时码 $\mathcal{C}_{K,L}(t_1,t_2,t_3)$ 和 $\mathcal{C}'_{K,L}(t_1,t_2,t_3)$ 是满分集的, 而表 1 的数据指出在很多时候它们的分集乘积优于已知的好码.

表 1 酉空时码 (2)、(3)

$\lvert C_{KL}\rvert$	$\zeta_{C_{KL}}$	L	K	(t_1,t_2,t_3)
64	0.3521	32	2	(30,5,2) 码 (2)
114	0.2955	19	6	(4,0,9) 码 (3)
128	0.2890	64	2	(28,0,13) 码 (2)
455	0.1890	35	13	(30,0,23) 码 (3)
512	0.1797	64	8	(20,34,22) 码 (2)
627	0.1645	33	19	(26,18,30) 码 (3)
640	0.1645	64	10	(22,53,2) 码 (2)
1159	0.1382	61	19	(1,3,250 码 (3)
1280	0.1321	64	20	(13,0,27) 码 (2)
1541	0.1225	67	23	(2,60,35) 码 (3)
2077	0.1011	67	31	(4,64,27) 码 (3)

3 新的酉空时码构造方法

沿着第二节的思路, 我们在本节给出一个新的满分集酉空时码的构造方法.

分别记 $\mathbb{Z}$、$\mathbb{Z}_M$ 为整数环和模 M 的剩余类环, 即 $\mathbb{Z}_M=\{0,1,\ldots,M-1\}$. 记 $M\times M$ 单位矩阵为

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_M \end{pmatrix}.$$

对于集合 $\{1,2,\ldots,M\}$ 上的置换 τ, 令 P_τ 为置换矩阵

$$\begin{pmatrix} e_{\tau(1)} \\ \vdots \\ e_{\tau(M)} \end{pmatrix}.$$

令 ϱ 为置换 $(M,1,2,\ldots,M-1)$.

以 $\hat{t}$ 表示一列参数 $t_1,t_2,\ldots,t_M$, 以 $(M,|\cdot|,\zeta)$ 表示一个空时码的 3 个参数: 天线数、码的大小、分集乘积. 则有如下定理.

定理 3.1 设 L 是奇数, $K<L$ 是整数, 且 $(L,K)=1$. 设奇素数 M 满足 $3\leqslant M<L-1$, 定义酉矩阵 $A_{l,M}(\hat{t})$ 如下:

$$A_{l,M}(\hat{t})=\mathrm{diag}\{\exp(2\pi i l t_1/L),\ldots,\exp(2\pi i l t_M/L)\}.$$

则存在 M 个整数 $t_1,\ldots,\ t_M\in\mathbb{Z}_L$ 使得下面的 $(M,MKL,\zeta_{\mathcal{C}^M_{K,L}})$-酉空时码是满分集的:

$$\mathcal{C}^M_{K,L}=\left\{\exp\left(2\pi i\frac{kL+lK+sK}{KL}\right)\cdot P_{\varrho^s}A_{l,M}(\hat{t}):k\in\mathbb{Z}_K,l\in\mathbb{Z}_L,s\in\mathbb{Z}_M\right\},\tag{4}$$

$$\zeta_{\mathcal{C}^M_{K,L}}=\frac{1}{2}\cdot\min\left\{\min_{\substack{0<n<k\\0<m<L}}\{|f(n,m,\hat{t})|^{1/M}\},\ \min_{\substack{0\leqslant n<k\\0\leqslant m<L}}\{|g_j(n,m,\hat{t})|^{1/M},j=0,1,\ldots,M-1\}\right\},$$

其中 $f(n,m,\hat{t})$, $g_j(n,m,\hat{t})$ 定义为

$$\begin{aligned}
&f(n,m,\hat{t})=\prod_{r=1}^{M}\left(\exp\left(2\pi i\frac{nL+mK+mt_rK}{KL}\right)-1\right),\\
&g_j(n,m,\hat{t})=\exp\left(2\pi i\frac{nML+m\left(\sum_{r=1}^{M}t_r+M\right)K-j\cdot MK}{KL}\right)-1,\\
&j=1,\ldots,M-1.
\end{aligned}$$

证明 容易验证 $\mathcal{C}^M_{K,L}$ 中的矩阵都是酉矩阵. 对 $k\in\mathbb{Z}_K,l\in\mathbb{Z}_L,s\in\mathbb{Z}_M$, 令

$$B^{(s)}_{k,l}=\exp\left(2\pi i\frac{kL+lK+sK}{KL}\right)\cdot P_{\varrho^s}A_{l,M}(\hat{t}).$$

设 $k_1,k_2\in\mathbb{Z}_K,l_1,l_2\in\mathbb{Z}_L,s_1,s_2\in\mathbb{Z}_M$ 和 $s_1\leqslant s_2$. 则当 M 为素数时, 有

$$\begin{aligned}
|\det(B^{(s_1)}_{k_1,l_1}-B^{(s_2)}_{k_2,l_2})|&=|\det(P^{s_1}_{\varrho})\cdot\det(B^{(0)}_{k_1,l_1}-B^{(s_2-s_1)}_{k_2,l_2})|\\
&=|\det(B^{(0)}_{k_1,l_1}-B^{(s_2-s_1)}_{k_2,l_2})|\\
&=\begin{cases}|f(n_1,m,\hat{t})|, & 若 s_1=s_2,\\ |g(n_2,m,\hat{t})|, & 若 s_1<s_2,\end{cases}
\end{aligned}$$

其中 $n_1 \in \mathbb{Z}_K \backslash \{0\}, n_2 \in \mathbb{Z}_K$ 且 $m \in \mathbb{Z}_L$.

下面分别对 $M = 3$ 和 $M > 3$ 的情况证明存在整数 $t_1, \ldots, t_m$ 使得 $f(n_1, m, \hat{t}) \neq 0$ 且 $g(n_2, m, \hat{t}) \neq 0$.

情形 1 $M = 3$

令 $t_1 = t_2 = \frac{L-1}{2}, t_3 = L - 2$, 则

$$f(n_1, m, \hat{t}) = \left(\exp\left(2\pi i \frac{n_1 L + (\frac{L+1}{2})Km}{KL} \right) - 1 \right)^2 \times \left(\exp\left(2\pi i \frac{n_1 L + (L+1)Km}{KL} \right) - 1 \right), \tag{5}$$

$$g_1(n_2, m, \hat{t}) = \exp\left(2\pi i \left(3 \cdot \frac{n_2 L - K}{KL} + 2m \right) \right) - 1, \tag{6}$$

$$g_2(n_2, m, \hat{t}) = \exp\left(2\pi i \left(3 \cdot \frac{n_2 L - 2K}{KL} + 2m \right) \right) - 1. \tag{7}$$

注意到 $(K, L) = (L+1, L) = (2, L) = (\frac{L+1}{2}, L) = 1$, 即知 (5) – (7) 式不等于零.

情形 2 $M \geqslant 5$

记 $M = 2q + 1$. 令 $t_1 = t_2 = \cdots = t_q = \frac{L-1}{2}, t_{q+1} = \cdots = t_{M-3} = \frac{L-3}{2}, t_{M-2} = L - 5, t_{M-1} = 1, t_M = 0$, 则

$$\begin{aligned} f(n_1, m, \hat{t}) = & \left(\exp\left(2\pi i \frac{n_1 L + (\frac{L+1}{2})Km}{KL} \right) - 1 \right)^q \\ & \times \left(\exp\left(2\pi i \frac{n_1 L + (\frac{L-1}{2})Km}{KL} \right) - 1 \right)^{q-2} \cdot \left(\exp\left(2\pi i \frac{n_1 L + 2Km}{KL} \right) - 1 \right) \\ & \times \left(\exp\left(2\pi i \frac{n_1 L + Km}{KL} \right) - 1 \right) \cdot \left(\exp\left(2\pi i \frac{n_1 L + (L-4)Km}{KL} \right) - 1 \right) \end{aligned}$$

且

$$g_j(n_2, m, \hat{t}) = \exp\left(2\pi i \left(M \cdot \frac{n_2 L - jK}{KL} + m \cdot \frac{M-1}{2} \right) \right) - 1, \quad j = 1, 2, \ldots, M-1.$$

注意到 $(K, L) = (L+1, L) = (L-2, L) = (L-4, L) = (\frac{L+1}{2}, L) = (\frac{L-1}{2}, L) = 1$ 且 $j \leqslant n - 1 < L$, 即知对所有的 j 有 $f(n_1, m, \hat{t}) \neq 0$ 和 $g_j(n_2, m, \hat{t}) \neq 0$.

因此有

$$\zeta_{\mathcal{C}^M_{K,L}} = \frac{1}{2} |\det(B^{(s_1)}_{k_1, l_1} - B^{(s_2)}_{k_2, l_2})|^{1/M} > 0,$$

即存在整数 $t_1, \ldots, t_M$ 使得 $(M, KML, \zeta_{\mathcal{C}_{K,L}})$- 酉空时码 $\mathcal{C}^M_{K,L}$ 是满分集的.

上述定理给出了一个满分集酉空时码构造的充分条件. 基于大量例子, 我们有下述关于必要条件的猜想.

猜想 3.2 $(M, MKL, \zeta_{\mathcal{C}^M_{K,L}})$- 酉空时码 (4) 是满分集的当且仅当 L 是奇数, $K < L, M < L$, $(L, K) = 1$ 且 M 是奇素数.

4 例子

本节给出一些由码 (4) 构造的 3、5、7 天线系统酉空时码的例子并与一些已知的码进行比较.

给定奇数 L 和整数 $K<L, (L,K)=1, s=0,1,2$, 令

$$B_{k,l}^{(s)}(t_1,t_2,t_3)=\exp\left(2\pi i\frac{kL+lK+sK}{KL}\right)\cdot P_{\varrho^s}A_{l,3}(\hat{t}).$$

则存在满分集的酉空时码

$$\mathcal{C}_{K,L}^3=\{B_{k,l}^{(s)}(t_1,t_2,t_3):k\in\mathbb{Z}_K,l,t_i\in\mathbb{Z}_L,s=0,1,2\}.$$

从它们的集合

$$\mathcal{V}_{K,L}^3=\{\mathcal{C}_{K,L}^3:L\text{是奇数}, K<L,(L,K)=1\}$$

中搜索分集乘积最大的一个码即可. 类似地可以得到具有较高分集乘积的酉空时码 $\mathcal{C}_{K,L}^5$, $\mathcal{C}_{K,L}^7$.

对于给定的 L 和 K, 表 2 给出了最优参数的选择和相应的分集乘积, 一些已知码的例子见表 1 和表 3. 比较发现, 我们的码在很多情况下优于已知的码.

最后我们指出两个值得考虑的问题. 首先, K 和 L 的选择非常重要, 例如 $(3,315,\zeta_{\mathcal{C}_{15,7}^3})$-酉空时码的分集乘积为 0.1742, 小于 $(3,315,\zeta_{\mathcal{C}_{21,5}^3})$- 酉空时码的分集乘积 0.2079, 应当选择使得在码空间同样大时的分集乘积更大的 K 和 L. 其次, 最优参数的选取并不唯一, 例如 $(19,16,4)$ 和 $(1,7,10)$ 都使得 $(3,315,\zeta_{\mathcal{C}_{21,5}^3})$- 酉空时码达到最大的分集乘积, 这显然是与搜索算法相关.

表 2 新方法构造的码

M	$\left\|\mathcal{C}_{K,L}^M\right\|$	$\zeta_{\mathcal{C}_{K,L}^M}$	L	K	$(t_1,t_2,\ldots,t_M)$
3	63	0.38508	7	3	(5, 4, 2)
3	114	0.32909	19	2	(17, 11, 7)
3	234	0.2730	26	3	(4, 14, 18)
3	342	0.1930	19	6	(17, 16, 2)
3	420	0.18578	35	4	(33, 26, 1)
3	441	0.19293	49	3	(1, 14, 17)
3	513	0.20682	171	1	(0, 105, 120)
3	627	0.1983	19	11	(17, 11 , 7)
3	693	0.16875	77	3	(75, 73, 3)
3	819	0.16561	91	3	(1, 17, 63)
3	1209	0.15467	31	13	(29, 25, 5)
3	1638	0.13603	91	6	(1, 17, 70)
3	1665	0.13427	37	15	(35, 26, 10)
3	1998	0.09327	37	18	(35, 31 ,5)
3	2091	0.08296	41	17	(39, 37 , 3)
3	2115	0.08911	47	15	(45, 40 , 6)
3	2538	0.09786	47	18	(45, 44, 2)
3	3843	0.09249	61	21	(59, 47, 13)

表 2　新方法构造的码 (续)

M	$\left\|\mathcal{C}_{K,L}^{M}\right\|$	$\zeta_{\mathcal{C}_{K,L}^{M}}$	L	K	$(t_1,t_2,\ldots,t_M)$
3	4095	0.08957	91	15	(89, 10, 52)
3	5829	0.07955	67	29	(65, 37, 29)
3	9312	0.05811	97	32	(95, 75, 21)
5	70	0.42525	7	2	(5, 3, 4, 0, 1)
5	105	0.39249	7	3	(5, 3, 4, 0, 1)
5	110	0.38888	11	2	(9, 5, 8, 0, 3)
5	130	0.37618	13	2	(11, 10, 11, 8, 1)
5	140	0.37067	7	4	(5, 3, 4, 0, 1)
5	165	0.35873	11	3	(9, 7, 8, 0, 1)
5	175	0.39605	7	5	(5, 3, 4, 0, 1)
5	195	0.39831	13	3	(11, 8, 9, 0, 2)
5	210	0.34188	7	6	(5, 3, 4, 0, 1)
5	220	0.36218	11	4	(9, 7, 8, 0, 1)
5	275	0.34680	11	5	(9, 5, 2, 0, 3)
5	385	0.33926	11	7	(9, 7, 8, 0, 1)
5	550	0.30901	11	10	(9, 7, 6, 0, 1)
5	1025	0.26896	41	5	(2, 16, 11, 3, 12)
7	315	0.35889	9	5	(7, 7, 4, 0, 1, 0, 6)
7	385	0.36672	11	5	(9, 6, 8, 7, 5, 2, 0)

表 3　基于循环群 [3,5], $SU(3)$[4], 循环代数 [11], 无不动点群 [6] 和 Slepian 群码 [14] 构造的酉空时码

M	$\|\mathcal{C}\|$	$\zeta_{\mathcal{C}}$	参数
3	63	0.3301	循环群 $u=(1,17,26)$
3	63	0.3851	无不动点群 $G_{21,4}$
3	105	0.2133	$SU(3):(P,Q,R,S)=(5,7,3,1)$
3	234	0.2730	循环代数码 $D^lE^kF^n\ \pm, l\leqslant 38, k\leqslant 2$
3	315	0.1714	$SU(3):(P,Q,R,S)=(5,7,9,1)$
3	420	0.1413	$SU(3)\text{Type I}:(P,Q,R,S)=(5,7,9,1)$
3	441	0.18898	循环代数码 $D^lE^kF^n\ l\leqslant 20, k\leqslant 2, n\leqslant 6$
3	819	0.06442	循环代数码 $D^lE^kF^n\ l\leqslant 20, k\leqslant 2, n\leqslant 12$
3	513	0.1353	无不动点群 $G_{171,64}$
3	513	0.1664	$\mathcal{P}L_H=27, L_C=19, x_1=0.410,$ $\boldsymbol{k}=(1,3,11), \boldsymbol{r}=(1,18,15)$
3	513	0.2028	$\mathcal{P}_HL_{H_1}=9, L_{H_2}=57, x_1=0.4970,$ $\boldsymbol{k}=(1,1,5), \boldsymbol{r}=(15,20,1)$
3	693	0.0961	$SU(3):(P,Q,R,S)=(7,9,11,1)$
3	1155	0.0899	$SU(3)\text{Type II}:(P,Q,R,S)=(3,7,5,11)$
3	1440	0.0731	$SU(3)\text{Type I}:(P,Q,R,S)=(4,7,5,11)$

表 3　基于循环群 [3,5], $SU(3)$[4], 循环代数 [11], 无不动点群 [6] 和 Slepian 群码 [14] 构造的酉空时码 (续)

M	$\|\mathcal{C}\|$	$\zeta_{\mathcal{C}}$	参数
3	1638	0.0723	循环代数码 $D^lE^kF^n$ $\pm, l \leqslant 38, k \leqslant 2, n \leqslant 6$
3	4095	0.0361	无不动点群 $G_{1365,16}$
3	9009	0.0316	$SU(3): (P,Q,R,S) = (7,11,9,13)$
5	1025	0.1679	无不动点群 $G_{205,16}$
7	133	0.4900	$S_{19,7}, u = (1,3,6,7,15,17,8)$

致谢　作者非常感谢与邢朝平教授和李凡博士有益的讨论, 同时也非常感谢两位审稿专家的宝贵意见.

参考文献

1 Tarokh V, Seshadri N, Calderbank A R. Space-time codes for high data rate wireless communication: performance criterion and code construction. *IEEE Trans Inform Theory*, **44**(2): 744–765 (1998)
2 Hochwald B, Sweldens W. Differential unitary space-time modulation. *IEEE Trans Commun*, **48**(12): 2041–2052 (2000)
3 Hughes B. Differential space-time modulation. *IEEE Trans Inform Theory*, **46**(7): 2567–2578 (2000)
4 Jing Y, Hassibi B. Three-transmit-antenna space-time codes based on SU(3). *IEEE Trans Signal Processing*, **53**(10): 3688–3702 (2005)
5 Hughes B. Optimal space-time constellations from groups. *IEEE Trans Inform Theory*, **49**(2): 401–410 (2003)
6 Shokrollahi A Hassibi B, Hochwald BM, et al. Representation theory for high-rate multiple-antenna code design. *IEEE Trans Inform Theory*, **47**(6): 2335–2367 (2001)
7 Jing Y, Hassibi B. Design of fully diverse multiple-antenna codes based on Sp(2). *IEEE Trans Inform Theory*, **50**(11): 2639–2656 (2004)
8 Damen A O, Tewfik A, Belfiore J C. A construction of space-time codes based on number theory. *IEEE Trans Inform Theory*, **48**(3): 753–760 (2002)
9 Liang X B, Xia X G. Fast differential unitary space-time demodulation via square orthogonal designs. *IEEE Trans on Wireless Communications*, **4**(4): 1331–1336 (2005)
10 Yuen C, Guan Y L, Tjhung T T. Unitary differential space-time modulation with joint modulation. *IEEE Trans Vehicular Technology*, **56**(6): 3937–3944 (2007)
11 Oggier F. Cyclic algebras for noncoherent differential space-time coding. *IEEE Trans Inform Theory*, **53**(9): 3053–3065 (2007)
12 Abarbanel J, Averbuch A, Rosset S, et al. Unitary non-group STBC from cyclic algebras. *IEEE Trans Inform Theory*, **52**(9): 3903–3912 (2006)
13 Oggier F, Hassibi B. Algebraic cayley differential space-time dodes. *IEEE Trans Inform Theory*, **53**(5): 1911–1919 (2007)
14 Niyomsataya T, Miri A, Nevins M. Unitary space-time con- stellation designs from group codes. *IEEE Trans Inform Theory*, **53**(11): 4322–4329 (2007)
15 Liang X B, Xia X G. Unitary signal constellations for differential space-time modulation with two transmit antennas: parameteric codes, optimal designs,and bounds. *IEEE Trans Inform Theory*, **48**(8): 2291–2322 (2002)
16 Tong H X, Yu F. Constructions of three-transmit-antenna space-time codes. *J Syst Sci Comp*, **20**(3): 381–385 (2007)