

# 大型立式淬火炉温度分布参数系统参数辨识算法

喻寿益<sup>1</sup>, 曹悦彬<sup>1</sup>, 周璇<sup>2</sup>

1. 中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙, 410083;
2. 华南理工大学 化工与能源学院, 广东 广州, 510641)

**摘要:** 以块脉冲函数为基函数, 利用正交函数变换将由偏微分方程描述的分布参数系统模型转化为最小二乘形式的代数方程, 在此基础上推导出大型立式淬火炉温度分布参数系统的参数辨识算法, 并进行仿真和 31 m 立式淬火炉温度控制系统应用, 该算法能够满足控制规律对参数辨识实时性和精度的要求。研究表明: 基于正交函数逼近法的分布参数系统参数辨识算法的关键在于正交函数正、反向积分运算矩阵的求解。辨识过程中考虑大型立式淬火炉温度分布参数系统模型边界条件和初始条件的影响, 提高参数辨识精度, 参数辨识精度为-6%~6%, 保持系统的空间分布特性, 算法计算量小, 可以实现在线参数辨识。

**关键词:** 分布参数系统; 正交函数变换; 积分运算矩阵; 递推参数辨识算法

中图分类号: TP273

文献标识码: A

文章编号: 1672-7207(2008)06-1285-06

## Algorithm of parameter identification for temperature distributed parameter system of large-scale vertical quench furnace

YU Shou-yi<sup>1</sup>, CAO Yue-bin<sup>1</sup>, ZHOU Xuan<sup>2</sup>

- (1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;
2. School of Chemical and Energy Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China)

**Abstract:** Taking block pulse function as basic function and using orthogonal function transfer, the partial differential equation describing distribution parameter system model was transferred to algebra equation of least square, and the parameter identification algorithm for temperature distribution parameter system of large-scale vertical quench furnace was deduced. The emulational was made and it was applied in 31 m vertical quench furnace temperature control system indicating that this method can meet the demand on real-time and precision of parameter identification. The results show that the key of this algorithm is the solution of the integral operational matrix of orthogonal function. The identification considers the influence of initial condition and boundary condition, so the parameter identification precision is improved to -6%—6% and that also keeps the special distribution characteristic of system. This parameter identification method is easy to compute and can realize online parameter identification.

**Key words:** distribution parameter system; orthogonal function transform; integral operational matrix; iterative algorithm of parameters identification

大型立式淬火炉是大型高强度铝合金构件淬火热处理的关键装备, 这些构件包括火箭和导弹的端环、飞机大梁、机翼和尾翼的龙骨等, 它们是航空航天器

的重要组成部分。为获得高强度力学性能和均匀的晶粒织构, 要求淬火热处理温度波动范围十分狭窄, 一般需达到-3~3 ℃。大型立式淬火炉高达 31 m, 直径

收稿日期: 2008-01-15; 修回日期: 2008-03-28

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(60634020)

通信作者: 喻寿益(1940-), 男, 江西南昌人, 教授, 从事自适应控制、过程控制和进化计算理论及应用等研究; 电话: 0731-8836739; E-mail: s\_yushouyi@sina.com

为 3.5 m, 工况复杂, 采用多区段加热方式, 炉内温度分布呈本征非均匀性, 具有分布参数、非线性、强耦合等特点, 温度控制精度和分布均匀性要达到-3~3 °C 相当困难<sup>[1-3]</sup>。大型立式淬火炉内多种热交换方式并存, 以对流方式为主, 其温度场可以用二阶分布参数系统近似描述, 为了获得温度控制高精度和高均匀性, 需要辨识系统参数。运用正交函数进行分布参数系统参数辨识是近年来迅速发展的一种方法<sup>[4]</sup>。该方法的实质是将描述分布参数系统的偏微分方程通过正交函数变换转化为代数方程组<sup>[5]</sup>, 变换过程涉及正交函数的正、反向积分运算矩阵求解, 以及求解变换后模型中的未知参数, 算法的关键在于正交函数的选择和正、反向积分运算矩阵的求解<sup>[6-8]</sup>。在此, 本文作者研究基于正交函数逼近法的大型立式淬火炉温度分布参数系统参数辨识过程, 推导参数辨识在线递推算法, 通过实例验证算法的有效性。并将该算法应用于 31 m 立式淬火炉温度控制系统中, 以提高温度控制精度和均匀性。

### 1 积分运算矩阵的标准化求解方法

块脉冲函数由于具有原理简单、便于实现以及很好的逼近程度而得到广泛应用。本文利用块脉冲函数的正交特性<sup>[9-10]</sup>将分布参数系统的参数辨识问题转化为一般代数问题, 避免了偏微分方程的运算, 适合于在计算机上求解。

在区间  $t \in [0, T]$  中包含  $m$  个分量的块脉冲函数族定义为

$$\Pi_{(m)}(t) = \begin{cases} 1, & \text{当 } (k-1)T/m \leq t < kT/m \text{ 时;} \\ 0, & \text{其他。} \end{cases}$$

$$k=1, 2, \dots, m. \tag{1}$$

它可以表示为矩阵形式:

$$\Pi_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{m \times m}.$$

正向积分运算矩阵为:

$$\int_0^t \Pi_{(m)}(\tau) d\tau \approx \frac{T}{m} P \Pi_m = P_{II} \Pi_m,$$

$$0 \leq t \leq T. \tag{2}$$

式中:  $P$  和  $P_{II}$  均为  $m$  阶方阵。

$$P_{II} = \frac{T}{m} P = \frac{T}{m} \begin{bmatrix} 1/2 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1/2 & \ddots & 1 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

反向积分运算矩阵为:

$$\int_T^t \Pi_{(m)}(\tau) d\tau \approx -\frac{T}{m} R \Pi_m = R_{II} \Pi_m. \tag{3}$$

式中:  $R$  和  $R_{II}$  均为  $m$  阶方阵。

由  $\int_T^t \Pi_m(\tau) d\tau \approx \int_0^t \Pi_m(\tau) d\tau - \frac{T}{m}$ , 可以推出:

$$R_{II} = -\frac{T}{m} R = -\frac{T}{m} \begin{bmatrix} 1/2 & & & 0 \\ 1 & 1/2 & & \\ \vdots & 1 & \ddots & \\ 1 & \dots & 1 & 1/2 \end{bmatrix}.$$

### 2 二阶分布参数系统参数辨识的正交函数逼近法

大型立式淬火炉温度分布参数控制系统可以用二阶常系数混合型偏微分方程描述。

$$\frac{\partial X(z,t)}{\partial t} = \theta_1 \frac{\partial^2 X(z,t)}{\partial z^2} + \theta_2 \frac{\partial X(z,t)}{\partial z} + \theta_3 X(z,t) + \theta_4 U(z,t),$$

$$0 \leq t \leq t_f, 0 \leq z \leq L. \tag{4}$$

边界条件为:

$$X(0,t) = g_1(t); \tag{5a}$$

$$X(L,t) = g_2(t); \tag{5b}$$

$$\left. \frac{\partial X}{\partial z} \right|_{z=0} = g_3(t); \tag{5c}$$

$$\left. \frac{\partial X}{\partial z} \right|_{z=L} = g_4(t); \tag{5d}$$

初始条件为:

$$X|_{t=0} = f(z). \tag{5e}$$

式中:  $X(z, t)$  为炉内温度;  $U(z, t)$  为发热元件电流。

系统的输出方程为:

$$Y(z, t) = X(z, t) + \varepsilon(z, t).$$

式中:  $Y(z, t)$  为热电偶的测量值。

$$Y(z, t) = [y(z_1, t), y(z_2, t), \dots, y(z_m, t)]^T.$$

$z_1, z_2, \dots, z_m$  为热电偶检测点;  $\boldsymbol{\varepsilon}(z, t)$  为量测噪声向量, 满足条件

$$E(\boldsymbol{\varepsilon}(z_a, t)) = 0, \quad a=1, 2, \dots, m;$$

$$E\{\boldsymbol{\varepsilon}(z_a, t)\boldsymbol{\varepsilon}^T(z_b, t)\} = q(z_a, z_b, t)\delta(t - \tau);$$

$$b=1, 2, \dots, m。$$

由式(4)描述的系统未知参数可用向量  $\boldsymbol{\theta}$  表示为

$$\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]^T。$$

将式(4)离散化得到:

$$\begin{aligned} \frac{X(z, k) - X(z, k-1)}{\Delta t} &= \theta_1 \frac{\partial^2 X(z, k-1)}{\partial z^2} + \\ \theta_2 \frac{\partial X(z, k-1)}{\partial z} &+ \theta_3 X(z, k-1) + \theta_4 U(z, k-1)。 \end{aligned} \quad (6)$$

对上式两边的变量  $z$  进行二重积分。已知边界条件(5a), (5b)和(5c),  $z$  从 0 到  $z$ , 再从  $L$  到  $z$  积分, 得:

$$\begin{aligned} \int_L^z \int_0^z \frac{zX(z, k) - X(z, k-1)}{\Delta t} dzdz &= \\ \int_L^z \int_0^z \theta_1 \frac{\partial^2 X(z, k-1)}{\partial z^2} dzdz &+ \\ \int_L^z \int_0^z \theta_2 \frac{\partial X(z, k-1)}{\partial z} dzdz &+ \\ \int_L^z \int_0^z \theta_3 X(z, k-1) dzdz &+ \\ \int_L^z \int_0^z \theta_4 U(z, k-1) dzdz。 \end{aligned} \quad (7)$$

然后, 对上式进行正交多项式变换得:

$$X(z, k) = \boldsymbol{\Phi}^T(z)\bar{X}(k);$$

$$U(z, k) = \boldsymbol{\Phi}^T(z)\bar{U}(k);$$

$$X(z, 0) = f(z) \approx \boldsymbol{\Phi}^T(z)\bar{f}(k);$$

$$X(0, k) = g_1(k); \quad X(L, k) = g_2(k);$$

$$\left. \frac{\partial X(z, k)}{\partial z} \right|_{z=0} = g_3(k);$$

$$\boldsymbol{\Phi}^T(z)\mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \left( \frac{\bar{X}(k) - \bar{X}(k-1)}{\Delta t} \right) =$$

$$\theta_1 \boldsymbol{\Phi}^T(z)(\bar{X}(k-1) - \mathbf{e} \cdot g_2(k-1) - \mathbf{R}_z^T \cdot \mathbf{e}_1 \cdot g_3(k-1)) +$$

$$\theta_2 \boldsymbol{\Phi}^T(z)\mathbf{R}_z^T (\bar{X}(k-1) - \mathbf{e} \cdot g_1(k-1)) +$$

$$\theta_3 \boldsymbol{\Phi}^T(z)\mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \bar{X}(k-1) +$$

$$\theta_4 \boldsymbol{\Phi}^T(z)\mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \bar{U}(k-1)。 \quad (8)$$

式中:  $\mathbf{e}_{(m \times 1)} = [1, 1, \dots, 1]^T$ 。

以式(7)右边第 1 项说明将多重积分运算转化为代数运算的过程。

$$\begin{aligned} \int_L^z \int_0^z \theta_1 \frac{\partial^2 X(z, k-1)}{\partial z^2} dzdz &= \\ \theta_1 \int_L^z \left( \frac{\partial X(z, k-1)}{\partial z} - \frac{\partial X(z, k-1)}{\partial z} \Big|_{z=0} \right) dz &= \\ \theta_1 (X(z, k-1) - X(L, k-1) - \int_L^z \frac{\partial X(z, k-1)}{\partial z} dz) &= \\ \theta_1 (\boldsymbol{\Phi}^T(z)\bar{X}(k-1) - g_2(k-1) - \int_L^z g_3(k-1) dz) &= \\ \theta_1 (\boldsymbol{\Phi}^T(z)\bar{X}(k-1) - \boldsymbol{\Phi}^T(z) \cdot \mathbf{e} \cdot g_2(k-1) - \boldsymbol{\Phi}^T(z)\mathbf{R}_z^T \cdot \mathbf{e} \cdot g_3(k-1)) &= \\ \theta_1 \boldsymbol{\Phi}^T(z)(\bar{X}(k-1) - \mathbf{e} \cdot g_2(k-1) - \mathbf{R}_z^T \cdot \mathbf{e} \cdot g_3(k-1))。 \end{aligned}$$

考虑到  $\boldsymbol{\Phi}^T(z)$  的正交性, 式(8)可简化为:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \left( \frac{\bar{X}(k) - \bar{X}(k-1)}{\Delta t} \right) &= \\ \theta_1 (\bar{X}(k-1) - \mathbf{e} \cdot g_2(k-1) - \mathbf{R}_z^T \cdot \mathbf{e}_1 \cdot g_3(k-1)) &+ \\ \theta_2 \mathbf{R}_z^T (\bar{X}(k-1) - \mathbf{e} \cdot g_1(k-1)) &+ \\ \theta_3 \mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \bar{X}(k-1) + \theta_4 \mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \bar{U}(k-1)。 \end{aligned} \quad (9)$$

令

$$\boldsymbol{\Delta} = \mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \left[ \frac{(\bar{X}(k) - \bar{X}(k-1))}{\Delta t} \right];$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_1 = \bar{X}(k-1) - \mathbf{e} \cdot g_2(k-1) - \mathbf{R}_z^T \cdot \mathbf{e} \cdot g_3(k-1);$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_2 = \mathbf{R}_z^T (\bar{X}(k-1) - \mathbf{e} \cdot g_1(k-1));$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_3 = \mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \bar{X}(k-1);$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_4 = \mathbf{R}_z^T \mathbf{P}_z^T \bar{U}(k-1)。$$

又  $\text{vec}(\mathbf{B}) = (b_{11}, b_{21}, \dots, b_{m1}, b_{12}, b_{22}, \dots, b_{m2}, \dots)^T$ , 称  $\text{vec}(\mathbf{B}) \in \mathbf{C}^{mn}$  为  $\mathbf{B} \in \mathbf{C}^{m \times n}$  的伴随向量(按列垂直摆放形成的向量), 也称为列压栈<sup>[11]</sup>。显然,  $\text{vec}$  是一个可逆线性变换, 于是, 令

$$\boldsymbol{\Delta}' = \text{vec}(\boldsymbol{\Delta}), \quad \boldsymbol{\Gamma}'_1 = \text{vec}(\boldsymbol{\Gamma}_1), \quad \boldsymbol{\Gamma}'_2 = \text{vec}(\boldsymbol{\Gamma}_2),$$

$$\boldsymbol{\Gamma}'_3 = \text{vec}(\boldsymbol{\Gamma}_3), \quad \boldsymbol{\Gamma}'_4 = \text{vec}(\boldsymbol{\Gamma}_4)。$$

则式(9)可写成如下形式:

$$A' = \theta_1 \Gamma_1' + \theta_2 \Gamma_2' + \theta_3 \Gamma_3' + \theta_4 \Gamma_4'. \quad (10)$$

式(10)经正交多项式逼近变换化为代数矩阵方程。式中,  $\theta_i (i=1, 2, 3, 4)$ 为待估参数。

令

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Gamma_1^1 & \Gamma_2^1 & \Gamma_3^1 & \Gamma_4^1 \\ \Gamma_1^2 & \Gamma_2^2 & \Gamma_3^2 & \Gamma_4^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \Gamma_1^q & \Gamma_2^q & \Gamma_3^q & \Gamma_4^q \end{bmatrix}.$$

$\Gamma_i^j$  对应矩阵  $\Gamma_i'$  的第  $j$  列。式(10)可写成最小二乘形式:  $\Omega\theta = A'$ 。当  $m \times n$  大于等于待辨识参数的个数时, 其最小二乘解为

$$\theta = (\Omega^T \Omega)^{-1} \Omega^T A'. \quad (11)$$

### 3 递推参数辨识算法

大型立式淬火炉热力学参数具有缓慢时变特性, 其分布参数模型的未知参数需要在线进行参数辨识。若用式(11)表示的最小二乘法对系统参数进行辨识, 会造成矩阵  $\Omega^T \Omega$  的求逆运算随着数据点的增加而愈来愈困难<sup>[12-14]</sup>, 从而使得参数辨识算法难以实现。因此, 利用递推最小二乘法得到参数估计的递推算法。

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + M(k)[\Delta(k) - \Omega^T(k-1)\hat{\theta}(k-1)]; \quad (12a)$$

$$M(k) = \frac{P(k-1)\Omega(k-1)}{I + \Omega^T(k-1)P(k-1)\Omega(k-1)}; \quad (12b)$$

$$P(k) = P(k-1) - M(k)\Omega^T(k-1)P(k-1). \quad (12c)$$

递推计算步骤如下:

- a. 置初值  $\hat{\theta}(0) = 0$ ,  $P(0) = (10^5 \sim 10^6)I$ 。
- b. 构成数据矩阵  $\Omega(k-1)$ 。
- c. 进行第  $k$  次采样, 得到数据向量  $\Delta(k)$ 。
- d. 由(12b)计算  $M(k)$ 。
- e. 由(12a)计算  $\theta(k)$ 。
- f. 由(12c)计算  $P(k)$ 。
- g. 使  $k+1 \rightarrow k$ , 并返回 c。

### 4 空间及时间步长分析

为了说明空间步长  $m$  和时间步长  $n$  对参数辨识精度的影响, 忽略  $\frac{\partial X(z,t)}{\partial z}$  和  $X(z,t)$ 项, 考虑偏微分方程

$$\pi^2 \frac{\partial x}{\partial t}(z,t) = \frac{\partial^2 x}{\partial z^2}(z,t) + u, \\ z \in (0,1), t \in (0,1).$$

若输入  $u=1$ , 则

$$\text{待辨识参数: } \theta_1 = \theta_2 = \frac{1}{\pi^2} = 0.1013;$$

$$\text{方程特解: } x(z,t) = e^{-t} \cdot \sin(\pi z) - \frac{1}{2}z^2;$$

$$\text{初始条件: } x(z,0) = \sin(\pi z) - \frac{1}{2}z^2, \quad z \in (0,1);$$

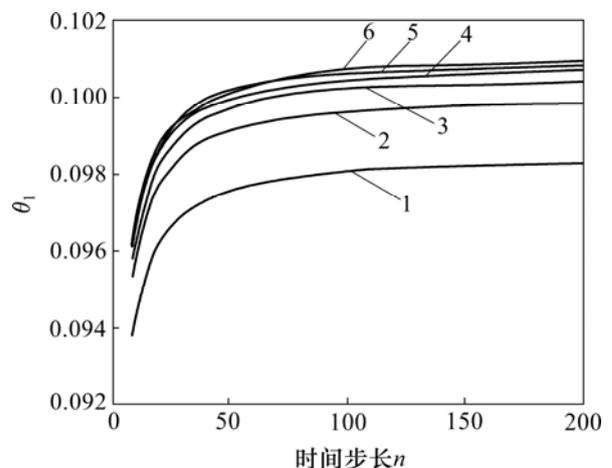
$$\text{边界条件: } x(0,t) = 0, \quad x(1,t) = -0.5, \quad t \in (0,1);$$

$$\left. \frac{\partial x}{\partial z}(z,t) \right|_{z=0} = \pi \cdot e^{-t};$$

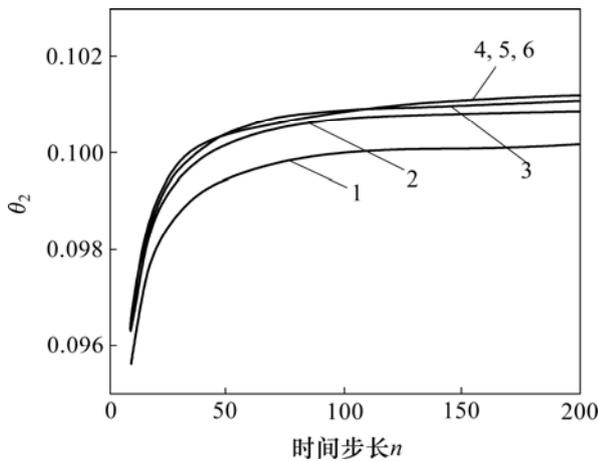
$$\left. \frac{\partial x}{\partial z}(z,t) \right|_{z=1} = -\pi \cdot e^{-t} - 1.$$

在 Matlab 软件平台上利用式(12)研究空间步长  $m$  和时间步长  $n$  对参数  $\theta_1$  和参数  $\theta_2$  辨识精度的影响, 其结果分别如图 1 和图 2 所示。

当  $m$  取值比较小时, 被辨识的参数  $\theta_1$  受  $m$  变化的影响较大, 辨识精度随  $m$  增大而迅速提高; 当  $m > 5$  时, 被辨识参数值的变化减小, 逐渐趋于稳定。



1— $m=3$ ; 2— $m=4$ ; 3— $m=5$ ; 4— $m=6$ ; 5— $m=7$ ; 6— $m=8$   
 图 1 空间步长  $m$  和时间步长  $n$  对参数  $\theta_1$  辨识精度的影响  
 Fig.1 Influence of space step  $m$  and time step  $n$  on identification precision of parameter  $\theta_1$



1— $m=3$ ; 2— $m=4$ ; 3— $m=5$ ; 4— $m=6$ ; 5— $m=7$ ; 6— $m=8$

图2 空间步长  $m$  和时间步长  $n$  对参数  $\theta_2$  辨识精度的影响

Fig.2 Influence of space step  $m$  and time step  $n$  on identification precision of parameter  $\theta_2$

当  $n$  取值比较小时, 辨识结果受  $n$  的影响非常大: 随着  $n$  的增大, 辨识结果迅速收敛于真实值; 而当  $n > 8$ ,  $m$  不变时, 被辨识参数变化变小。这是因为  $t \in (0, 1)$ , 当  $n$  超过一定数值时, 输出增量过小, 信噪比较大, 故  $n$  的取值不必过大。

对于被辨识参数  $\theta_2$ , 其变化趋势比被辨识参数  $\theta_1$  的变化趋势更快。

当空间步长  $m$  取值比较小时, 被辨识参数  $\theta_2$  受空间步长  $m$  变化的影响很大, 辨识精度随  $m$  的增大而迅速提高; 当空间步长  $m > 4$  时, 被辨识参数  $\theta_2$  的变化变小, 逐渐趋于稳定; 当空间步长  $m > 6$  时, 被辨识参数  $\theta_2$  的值不再变化, 趋于稳定。

当时间步长  $n$  取值比较小时, 参数  $\theta_2$  的辨识结果受时间步长  $n$  的影响非常大: 随着  $n$  的增大, 辨识结果迅速接近于真实值, 辨识精度明显提高; 而当时间步长  $n > 8$ , 空间步长  $m$  不变时, 被辨识参数变化变小, 基本收敛于真实值。

当  $m > 8$ ,  $n > 8$  时, 被辨识参数值基本趋于真实值, 辨识精度不随着  $m$  和  $n$  的增加而提高, 满足了大型立式淬火炉温度分布参数控制系统对参数辨识实时性和精度的要求。

从以上参数辨识结果可以看出, 辨识得到的参数值与实际值  $\theta_1 = \theta_2 = 0.1013$  非常接近, 仿真辨识结果符合要求。

## 5 大型立式淬火炉温度分布参数系统动态模型的参数辨识

大型立式淬火炉温度分布参数系统模型为

$$\frac{\partial T(z, t)}{\partial t} = \theta_1 \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial z^2} + \theta_2 \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} + \theta_3 u(z, t)。$$

它分为 11 个区段, 被加热的构件一般置于区段 3~10 之间, 区段 1 靠近炉底, 受外界温度影响很大, 忽略区段 1 的温度采样值, 区段 2 和区段 11 的采样值可视为边界条件。初始条件取时刻为 18:56:10 的数据。有效高度取其中的 8 个区段, 即  $0 \leq z \leq 23$  m, 区段高  $h = 23/8 = 2.875$  m。

31 m 立式淬火炉 1 至 11 区实时温度采样值如表 1 所示。

有效时间  $0 \leq t \leq 480$  s, 升温段的输入为单位阶跃

表 1 实时温度采样值

Table 1 Sampling values of real time temperature

时刻	11 区	10 区	9 区	8 区	7 区	6 区	5 区	4 区	3 区	2 区	1 区
18:56:10	498.5	495.2	491.6	487.9	485.2	482.1	478.4	474.2	469.7	464.5	456.8
18:57:10	500.0	496.9	493.4	489.9	487.1	484.0	480.3	476.0	471.4	464.9	458.4
18:58:10	500.7	498.5	495.4	492.2	489.4	486.2	482.5	478.1	473.5	467.1	460.3
18:59:10	501.1	499.4	496.9	494.3	491.5	488.2	484.4	480.1	475.3	469.5	461.9
19:00:10	500.9	499.4	497.8	496.1	493.2	490.0	486.1	481.7	476.9	471.5	463.3
19:01:10	500.5	499.8	498.7	497.6	494.7	491.5	487.6	483.2	478.4	473.8	464.8
19:02:10	500.5	500.0	499.5	498.9	496.0	492.8	489.0	484.6	479.8	475.7	466.1
19:03:10	500.4	500.0	500.1	500.2	497.4	494.2	490.5	486.2	481.5	478.0	467.4
19:04:10	500.5	500.5	501.2	501.8	499.0	495.8	492.0	487.7	483.0	479.8	468.7

输入。边界条件为

$$\left. \frac{\partial x(z,t)}{\partial z} \right|_{z=0} = \frac{x(z_3,t) - x(z_2,t)}{2h} =$$

$$[1.130 \ 1.099 \ 0.999 \ 0.946 \ 0.800 \ 0.713 \ 0.613 \ 0.546]^T。$$

$$\left. \frac{\partial x(z,t)}{\partial z} \right|_{z=L} = \frac{x(z_{11},t) - x(z_{10},t)}{2h} =$$

$$[0.547 \ 0.384 \ 0.297 \ 0.262 \ 0.122 \ 0.087 \ 0.058 \ 0]^T。$$

利用式(12)参数辨识算法得到

$$\theta_1 = 0.1428, \quad \theta_2 = 0.024, \quad \theta_3 = 0.6673。$$

辨识误差为-6%~6%，计算时间小于 1 ms。

## 6 结 论

a. 利用正交函数逼近法将描述大型立式淬火炉温度分布参数系统的偏微分方程转化为代数方程，从而可以获得分布参数系统的参数辨识模型。

b. 考虑分布参数系统模型边界条件和初始条件的影响，可以提高参数辨识精度，31 m 立式淬火炉温度控制系统参数辨识误差为-6%~6%，保持了系统的空间分布特性，计算量小，实现简单。

c. 实际运行结果表明该算法能够满足分布参数系统参数在线辨识的实时性和辨识精度要求，该参数辨识算法已用于 31 m 立式淬火炉温度控制系统，满足了温度控制精度达到-1~1 °C 对系统参数辨识的要求。

### 参考文献:

- [1] 顾幸生. 分布参数系统正交函数逼近研究[D]. 上海: 华东理工大学信息科学与工程学院, 1993.  
GU Xing-sheng. Research on distributed parameter system in orthogonal function approximation[D]. Shanghai: School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, 1993.
- [2] Sauermann H, Stenzel C H, Keesmann S, et al. High-stability control of multizone furnaces using optical fibre thermometers[J]. Cryst Res Technol, 2001, 36(12): 1329-1343.
- [3] 周旋, 喻寿益, 曹悦彬, 等. 大型立式淬火炉温度分布参数系统动态解耦控制算法[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2007, 38(3): 533-539.  
ZHOU Xuan, YU Shou-yi, CAO Yue-bin, et al. Dynamically decoupling control algorithm of temperature DPS in large-scale vertical quench furnace[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2007, 38(3): 533-539.
- [4] 王钦友, 朱筠. 分布参数系统最优控制的块脉冲序列方法[J]. 南京理工大学学报, 2000, 24(1): 24-27.  
WANG Qin-you, ZHU Yun. A solution for optimal control of distributed parameter systems via block pulse sequences[J]. Journal of Nanjing University of Science and Technology, 2000, 24(1): 24-27.
- [5] 周璇. 大型立式淬火炉温度分布参数系统控制策略研究与应用[D]. 长沙: 中南大学信息科学与工程学院, 2006.  
ZHOU Xuan. Research and application of temperature control strategies based on distributed parameter system in large-scale vertical quench furnace[D]. Changsha: School of Information Science and Engineering, Central South University, 2006.
- [6] 窦磊. 分布参数系统若干近似计算方法应用研究[D]. 南京: 南京理工大学自动化学院, 2006.  
DOU Lei. Application of some approximate methods for distributed parameter systems[D]. Nanjing: School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, 2006.
- [7] 吴俊霖, 陈进兴. 正交函数运算矩阵及其在微分方程之应用[D]. 台湾: 国立成功大学电机资讯学院, 2003.  
WU J L, CHEN C H. The operational matrix of orthogonal functions for differential equations[D]. Taiwan: College of Electrical Engineering and Computer Science, National Cheng Kung University, 2003.
- [8] 周旋, 喻寿益. 分布参数系统参数辨识的最佳测量位置[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2004, 35(1): 238-242.  
ZHOU Xuan, YU Shou-yi. Optimal sensor location for the parameter identification in the distributed parameter system[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2004, 35(1): 238-242.
- [9] 王行愚, 蒋慰孙. 块脉冲算子及其应用[M]. 上海: 华东化工学院出版社, 1989.  
WANG Xing-yu, JIANG Wei-sun. Block pulse operator and its application[M]. Shanghai: East China College of Chemical Technology Press, 1989.
- [10] 徐宁寿, 郑兵. 方块脉冲函数用于线性时变系统的分析和最优控制[J]. 自动化学报, 1982, 8(1): 55-67.  
XU Ning-shou, ZHENG Bing. Analysis and optimal control of time-varying linear systems using block-pulse functions[J]. Acta Automatica Sinica, 1982, 8(1): 55-67.
- [11] 许君一, 孙伟, 齐东旭. 矩阵 Kronecker 乘积及其应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2003, 15(4): 377-388.  
XU Jun-yi, SUN Wei, QI Dong-xu. Kronecker products and applications[J]. Journal of Computer Aided Design & Computer Graphics. 2003, 15(4): 377-388.
- [12] ZHOU Xuan, YU Shou-yi, YU Jiang, et al. Temperature measurement and control system of large-scaled vertical quench furnace based on temperature field[J]. Journal of Control Theory and Applications(JCTA), 2004, 2(4): 401-405.
- [13] 石贤良, 吴成富. 基于 MATLAB 的最小二乘法参数辨识与仿真[J]. 微处理机, 2005(6): 44-46.  
SHI Xian-liang, WU Cheng-fu. Rls parameter identification and emulate based on Matlab/Simulink[J]. Microprocessors, 2005(6): 44-46.
- [14] 周立宏. 31 m 空气循环淬火炉计算机温度控制系统[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2004, 35(2): 285-289.  
ZHOU Li-hong. The computer temperature control system of 31 m air-cycling quenching furnace[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2004, 35(2): 285-289.