

任意形状埋置基础的竖向振动复合集总参数模型

刘志久^{1,2}, 尚守平², 徐建³, 王贻荪²

- (1. 中南大学 土木建筑学院, 湖南 长沙, 410083;
2. 湖南大学 土木工程学院, 湖南 长沙, 410082;
3. 中国机械工业集团公司, 北京, 100080)

摘要: 根据基础振动弹性半空间理论的最新发展成果, 推演出基础竖向振动的复合集总参数模型。运用该模型对复杂形状、任意埋置状况块体基础在竖向谐和扰力作用下的动力反应进行计算, 并将计算结果与采用弹性半空间理论所得到的竖向振动刚度和阻尼系数的计算公式(由大量试验、数值计算所证实)计算结果进行比较, 结果表明: 2种结果非常吻合, 误差仅为 10.7%; 利用该模型可以容易地计算在竖向扰力作用下任意频率以及泊松比 $\nu \leq 0.48$ 的任意形状(不包括环型)和任意埋置状况基础的均质半空间上块体基础的动力反应。

关键词: 弹性半空间; 任意形状; 埋置深度; 动力反应; 复合集总参数模型

中图分类号: TU435

文献标识码: A

文章编号: 1672-7207(2007)01-0170-05

Vertical composite lumped parameter model of arbitrarily shaped embedded foundations

LIU Zhi-jiu^{1,2}, SHANG Shou-ping², XU Jian³, WANG Yi-sun²

- (1. School of Civil and Architectural Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;
2. School of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;
3. Machine Building Group Corporation of China, Beijing 100080, China)

Abstract: A vertical composite lumped parameter model (CLPM) was developed based on the results obtained with state-of-the-art formulations of foundations oscillating on a elastic half-space. Vertically dynamic response of a arbitrarily shaped and complicatedly embedded foundation was calculated by making use of this model and formulas (supported by results of comprehensive experimental and numerical analysis), which were developed by theory of elastic half-space for computing the dynamic stiffness and damping coefficients of foundations harmonically vertical oscillating on a homogeneous half-space. Close agreement is found between CLPM and theory of elastic half-space for vertical oscillations, and the difference is only 10.7%. The advantage of CLPM is to compute dynamic response of arbitrarily shaped and complicatedly embedded lumped foundations harmonically vertical oscillating on a homogeneous half-space readily. All of the oscillation frequencies, a realistic range of Poisson's ratios ($\nu \leq 0.48$), all foundation base shapes (excluding annular), and complicated embedment are considered.

Key words: elastic half-space; arbitrary shape; embedded depth; dynamic response; composite lumped parameter model

当代弹性半空间理论已发展到只要已知地基土的剪切模量、泊松比和剪切波速就可以计算基础在各种

情况下块体基础的刚度和阻尼^[1]。例如: Novak 等^[2-3]研究了埋置基础的刚度和阻尼系数的计算公式。

收稿日期: 2006-08-15

基金项目: 中国工程建设标准化协会课题基金资助项目(799-201113)

作者简介: 刘志久(1968-), 男, 湖南麻阳人, 博士研究生, 从事动力机器基础设计理论研究

通讯作者: 刘志久, 男, 博士研究生; 电话: 13974958669(手机); E-mail: CSU13974958669@yahoo.com.cn

Gazetas^[4]通过实验、数值计算提出一套完整的计算受谐和扰力作用下的基础的动力刚度和阻尼系数的代数公式和图表。Baidya^[5]研究了刚性板上有限厚度砂层上基础的动力反应。其他基础刚性压力分布、柔性压力分布及抛物线压力分布的基础质量—静刚度—一定值共振阻尼的基础竖向运动方程^[6]、刚性基础动力刚度近似计算公式^[7]等。弹性半空间理论具有理论完善、可以不做试验或少做试验的优点, 可以作为我国动力基础设计理论的发展方向^[8], 但将它直接用于工程计算则显得过于复杂, 为此必须寻找实用化的途径。舍赫捷尔在利用半空间理论评定地基惯性效用, 得到一些对半空间理论实用化有启示的关系式^[9]。Hsieh^[10]的反力代入法则从原理上揭示了由半空间理论结果转化到集总参数体系的可能性。Lysmer 提出的大块式基础在竖向荷载作用下的动态性能可以由单自由度“质—弹—阻”体系来代表, 称之为 Lysmer 比拟法, 王贻荪提出的方程对等法^[11], 这些方法论证了所有振型都可以用与频率无关的集中参数质—弹—阻体系来研究。Veletsos 根据刚度、阻尼系数的近似分析式分别导出了基础扭转、竖向、摇摆以及滑移振动的双质量—弹簧—阻尼器模型即复合集总参数模型^[11]。但由于在推导这些模型的时候所采用的阻抗函数主要适用于圆形基础(部分适用于矩形基础), 并且静刚度的计算也是假设土体是完全弹性状态, 这与基础土的实际情况不相符合, 使得复合集总参数模型无法应用于机器基础动力反应计算。虽然 Gazetas 提出了一套完整的代数公式和图表, 但其中的刚度、阻尼系数仍然是频率的函数, 对于频变扰力基础的动力反应计算非常复杂, 并且频率范围有限。为此, 本文作者在 Veletsos 等所导出的明置块体基础竖向振动刚度、阻尼系数的近似计算式及相应的复合集总参数模型的基础上, 结合 Gazetas 所提出的刚度、阻尼系数代数公式和图表, 提出一套适用各种形状(不包括环型)和任意埋置状况基础的竖向振动复合集总参数模型。

1 复合集总参数模型

1.1 计算模型

根据王贻荪导出的基础竖向振动的双质量—弹簧—阻尼器模型及弹性半空间理论的最新成果^[4], 可得埋置基础竖向复合集总参数模型计算简(图 1), 相关参

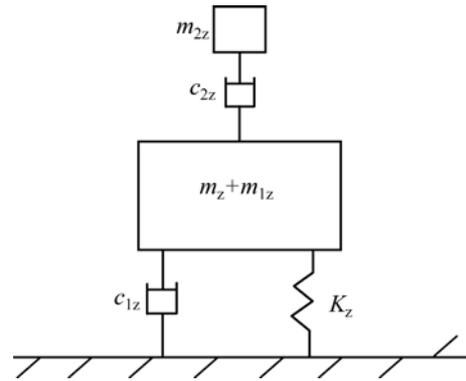


图 1 埋置基础竖向振动示意图

Fig.1 Model of vertical oscillations embedded foundation

数根据本文所导出的系数确定。图 1 中参数为:

$$\begin{cases} m_{1z} = K_{ze} b_3 \frac{B^2}{v_s^2}; \\ c_{1z} = K_{ze} b_4 \frac{B}{v_s}; \\ m_{2z} = K_{ze} b_1 b_2^2 \frac{B^2}{v_s^2}; \\ c_{2z} = K_{ze} b_1 b_2 \frac{B}{v_s}. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} K_{ze} = \frac{2GL}{1-\nu} (0.73 + 1.54x^{0.75}). \\ \left[1 + \frac{D}{21B} (1 + 1.3x) \right] \left[1 + 0.2(A_w Ab^+)^{2/3} \right]; \\ \chi = A_b / (4L^2). \end{cases} \quad (2)$$

其中: m_z 为机组质量; c_{1z} 和 c_{2z} 分别为基础振动时与半空间体间的阻尼; m_{1z} 和 m_{2z} 分别为使复合集总参数模型与弹性半空间理论基础动力反应相吻合的假想质量; K_{ze} 为埋置基础竖向静刚度; v_s 为剪切波速; $2L$ 和 $2B$ 分别为基底外接矩形边长($L > B$); A_b 为基底面积; A_w 为基础侧面与土的接触面积, $A_w = d \times s$; D 为基坑深度; d 为基础埋置深度; s 为基础侧面周长; b_1 , b_2 , b_3 和 b_4 为仅与半空间介质泊松比 ν 有关的系数。

根据弹性半空间理论, 基底反力可表示为

$$R_{ze} = K_{ze} (k_{ze} + ia_0 c_{ze}) w. \quad (3)$$

其中: R_{ze} 为埋置基础所受到的基底反力和侧面土的摩擦力的合力; k_{ze} 和 c_{ze} 分别为埋置基础的动刚度系数和阻尼系数; a_0 为无量纲频率因数; w 为基础竖向位移, 由 Gazetas^[5]基础竖向振动动力参数计算式及式(3)计算可得。

$$R_{ze} = K_{ze}(k_{ze} + ia_0c_{ze})w = K_{zge}(k_{zge} + ia_0c_{zge})w \quad (4)$$

令 $K_{ze}=K_{zge}$, $k_{ze}=k_{zge}$, 则有

$$c_{ze} = \frac{\omega}{K_{zge}a_0}c_{zge} \quad (5)$$

将文献[5]中 c_{zge} 的表达式代入(5)式可得

$$c_{ze} = \frac{\omega}{K_{zg}a_0} \left(\rho v_{La} A_b \bar{c}_{zg} + 4 \frac{GLk_{zg}}{(1-\nu)\omega} (0.73 + 1.54x^{0.75}) \beta + \rho v_s A_w \right) \quad (6)$$

其中: K_{zg} , k_{zg} , c_{zg} 和 \bar{c}_{zg} 分别为 Gazetas 动力参数中的静刚度、动刚度系数、阻尼及阻尼系数; β , ρ 和 ω 分别为地基土粘滞阻尼、地基土密度和扰力圆频率; v_{La} 为莱斯麦比拟波速, $v_{La}=3.4/[\pi(1-\nu)]$ 。略去粘滞

阻尼将式(6)进一步简化, 可得:

$$c_{ze} \approx \eta_{ze} \bar{c}_{zg} + \gamma_z \quad (7)$$

其中:

$$\begin{cases} \eta_{ze} = \eta_z / \alpha_z; \\ \eta_z = 0.54 A_b [LB(0.73 + 1.54x^{0.75})]^{-1}; \\ \alpha_z = \left[1 + \left(\frac{D}{21B} \right) (1 + 1.3x) \right] \left[1 + 0.2(A_w/A_b)^{2/3} \right]; \\ \gamma_z = (1-\nu) A_w [2\alpha_z BL(0.73 + 1.54x^{0.75})]^{-1}. \end{cases} \quad (8)$$

1.2 系数计算

根据 Veletsos 等所导出的刚度、阻尼系数的近似计算式及 Gazetas 计算模型中的刚度系数和阻尼系数与频率因数的关系曲线, 并利用式(7)可以计算出系数 b_1 , b_2 , b_3 和 b_4 , 结果如表 1 和表 2 所示。其他泊松比及埋置情况, 采用插值法计算, $\delta=D/B$ 。

表 1 $\nu \leq 0.40$ 时埋置基础竖向振动系数

Table 1 Coefficients of vertical oscillations of embedded foundation when $\nu \leq 0.40$

埋置状态	L/B	b_1	b_2	b_3	b_4
完全埋置	1	$0.04\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(2.75 + 2.53\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.90\eta_{ze} + \gamma_z$
	2	$0.08\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(0.61 + 0.56\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.94\eta_{ze} + \gamma_z$
	4	$-0.04\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(1.69 - 0.74\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.02 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.10\eta_{ze} + \gamma_z$
	∞	$-0.74\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(0.48 - 0.06\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$-0.22 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.92\eta_{ze} + \gamma_z$
地沟	1	$0.04\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(2.75 - 2.53\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.90\eta_{ze} + \gamma_z$
	2	$0.08\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(0.61 - 0.56\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.94\eta_{ze} + \gamma_z$
	4	$-0.04\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(1.69 + 0.74\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.02 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.10\eta_{ze} + \gamma_z$
	∞	$-0.74\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(0.48 + 0.06\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$-0.22 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.92\eta_{ze} + \gamma_z$

表 2 $\nu \approx 0.48$ 时埋置基础竖向振动系数

Table 2 Coefficients of vertical oscillations of embedded foundation when $\nu \approx 0.48$

埋置状态	L/B	b_1	b_2	b_3	b_4
完全埋置	1	$0.04\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(2.75 + 2.53\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.90\eta_{ze} + \gamma_z$
	2	$0.08\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(0.61 + 0.56\delta^{3/4})^{-1}\eta_{ze}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.94\eta_{ze} + \gamma_z$
	4	$-0.04\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(1.69 + 7.5\delta^{1/2})^{-1}\eta_{ze}$	$0.02 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.10\eta_{ze} + \gamma_z$
	∞	$-0.74\eta_{ze}(b_2^{-3} + b_2^{-1})$	$(0.48 + 0.72\delta^{1/2})^{-1}\eta_{ze}$	$-0.22 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.92\eta_{ze} + \gamma_z$
地沟	1	$0.86\eta_{ze}^{-2} + 0.11$	$0.36\eta_{ze}^{-2}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.90\eta_{ze}^{-2} + \gamma_z$
	2	$0.02\eta_{ze}^{-2} + 0.05$	$1.64\eta_{ze}^{-2}$	$0.13 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$0.94\eta_{ze}^{-2} + \gamma_z$
	4	$-0.19\eta_{ze}^{-2} - 0.07$	$0.59\eta_{ze}^{-2}$	$0.02 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.10\eta_{ze}^{-2} + \gamma_z$
	∞	$-0.08\eta_{ze}^{-2} - 0.36$	$2.08\eta_{ze}^{-2}$	$-0.22 - b_1b_2^2/(1+b_2^2)$	$1.92\eta_{ze}^{-2} + \gamma_z$

2 计算结果比较

2.1 计算简图

基础几何形状、埋置状况和均质半空间材料参数分别如图2和图3所示, 激振力频率 $f=20$ Hz。下面分别采用 Gazetas 单自由度模型和本文提出的复合集总参数模型计算该基础在激振力 $P=P_0\sin(\omega t)$ 作用下的动力反应。

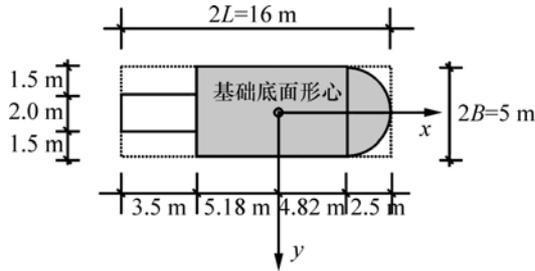


图2 基础几何形状示意图

Fig.2 Model of foundation geometry

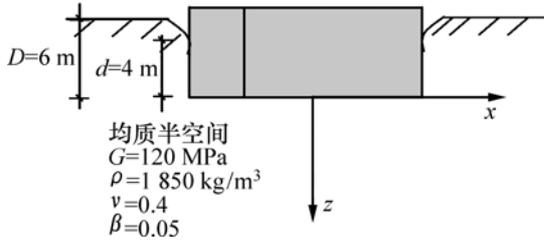


图3 埋置深度和材料参数示意图

Fig.3 Model of embedded depth and material parameters

2.2 采用复合集总参数模型的计算结果

系统运动微分方程为:

$$\begin{bmatrix} m_z + m_{1z} & 0 \\ 0 & m_{2z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{z}_1 \\ \ddot{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{1z} + c_{2z} & -c_{2z} \\ -c_{2z} & c_{2z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{ze} & 0 \\ 0 & K_{ze} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P(t) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

求解式(9)得基础振幅:

$$A_{z1} = |\bar{A}_{z1}| = \frac{P_0 \sqrt{a_1^2 + a_2^2}}{K_{ze} a_3^2 + a_4^2} \quad (10)$$

其中: $(c_{1z}+c_{2z})(m_z+m_{1z})^{-1}=n_1$; $c_{2z}(m_z+m_{1z})^{-1}=n_2$;
 $c_{2z}m_{2z}^{-1}=n_3$; $K_{ze}(m_z+m_{1z})^{-1}=\omega_z^2$; $\xi_1 = n_1\omega_z^{-1}$;
 $\xi_2 = n_2\omega_z^{-1}$; $\xi_3 = n_3\omega_z^{-1}$; $\lambda = \omega\omega_z^{-1}$;
 $a_1 = \xi_3^2 - \lambda^2\xi_3(\xi_1 + \xi_3) - \lambda^2(\lambda^2 - 1) - \lambda^2\xi_3(\xi_2 - \xi_1)$;
 $a_2 = \lambda\xi_3 - \lambda^3(\xi_1 + \xi_3) + \lambda\xi_3(\lambda^2 - 1) + \lambda\xi_3^2(\xi_2 - \xi_1)$;
 $a_3 = \lambda(\lambda^2 - 1) + \lambda\xi_3(\xi_2 - \xi_1)$;
 $a_4 = \xi_3 - \lambda^2(\xi_1 + \xi_3)$ 。

由式(2), (6)和(7)求得有关参数:

$$\begin{aligned} L/B=3.2; A_b=66.81; m_z=982\ 205 \text{ kg}; \chi=0.26; \eta_z=1.40; \\ A_w=159.4; D/B=2.4; A_w/A_b=2.39; \alpha_z=1.57; \eta_{ze}=0.89; \\ \gamma_z=1.18; K_{ze}=5.5 \times 10^9 \text{ N/m}. \end{aligned} \quad (11)$$

将式(1)代入表1系数 b_1, b_2, b_3 和 b_4 的计算式, 计算结果如表3所示。

表3 埋置基础竖向振动系数($\nu \leq 0.40$)

Table 3 Coefficients of vertical oscillations of embedded foundation when $\nu \leq 0.40$

L/B	b_1	b_2	b_3	b_4	
地沟	2	-0.05	-1.90	0.17	2.03
$(D/B=0/2.5)$	4	-1.58	0.29	0.14	2.16
完全埋置	2	0.58	0.54	0	2.02
$(D/B=6/2.5)$	4	-0.01	3.39	0.01	2.16
任意埋置状况	2	0.37	-0.27	0.06	2.03
$(D/B=4/2.5)$	4	-0.53	2.36	0.05	2.16
	3.2	-0.17	1.31	0.05	2.11

根据表3, 利用式(1), (10)及(11)可得基础振幅:

$$A_{z1}=5.78 \times 10^{-11} P_0 \quad (12)$$

其中: P_0 为激振力幅值。

2.3 采用 Gazetas 弹性半空间理论的计算结果

根据文献[4]可得基础动刚度 $\bar{K}_{zge}=5.0 \times 10^9$ N/m, 总阻尼 $c_{zge}=1.28 \times 10^8$ N·s/m。

基础总质量 $m_z=9.82205 \times 10^5$ kg; 阻尼比 $\xi_{zge}=0.91$, 频率比 $\lambda_{zge}=1.76$ 时, 振幅

$$A_{zg} = P_0 \cdot \bar{K}_{zge}^{-1} \left[(1 - \lambda_{zge}^2)^2 + 4\xi_{zge}^2 \lambda_{zge}^2 \right]^{-1/2} = 5.22 \times 10^{-11} P_0 \quad (13)$$

2.4 2种模式的计算结果比较

比较式(12)和(13), 2种模式的误差为:

$$\delta = \frac{A_{z1} - A_{zg}}{A_{zg}} \times 100\% = 10.7\%$$

Gazetas 计算模型是根据弹性半空间理论的发展成果及由大量试验、数值计算结果提出来的, 该结果是可靠的。采用本文所提出的模型计算结果比 Gazetas 计算模型的计算结果大 10.7%, 因此, 本文所提出的计算模型是可靠的, 采用本模型计算结果偏大是本模型在推导过程中忽略了粘滞阻尼所致。

3 结论

a. 本文所推导出的埋置基础竖向振动复合集总

参数模型,把弹性半空间理论埋置基础竖向振动所得到的与频率有关的动力特性参数,转化为与激振力频率无关的定参数。

b. 提出的复合集总参数模型利用机械多自由度振动理论可以比较容易地计算弹性半空间上任意形状(不包括环型)和任意埋置状况的块体基础竖向动力反应。

c. 本模型不受无量纲频率因子的影响,理论上可以适用于所有频率包括连续频率,在计算结构地震反应具有参考意义。

d. 采用该模型可以不做试验或少做试验。

e. 本模型仅适用于弹性半空间体上的块体基础振动分析,对于其他情况,如:基岩上的均质土层以及半空间体上的均质土层块体基础振动分析,若采用本模型还有待于进一步研究。

参考文献:

- [1] 刘纯康. 机器基础振动分析和现状[C]//中国工程建设标准化协会. 第二届全国建筑振动学术会议论文集. 北京: 中国建筑工业出版社, 1997: 1-6.
LIU Chun-kang. The existing situation and analysis of machine foundation vibration[C]//China Association for Engineering Construction Standardization. Proceedings of the Second Nationwide Conference on Architectural Vibration. Beijing: China Architecture and Building Press, 1997: 1-6.
- [2] Novak M, Beredugo Y O. Vertical vibration of embedded footings[J]. Soil Mech Found Div, ASCE, 1972, 98(SM12): 1291-1310.
- [3] Beredugo Y O, Novak M. Coupled horizontal and rocking vibrations of embedded footings[J]. Canadian Geotech J, 1972, 9(2): 447-497.
- [4] Gazetas. Formulas and charts for impedances of surface and embedded foundations[J]. J Geotech Engrg, ASCE, 1991, 117(9): 1363-1381.
- [5] Baidya D K, Rathi. Dynamic response of footing on a sand layer of thickness[J]. J Geotech Geoenviron Eng, ASCE, 2004, 130(6): 651-655.
- [6] 陈 炯. 动力基础的竖向振动分析[J]. 土木工程学报, 2002, 35(4): 70-76.
CHEN Jiong. The vertical vibration of dynamically loaded foundation[J]. China Civil Engineering Journal, 2002, 35(4): 70-76.
- [7] Pais A, Kausel E. Approximate formulas for dynamic stiffness of rigid foundations[J]. Soil Dynamics and Earthquake Eng, 1988, 7: 213-227.
- [8] 徐 建. 动力机器基础设计理论研究发展建议[C]//叶燎原. 第三届全国建筑振动学术会议论文集. 昆明: 云南科技出版社, 2000: 1-5.
XU Jian. The development suggestions of machine foundation design theory[C]//YE Liao-yuan. Proceedings of the Third Nationwide Conference on Architectural Vibration. Kunming: Yunnan Scientific and Technical Press, 2000: 1-5.
- [9] Barkan D D. Dynamics of base and foundation[M]. New York: McGraw-Hill Book Co, 1962.
- [10] Hsieh T K. Foundation vibrations[J]. Proc Institution of Civil Engineers, 1962, 22: 221-226.
- [11] 严人觉, 王贻荪, 韩清宇. 动力基础半空间理论概论[M]. 北京: 中国建筑工业出版社, 1981.
YAN Ren-jue, WANG Yi-sun, HAN Qing-yu. Half-space theory introduction of dynamic foundation[M]. Beijing: China Architecture and Building Press, 1981.