

红层软岩崩解破碎过程的分形分析及数值模拟

赵明华, 陈炳初, 苏永华

(湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙, 410082)

摘要: 通过红层软岩的室内恒温保水和模拟大气条件的渐进崩解实验, 跟踪观察崩解产物的粒度变化, 引入分形几何的理论模型, 提出利用分维数来定量描述红砂岩崩解破碎的非线性动态过程, 并结合湘南某高速公路红层软岩路基工程建设, 提出相应的崩解稳定分维数。研究表明: 基于质量的分形分布模型能较好地描述岩石崩解破碎过程中粒度的分布特征, 其分维数可作为判断红层软岩崩解完成与否的控制指标。通过计算机数值模拟, 进一步验证了分形理论应用于崩解破碎过程定量描述的适用性, 并以数值模拟实验得到的筛分数据, 统计得出基于质量的分形分布和常用的 $R-R$ 分布的参数之间的关系。

关键词: 红层软岩; 崩解; 粒度分布; 分维数; 数值模拟

中图分类号: TU458

文献标识码: A

文章编号: 1672-7207(2007)02-0351-06

Fractal analysis and numerical modeling disintegrate process of red-bed soft rock

ZHAO Ming-hua, CHEN Bing-chu, SU Yong-hua

(Institute of Geotechnical Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

Abstract: Based on the indoor gradual disintegration testing of red-bed soft rock, whose conditions are constant temperature, water conservation and simulated atmospheric environment, the change of disintegration product granularity was tracked. The fractal geometry theoretical models was brought forward, the fractal dimension to quantitatively describe the nonlinear dynamic disintegrate process of red sandstone was put forward. Conjoining a highway red-bed soft rock roadbed engineering structure in south Hunan, a corresponding disintegration steady fate value was proposed. In addition, through computer numerical modeling, which furtherly verifies the applicability of fractal theory. The sizing screen date obtained by numerical simulation was used to obtain the relationship between fractal distribution based on mass and commonly used $R-R$ distribution parameters by fitting.

Key words: red-bed soft rock; disintegrate; grain distribution; fractal dimension; numerical modeling

岩石经过亿万年的地质演变和多次复杂的构造运动, 微观上含有随机分布的不同阶次孔隙和裂纹, 在宏观尺度上又为多种地质构造面(节理、断层和软弱面等)所切割, 裸露的岩石还受到自然的风化剥蚀作用, 崩解和破碎成大小不等的颗粒, 从而导致岩石结构复杂, 介质不均匀, 呈现出强烈的非线性、各向异性、

随机性等复杂的物理力学性质。

岩石广泛赋存于交通、土建、水利、采矿、能源等工程应用领域, 其风化崩解与破碎研究一直是岩土工程的热点问题。而采用基于均匀性、连续性假设的经典固体力学理论来研究岩石的风化崩解和破碎过程, 存在一定的局限性。

收稿日期: 2006-09-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50578060)

作者简介: 赵明华(1956-), 男, 湖南邵阳人, 博士, 教授, 从事桩基础及特殊土地基处理研究

通讯作者: 陈炳初, 男, 博士; 电话: 0731-8821659; E-mail: chenbinchu1820@yahoo.com.cn

Mandelbrot 于 1982 年创立了分形几何学^[1], 为描述繁杂的社会生活和自然景象, 以及探索物质世界背后的复杂机制提供了简洁的工具^[2]。其后, Freisen 等^[3]用它来描述岩土工程领域中岩土粒子的孔隙面积; Brakensiek 等^[4]用于描述孔隙尺寸分布; Matsushita 等^[5-8]将其用于岩土颗粒分布描述; 我国自 20 世纪 80 年代起, 王谦源等^[9-15]将分形几何应用于岩石微结构的不规则性描述, 建立了岩石分形力学, 在裂纹的拓展、节理力学、损伤统计强度理论、破碎等问题的研究上取得了突破性进展。在此, 本文作者拟运用分形几何理论来描述红层软岩崩解破碎的动态过程, 利用分维数来定量评价红层软岩崩解的完成程度, 并对基于质量的分形分布模型与常用的 $R-R$ 分布进行讨论。

1 岩石崩解破碎及分形理论模型

岩石自形成以后, 遭受不同时期的地质运动, 一旦出露于地表, 则经历物理、化学和生物风化以及搬运等损伤演化作用, 其结构、成分、粒度都发生改变。岩石的宏观崩解破碎是其内部微裂纹不断萌生、发育、拓展和连通的最终结果, 实际上也是能量耗散的非线性动力过程, 裂纹的分布及碎块的尺度都呈现出很好的统计自相似性, 具有分形性质^[9,12,14]。其碎块的粒度分布的分形分布形式^[4-6]为:

$$N(r>R)=CR^{-D} \quad (1)$$

式中: $N(r>R)$ 为特征尺度 r 大于 R 的颗粒数目; C 为比例常数; D 为分维数。然而, 对于岩土颗粒, 将基于颗粒数量的式(1)转换成基于质量的形式更为方便^[6-7,9], 因为通过筛分实验可方便地得出表征质量与尺寸间的关系, 即:

$$\frac{M(r<R)}{M_T} = \left(\frac{R}{R_{L,upper}}\right)^v \quad (2)$$

式中: $M(r<R)$ 为特征尺度 r 小于 R 颗粒的累计质量; M_T 为所有特征尺度 r 小于 $R_{L,upper}$ 的颗粒的总质量; $R_{L,upper}$ 为分形分布无标度区间的上限, 而 v 为该分布的形状常数。式(1)与式(2)可通过它们的增量形式联系起来。将式(1)和(2)两边取对 R 的微分可得:

$$dN \propto R^{-D-1} dR, \quad (3)$$

及

$$dM \propto R^{v-1} dR \quad (4)$$

假设碎块颗粒的密度为一常量, 则具有特征尺度

r 的颗粒体积与它的质量呈正比例关系, 即 $r^3 \propto m$; 依此, 可得颗粒数目增量与质量增量间的关系为:

$$R^3 dN \propto dM \quad (5)$$

将式(3)和(4)代入式(5)则有:

$$R^3 R^{-D-1} \propto R^{v-1} \quad (6)$$

比较其指数可得:

$$D=3-v \quad (7)$$

尚需指出的是, 式(2)的幂指数关系也存在一个下限 $R_{L,lower}$, 即仅在无标度区间 $[R_{L,lower}, R_{L,upper}]$ 内成立。

若以基于质量的分形分布模型来分析颗粒分布特征, 无标度区间的上下限 $R_{L,lower}$ 和 $R_{L,upper}$ 以及分维数 D 可通过以下方式求出: 即先在双对数坐标系中画出 $M(r<R)/M_T$ 和 R 的散点图, 通过线性拟合全体数据并计算残差, 再大致估计一个无标度区间, 计算残差以及误差均方根(RMSE), 重复以上过程, 直到 RMSE 最小化。根据拟合直线的斜率即可由式(7)求得分维数 D 。

大量文献结果表明, 岩石碎裂后的无标度区间可达 2~4 个数量级, 考虑到样本的代表性以及可能存在的颗粒缺失情况, 本文建议按式(2)对筛分试验数据进行最小离差平方和的非线性拟合, 再对其进行显著性检查, 以判断模型的拟合精度是否可以接受。该方法更加方便且不失合理性。

2 岩石的崩解破碎

结合京珠高速公路湘末段工程实践, 对沿线红层盆地取 23 组实验样品, 分别进行室内恒温保水和模拟大气条件(光照和间隔性淋水)的渐进崩解实验^[16]。结果表明, 随着暴露时间的延长和干湿循环次数的增加, 岩块不断崩解碎化, 最后呈渣状或泥状, 各粒组的颗粒含量百分数也随时间发生相应的变化, 图 1 和 2 给出了 2 组岩样在不同实验条件下, 各粒组颗粒增量随崩解深入的渐进变化过程, 其中 0 线以上为粒组颗粒含量相对增加的百分数, 0 线以下为减少的百分数, 若靠近于 0 线则表示变化趋于停滞, 各点的代数和即为崩解后期的百分含量。

显见, 各粒组颗粒含量大体上呈现出先增加后减小, 最后趋于稳定的变化趋势, 其中 2~0.5 mm 粒组在崩解后期处于绝对优势, 占总质量的 60%左右。然而, 对于恒温保水和模拟大气条件下的 2 种不同实验方式, 崩解发展轨迹亦不同。在恒温保水情况下, 崩

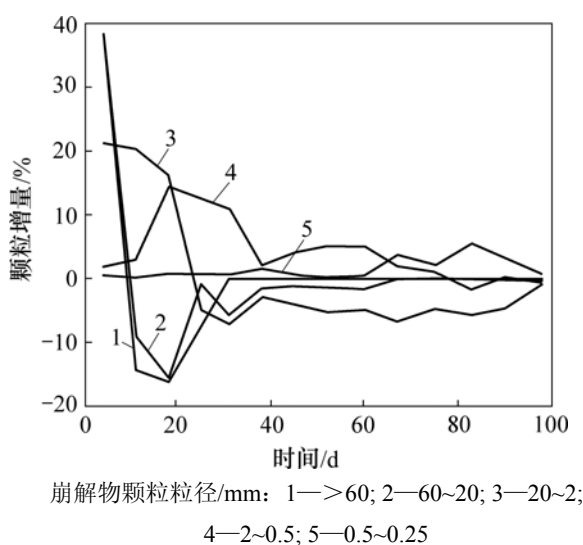


图1 室内崩解实验

Fig.1 Indoor disintegration experiment

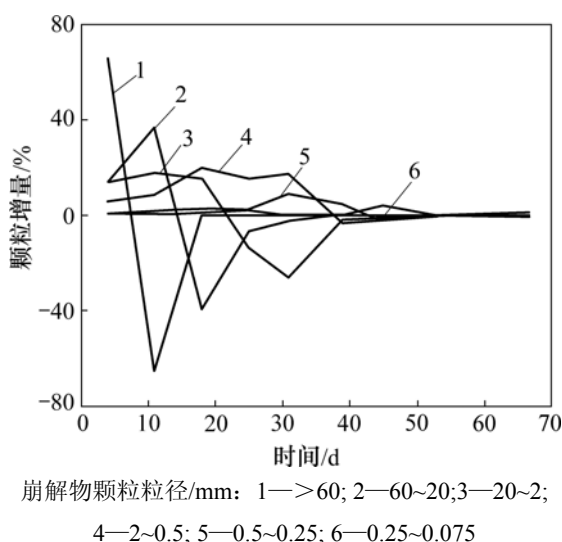


图2 模拟大气条件崩解实验

Fig.2 Disintegration experiment under simulate atmospheric conditions

解过程缓慢而持续增长,而在模拟大气条件下,因干湿交替变换,导致崩解初期迅速增长,然后略微减小,但两者最后都稳定在60%附近。此外,粒径大于2 mm的颗粒在崩解初期速度剧增,随后又迅速减少,最后的颗粒含量不超过30%,粒径小于0.5 mm的颗粒则一直增加,在崩解后期的含量约为10%。

3 分维数计算及其应用

若以上述方法对各崩解破碎物的筛分数据进行分

维数计算,即先绘实验数据的 $\log(R) - \log(M(r < R)/M_T)$ 散点图,再估计一个大致无标度区间作线性回归,根据回归直线的斜率按式(7)计算出分维数。若以模拟大气条件下崩解4 d和11 d后的崩解破碎物的筛分数据为例,可求得分维数 $D_4=1.846\ 2$, $D_{11}=2.289\ 9$,其他时间点的数值也同样可得。图3直观地反映了分维数的变化特点。随着时间的推移,崩解过程不断深入,对应的分维数也逐渐增大,但增大趋势日趋平缓,最后稳定在2.7左右。

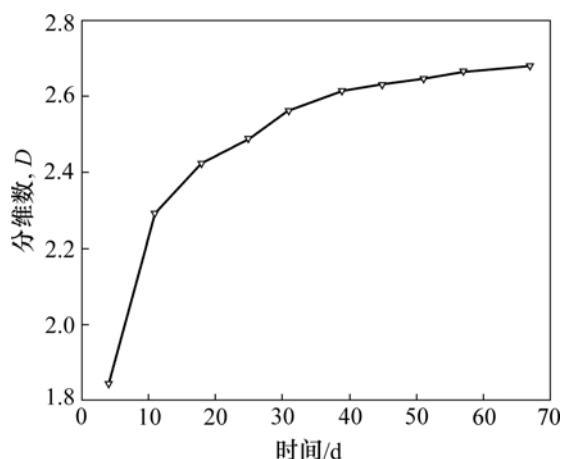


图3 模拟大气条件下分维数变化示意图

Fig.3 Sketch-map of fractal dimension under simulate atmospheric conditions

实验表明,若人为营造干湿交替变化条件,可加速软岩的崩解过程,因此,通过一定的施工措施,可使红层软岩加速崩解成为红砂土,从而用作高速公路的路基填料,而分维数则可作为描述这一过程完成情况的量化指标。实验结果表明,当其值达到2.6~2.7时,红层软岩的崩解基本趋于稳定,即不再影响公路路基的稳定^[16]。京珠高速公路湘末段的红砂岩路基工程充分证明了这一结论,该工程已完工多年,运营情况良好。

4 岩石崩解破碎过程的数值模拟

实测结果^[6-7, 10, 13, 15-16]表明,岩石的崩解破碎,无论是因自然风化引起,还是动力破碎引起,都形成具有统计意义的自相似的粒度分布。岩石在崩解破碎过程中逐渐破碎,颗粒数目不断增加;颗粒整体粒径不断减小。但由于小颗粒内部缺陷较少,强度较大,继续发生破碎所需要的能量和时间都很大,所以,当崩解破碎到一定程度后,将趋于停滞。Tyler等^[7, 10]以岩

石的崩解破碎过程自相似为前提, 提出如下理论计算模型:

$$D = \frac{\log(nP_c)}{\log(1/r)} \quad (8)$$

式中: P_c 为各级原胞发生下一级破碎的概率, $1/8 \leq P_c \leq 1$; n 为次级破碎单元的数量; $1/r$ 为相邻两级破碎单元的尺度相似比; D 为颗粒粒度分形分布的分维数。可见, 分维数不仅与破碎概率有关, 还与尺度相似比有关, 并导出分维数最大值为 3, 对应的 $P_c=1$, 即完全破碎。文献[17]基于自相似原理, 假定在干湿循环作用下, 一个粒度为 R 的颗粒总是崩解为其自身粒度 $1/r_i$ 的颗粒 N_i 个, 即崩解为粒度 $\left\{ \frac{R}{r_1}, \frac{R}{r_2}, \dots, \frac{R}{r_i}, \dots, \frac{R}{r_n} \right\}$ 的颗粒数分别为 $\{N_1, N_2, \dots, N_i, \dots, N_n\}$ 个, 而根据崩解前后质量(固体体积)不变的原理, 崩解物粒度和颗粒数量满足下式:

$$\frac{N_1}{r_1^3} + \frac{N_2}{r_2^3} + \dots + \frac{N_i}{r_i^3} + \dots + \frac{N_n}{r_n^3} = 1 \quad (9)$$

每一级崩解都按这一规律进行, 显然, 这样的崩解模式也将产生自相似的分形分布。

严格数学意义上的分形是无穷嵌套结构的, 但事实上, 颗粒粒度分布总是存在“无标度区”, 崩解过程也不能无限进行下去, 当到达一定程度后, 输入系统的能量小于发生更深层次崩解所需要的能量时, 即可认为崩解完成。

基于上述思想, 本文对该崩解破碎过程以 MATLAB 进行数值模拟, 并试图突破严格自相似的前提, 只限定分解前后质量保持恒定, 即作如下假定:

- 各级分解物中只有部分颗粒发生下一级分解, 定义该部分颗粒数目占总颗粒的百分数为破碎概率;
- 破碎概率随分解的深入逐渐减小, 初始概率可按实际情况选取, 一般可取 100%;
- 每一级颗粒分解出的小颗粒的数目逐渐变少, 小颗粒的体积也不加限定地随机确定。
- 由于实测结果表明, 0.5~2 mm 间的颗粒质量

占总质量的 60% 左右, 可认为该粒组的破碎概率较小。

判断崩解趋于完成的标准是相邻两级的分维数之比不大于 $1+\xi$, 程序流程如图 4 所示。

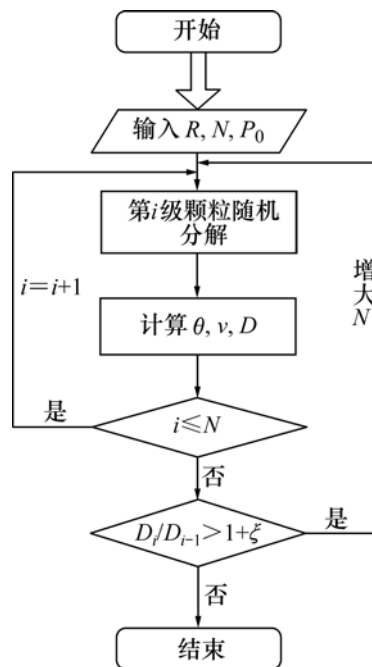


图 4 程序流程图

Fig.4 Programmer flow chart

对初始块度为 {150, 200, 300, 500, 600, 800} mm 的岩块进行 7~10 级分解的数值模拟实验, 对各级分解物进行模拟筛分试验, 获得 6×6 共 36 组数据, 以基于威布尔(Weibull)分布的 Rosin-Rammler(R-R)方程^[18](式(10))进行拟合, 其 R^2 均达到 99% 以上, 因此, 可用该程序模拟生成符合一定实际情况的粒度分布。

$$W(r) = 100[1 - \exp(-(r/R_c)^\theta)] \quad (10)$$

式中: $W(r)$ 为筛下累计质量(%); r 为分解物颗粒的特征尺度; R_c 为粒度模数, 对应于筛下累计质量为 63.2% 的粒径; θ 为分布模数。

但采用不同的筛比, 各模型的拟合参数也不尽相同(见表 1), 一般筛比越大, θ 越大, v 越大, 而 D 越

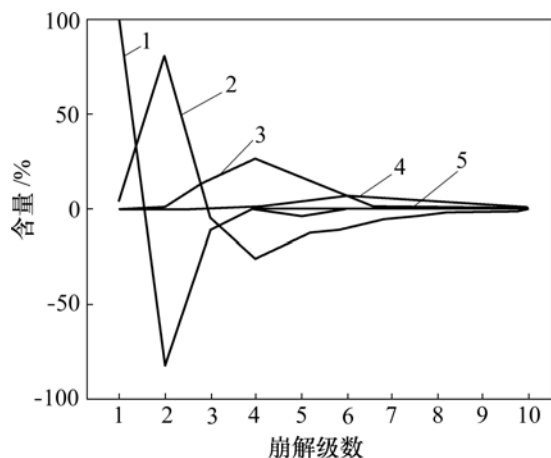
表 1 不同筛比下分布模数变化
Table 1 Change of modulus of distribution

筛比	级数	5 [#] -4	5 [#] -5	5 [#] -6	5 [#] -7	5 [#] -8	5 [#] -9
$R_{10/3}$	θ	2.215 0	2.005 0	1.812 0	1.726 0	1.657 0	1.636 0
	R^2	0.995 8	0.998 2	0.997 6	0.997 6	0.998 3	0.998 3
$R_{20/3}$	θ	2.191 0	2.005 0	1.821 0	1.722 0	1.655 0	1.626 0
	R^2	0.996 1	0.997 6	0.997 6	0.997 2	0.997 7	0.997 8

注: $R_{20/3}$ 指筛比为 $(\sqrt[20]{10})^3$ 标准筛序列, $R_{10/3}$ 类似。

小,因而,有必要统一筛分尺度,以便进行数据对比和交换。

图5给出了2号试样9次模拟分解过程的颗粒含量(百分率)变化图,图6所示为其随着崩解深入,分维数的变化曲线,其中: N 为崩解级数, D 为分维数。



崩解物颗粒粒径/mm: 1—>63.1; 2—63.1~39.8;
3—39.8~25.1; 4—25.1~15.8; 5—15.8~10

图5 2号试样颗粒含量变化图

Fig.5 Sketch-map of grain distribution of sample 2

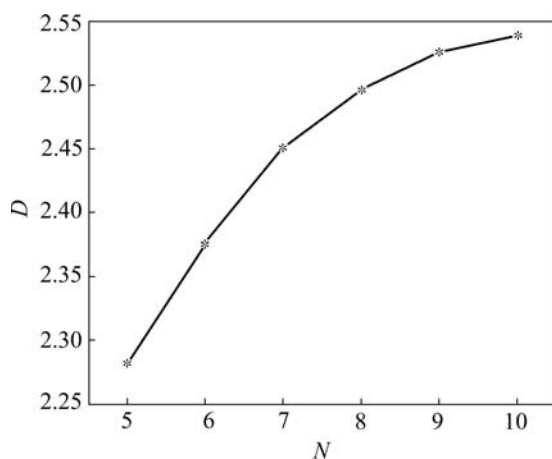


图6 2号试样分维数变化示意图

Fig.6 Sketch-map of fractal dimension of sample 2

对上述36组数据,分别以式(7)和式(10)进行非线性拟合,可得分维数 D 与 $R-R$ 方程的分布模数 θ 之间的关系,即 $D = -0.3071\theta + 3.021$, $R^2 = 0.702$ 见图(7)。因此,试图对 $R-R$ 方程作泰勒展开而直接得到式(2)的做法有待商榷^[9, 13, 16-17]。

对比室内崩解实验和模拟大气条件的渐进崩解试验,本文所采用的数值模拟机制在一定程度上反映了实际情况,进一步证明了随机的崩解破碎过程,可

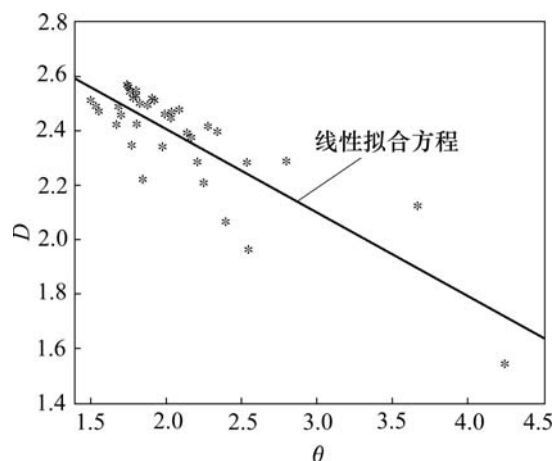


图7 θ 和 D 间的统计关系

Fig.7 Statistical relation between θ and D

用分形几何来表述,是一分形生长的过程,其分维数的变化趋势能很好地表述崩解破碎的全过程。

5 结 论

a. 岩石崩解破碎过程是能量耗散的非线性过程,采用基于质量的分形分布模型能较好地表述该过程中粒度的分布特征。

b. 以分维数作为判断红层软岩崩解完成与否的控制指标是可行的。湖南南部红层软岩工程实践表明,当分维数达到2.6~2.7时,崩解趋于稳定,可作为高速公路路基填料。

c. 数值模拟分析结果表明,岩石崩解破碎过程是一分形生长的过程,并在 $R-R$ 方程的分布模数和分维数之间存在某种线性关系,但这一关系有待实践检验。

d. 分形理论可对岩石崩解破碎过程作出合适的定量描述,但其复杂的物理机制,尚需结合诸如混沌动力系统理论进行深入探讨。

参考文献:

- [1] Mandelbrot B B. The fractal geometry of nature[M]. San Francisco, 1982: 5-8.
- [2] 汪富泉,李后强. 分形[M]. 济南: 山东教育出版社, 1996: 8-12.
WANG Fu-quan, LI Hou-qiang. Fractal[M]. Jinan: Shandong Educational Press, 1996: 8-12.
- [3] Friesen W I, Mikula R J. Fractal dimensions of coal particles[J].

- J of Colloid and Interface, 1987, 20(1): 263–271.
- [4] Brakensiek D L, Rwal W J, Logsdond S D, et al. Fractal description of micro-porosity[J]. Soil Sci Soc Am J, 1992, 56: 1721–1723.
- [5] Matsushita M. Fractal viewpoint of fracture and accretion[J]. J Phys Soc Jpn, 1986, 54: 857–860.
- [6] Turcotte D L, Harris R A. Relationship between the oceanic geoid and the structure of the oceanic lithosphere[J]. Marine Geophysical Researches, 1984, 54: 1–2.
- [7] Tyler S W, Wheatcraft S W. Fractal scaling of soil particle size distribution: Analysis and limitations[J]. Soil Sci Soc Am J, 1992, 56: 362–370.
- [8] 刘志祥, 李夕兵. 尾砂级配的混沌优化[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2005, 36(4): 683–688.
- LIU Zhi-xiang, LI Xi-bing. Chaotic optimization of tailings gradation[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2005, 36(4): 683–688.
- [9] 王谦源, 张清. 破碎体颗粒分级的分形分析[C]//中国岩石力学与工程学会第四次学术大会论文集. 北京: 中国科学技术出版社, 1996: 8–15.
- WANG Qian-yuan, ZHANG Qing. Sieve analysis of the fractal fragments and its grading evaluation[C]//Proceedings of the 4th National Conference of Rock Mechanics and Engineering. Beijing: Chinese Science and Technology Press, 1996: 8–15.
- [10] 高峰, 谢和平, 赵鹏. 岩石块度分布的分形性质及细观结构效应[J]. 岩石力学与工程学报, 1994, 13(3): 240–246.
- GAO Feng, XIE He-ping, ZHAO Peng. Fractal properties of size-frequency distribution of rock fragments and the influence of mesostructure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1994, 13(3): 240–246.
- [11] 谢和平. 分形-岩石力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 1995: 129–135.
- XIE He-ping. An introduce to fractal rock mechanics[M]. Beijing: Beijing Science Press, 1995: 129–135.
- [12] 谢和平, 于广明. 采动岩体分形裂隙网络研究[J]. 岩石力学与工程学报, 1999, 18(2): 147–151.
- XIE He-ping, YU Guang-ping. Research on the fractal reflects of crack network in over burden rock stratum[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1999, 18(2): 147–151.
- [13] 谢和平, 高峰, 周宏伟, 等. 岩石断裂和破碎的分形研究[J]. 防灾与减灾工程学报, 2003, 23(4): 1–9.
- XIE He-ping, GAO Feng, ZHOU Hong-wei, et al. Fractal fracture and fragmentation in rocks[J]. Journal of Disaster Prevention and Mitigation Engineering, 2003, 23(4): 1–9.
- [14] 谢和平, 彭瑞东, 周宏伟, 等. 基于断裂力学与损伤力学的岩石强度理论研究进展[J]. 自然科学进展, 2004, 14(10): 1086–1092.
- XIE He-ping, PENG Rui-dong, ZHOU Hong-wei, et al. Progress in strength theory of rocks based on fracture mechanics and damagemechanics[J]. Progress in Nature, 2004, 14(10): 1086–1092.
- [15] 涂新斌, 王思敬, 岳中琦. 风化岩石的破碎分形及其工程地质意义[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(4): 587–595.
- TU Xin-bing, WANG Si-jing, YUE Zhong-qi. Fractal fragmentation of weathered rock and its application in engineering geology[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(4): 587–595.
- [16] 苏永华, 赵明华, 刘晓明. 软岩膨胀崩解试验及分形机理[J]. 岩土力学, 2005, 26(5): 728–732.
- SU Yong-hua, ZHAO Ming-hua, LIU Xiao-ming. Research of fractal mechanism for swelling & collapse of soft rock[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(5): 728–732.
- [17] 刘晓明. 红层软岩崩解性及路基动力变形特性研究[D]. 长沙: 湖南大学土木工程学院, 2006: 46–51.
- LIU Xiao-ming. Research on slaking properties of red beds soft rock and dynamic deformation properties of embankment[D]. Changsha: College of Civil Engineering, Hunan University, 2006: 46–51.
- [18] 李启衡. 粉碎理论概要[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1993: 30–34.
- LI Qi-heng. Summary of crash theory[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1993: 30–34.