

四辊轧机辊系的横向自由振动

孙建亮¹, 彭艳¹, 刘宏民¹, 江光彪²

- (1. 轧制设备及成套技术教育部工程研究中心, 亚稳材料制备技术与科学国家重点实验室, 燕山大学, 河北 秦皇岛, 066004;
2. 宝山钢铁集团有限公司, 上海, 200941)

摘要: 为研究轧机辊系沿辊身长度方向的振动特性及其对板带材板形质量的影响, 以四辊轧机为研究对象, 将工作辊和支撑辊看作弹性连续体, 辊间接触认为是 Winkler 弹性基础, 建立轧机辊系的横向振动模型。根据欧拉-伯努力梁理论, 采用模态叠加法对轧机辊系自由振动耦合方程进行求解, 得到四辊轧机辊系横向振动的自然频率、主振型和振动方程。对宝钢 2030 冷轧机组进行数值模拟, 分析其辊系横向振动特性。研究表明: 四辊轧机辊系横向振动包括 2 个无限序列的自然频率 ω_{1n} 和 ω_{2n} ; 辊系横向自由振动由 2 种振动模式组成, 即低频的同步振动和高频的异步振动; 辊系横向振动中模式 $n=1$ 起主要作用, 低阶时工作辊的振动比支撑辊的振动剧烈; 高阶时支撑辊振幅大于工作辊振幅, 奇数阶振幅大于偶数阶振幅; 轧辊横向振动对带材板形质量有重要影响。
关键词: 四辊轧机; 辊系横向自由振动; 模态叠加法

中图分类号: TG333

文献标识码: A

文章编号: 1672-7207(2009)02-0429-07

Free transverse vibration of rolls for four-high mill

SUN Jian-liang¹, PENG Yan¹, LIU Hong-min¹, JIANG Guang-biao²

- (1. Engineering Research Center of Rolling Equipment and Complete Technology of Ministry of Education, State Key Laboratory of Metastable Materials Science and Technology, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;
- 2 Hot Rolling Mill of Baoshan Iron and Steel Co. Ltd., Shanghai 200941, China)

Abstract: In order to study the transverse vibration of rolls for four-high mill and its effect on the strip shape, the free transverse vibration model of rolls for four-high mill was built. The work roll and backup roll were considered as elastic continuous bodies and the work roll and backup roll were joined by a Winkler elastic layer. According to Euler-Bernoulli beam theory, the coupled equations of free transverse vibration of rolls were solved based on modal superposition method. The numerical modeling was made on 2030 cold tandem mill of Baoshan Iron and Steel Company. The free transverse vibration characteristics of rolls were analyzed, and the natural frequency, principal mode and motion equations were determined. The results show that the free transverse vibration of rolls includes two kinds of vibration modes which are the synchronous vibration at low frequencies ω_{1n} and the asynchronous vibration at high frequencies ω_{2n} . The sequence $n=1$ plays more important role in the free transverse vibration of rolls. The vibration amplitude of work roll is bigger than that of the backup roll in low order, and it is reverse in high order. The vibration amplitude of odd-order is bigger than that of the even-order. The transverse vibration of rolls for four-high mill has important effect on the strip shape.

Key words: four-high mill; free transverse vibration of rolls; modal superposition method

收稿日期: 2008-04-22; 修回日期: 2008-07-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50875231); 河北省重大自然科学基金资助项目(E2006001038)

通信作者: 孙建亮(1981-), 男, 河北永清人, 博士研究生, 从事板带轧机动态建模及板形板厚综合动态控制研究; 电话: 0335-8067916; E-mail: sunjl_1981@163.com

随着国民经济的发展,人们对板带材质量尤其是板形质量要求越来越高。轧机垂直振动对轧机本身和板带材质量有重大影响,许多研究者对轧机垂直振动进行了研究^[1-4],如 Hu 等^[5-6]建立了单自由度和多自由度轧机振动模型,研究了轧机系统的稳定性,对连轧过程进行了仿真;邹家祥等^[7]针对宝钢 2030 冷连轧机振动问题进行分析,将该轧机简化为六自由度不对称“质量弹簧系统”,分析了宝钢 2030 冷轧机的震颤问题;陈勇辉等^[8-9]考虑轧机系统的非线性刚度和阻尼特性,建立了一种四辊冷带轧机二自由度非线性参激振动模型,用数值方法研究了其稳定性。段吉安等^[10]研究了轧制过程工作界面的动力学特性,分析了金属塑性流动、界面摩擦学、工作辊振动的行为机理和其耦合特性。这些研究大多是将轧辊简化为集中质量,采用集中质量法进行研究,很好地解决了振动使板带材产生的厚度误差和表面振纹等问题。然而,轧辊是一弹性连续体^[11-12],而且目前轧机的发展趋势为大型宽带轧机,轧件宽度较大,轧辊辊身长度较大,在这种情况下,认为轧辊是一质点,忽略辊身长度方向的信息,对于研究辊系的振动和由此引起的板带材宽度方向的板形质量问题是不充分的^[13]。为此,本文作者将轧机辊系看作弹性连续体,以四辊轧机辊系为研究对象,采用欧拉-伯努利梁理论,建立四辊轧机辊系横向自由振动模型^[14-15]。对宝钢 2030 冷轧机组进行数值模拟,分析轧机辊系的横向自由振动特性,求得其自然频率和主振型,分析振动影响因素。

1 轧机辊系结构模型

四辊轧机的辊系物理模型如图 1 所示。工作辊受到轧制压力作用,工作辊和支承辊受到弯辊力作用。为了研究轧机辊系横向振动,假设轧辊是各向同性的等截面梁,假设辊间接触为 Winkler 弹性基础,弹性系数为 K ;工作辊和支承辊是简支梁^[14-15]。不考虑剪切变形和转动惯量对轧辊横向振动的影响,应用欧拉-伯努利梁理论对轧辊的横向振动进行分析,其力学模型如图 2 所示。由图 2 可知,工作辊和支承辊通过弹性基础耦合在一起,二者的振动特性相互影响。为了分析过程的通用性,假设工作辊和支承辊两端受到弯辊力作用,工作辊和支承辊受到任意分布压力作用(在真实情况下,支承辊不受分布压力作用)。

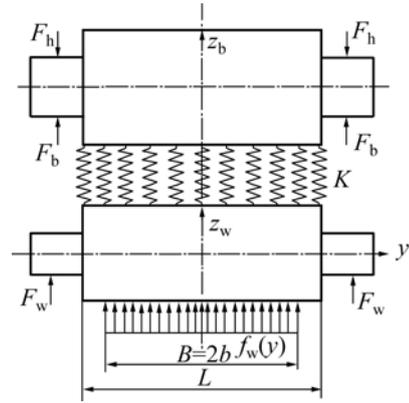


图 1 四辊轧机辊系物理模型

Fig.1 Physical model of rolls for four-high mill

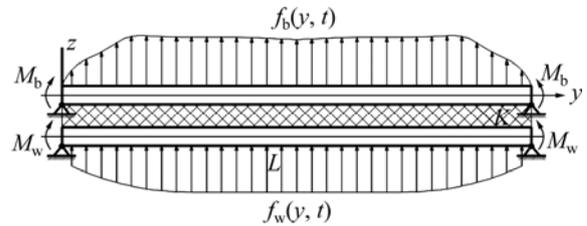


图 2 四辊轧机辊系简化为弹性基础梁模型

Fig.2 Simplified mechanical model of rolls for four-high mill

根据所建力学模型,建立轧辊横向振动方程:

$$E_b I_b z_b^{IV} + \rho_b A_b \ddot{z}_b + K(z_b - z_w) = f_b(y, t);$$

$$E_w I_w z_w^{IV} + \rho_w A_w \ddot{z}_w + K(z_w - z_b) = f_w(y, t). \quad (1)$$

为便于计算,令 $K_i = E_i I_i$, $m_i = \rho_i A_i$, $\dot{z}_i = \partial z_i / \partial t$, $z'_i = \partial z_i / \partial y$ (i 为 b 或 w), 则有:

$$K_b z_b^{IV} + m_b \ddot{z}_b + K(z_b - z_w) = f_b(y, t);$$

$$K_w z_w^{IV} + m \ddot{z}_w + K(z_w - z_b) = f_w(y, t). \quad (2)$$

将工作辊和支承辊都简化为弹性基础上的简支梁,其边界条件和初始条件如下:

$$z_i(0, t) = z_i''(0, t) = z_i(L, t) = z_i''(L, t) = 0. \quad (3)$$

$$z_i(y, 0) = z_{i0}(y), \quad \dot{z}_i(y, 0) = v_{i0}(y) \quad (i \text{ 为 } b \text{ 或 } w). \quad (4)$$

其中: $z_b(y, t)$ 和 $z_w(y, t)$ 分别为支承辊和工作辊的振动方程; $f_b(y, t)$ 和 $f_w(y, t)$ 分别为支承辊和工作辊受到的任意分布力; E_b 和 E_w 分别为支承辊和工作辊的弹性模量; I_b 和 I_w 为支承辊和工作辊的截面惯性矩; ρ_b 和 ρ_w 为支承辊和工作辊的材料密度; A_b 和 A_w 为支承辊和工作辊的横截面面积。

2 辊系自由振动数学模型

要分析辊系的受迫振动, 首先分析辊系的自由振动, 求解辊系的自然频率和相应的振型。辊系自由振动的力学模型如图3所示。辊系的自由振动方程如下:

$$\begin{aligned} E_b I_b z_b^{IV} + \rho_b A_b \ddot{z}_b + K(z_b - z_w) &= 0; \\ E_w I_w z_w^{IV} + \rho_w A_w \ddot{z}_w + K(z_w - z_b) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

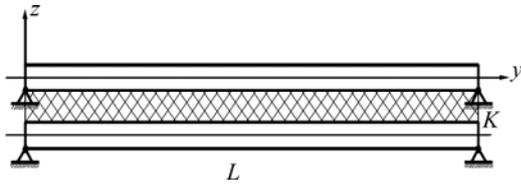


图3 四辊轧机辊系横向自由振动模型

Fig.3 Free transverse vibration model of rolls for four-high mill

设微分方程(5)在边界条件下的解为:

$$\begin{aligned} z_i(y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} X_n(y) T_{in}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n y) T_{in}(t); \\ i &\text{为 } b \text{ 或 } w; \\ X_n(y) &= \sin(k_n y). \end{aligned} \quad (6)$$

其中: $k_n = n\pi / L$ ($n=1, 2, 3, \dots$); $x_n(y)$ 为已知的振型函数; $T_{bn}(t)$ 和 $T_{wn}(t)$ 为未知的时间函数; L 为辊身长度。

将式(6)代入式(5), 有:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{\infty} [\ddot{T}_{wn} + (K_w k_n^4 + K) m_w^{-1} T_{wn} - K m_w^{-1} T_{bn}] X_n &= 0; \\ \sum_{n=1}^{\infty} [\ddot{T}_{bn} + (K_b k_n^4 + K) m_b^{-1} T_{bn} - K m_b^{-1} T_{wn}] X_n &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

于是, 从(8)式可得:

$$\begin{aligned} \ddot{T}_{bn} + W_{bn}^2 T_{bn} - V_b^2 T_{wn} &= 0; \\ \ddot{T}_{wn} + W_{wn}^2 T_{wn} - V_w^2 T_{bn} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $W_{in}^2 = (K_i k_n^4 + K) m_i^{-1}$; $V_i^2 = K m_i^{-1}$; $V_{bw}^4 = K^2 (m_b m_w)^{-1}$; i 为 b 或 w 。

方程(9)的解为:

$$T_{bn}(t) = C_n e^{j\omega_n t}, \quad T_{wn}(t) = D_n e^{j\omega_n t}, \quad j = \sqrt{-1}.$$

其中: ω_n 为系统自然频率; C_n 和 D_n 为未知常数。

将该解代入方程(9)中, 有:

$$\begin{aligned} (W_{bn}^2 - \omega_n^2) C_n - V_b^2 D_n &= 0; \\ (W_{wn}^2 - \omega_n^2) D_n - V_w^2 C_n &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

要使方程组有解, 则其系数行列式为零:

$$\begin{vmatrix} W_{bn}^2 - \omega_n^2 & -V_b^2 \\ -V_w^2 & W_{wn}^2 - \omega_n^2 \end{vmatrix} = 0.$$

$$\text{即 } \omega_n^4 - (W_{bn}^2 + W_{wn}^2) \omega_n^2 + (W_{bn}^2 W_{wn}^2 - V_b^2 V_w^2) = 0. \quad (11)$$

方程(11)的解为:

$$\begin{aligned} \omega_{1,2n}^2 &= 0.5 \left\{ (W_{bn}^2 + W_{wn}^2) \mp \left[(W_{bn}^2 - W_{wn}^2)^2 + 4V_{bw}^4 \right]^{1/2} \right\}, \\ \omega_{1n} &< \omega_{2n}. \end{aligned} \quad (12)$$

因此, 方程(9)的解可以写作以下形式:

$$\begin{aligned} T_{bn}(t) &= C_{1n} e^{j\omega_{1n} t} + C_{2n} e^{-j\omega_{1n} t} + C_{3n} e^{j\omega_{2n} t} + C_{4n} e^{-j\omega_{2n} t}; \\ T_{wn}(t) &= D_{1n} e^{j\omega_{1n} t} + D_{2n} e^{-j\omega_{1n} t} + D_{3n} e^{j\omega_{2n} t} + D_{4n} e^{-j\omega_{2n} t}. \end{aligned}$$

通过三角变换, 上式的等价形式为:

$$\begin{aligned} T_{bn}(t) &= \sum_{i=1}^2 S_{in}(t) = \sum_{i=1}^2 [A_{in} \sin(\omega_{in} t) + B_{in} \cos(\omega_{in} t)]; \\ T_{wn}(t) &= \sum_{i=1}^2 a_{in} S_{in}(t) = \\ &\sum_{i=1}^2 [A_{in} \sin(\omega_{in} t) + B_{in} \cos(\omega_{in} t)] a_{in}. \end{aligned} \quad (13)$$

将式(13)代入式(9), 可得系数 a_{in} :

$$\begin{aligned} a_{in} &= V_b^{-2} (W_{bn}^2 - \omega_{in}^2) = V_w^2 (W_{wn}^2 - \omega_{in}^2) = \\ & \left[(K_b k_n^4 + K) - m_b \omega_{in}^2 \right] K^{-1} = \\ & K \left[(K_w k_n^4 + K) - m_w \omega_{in}^2 \right]^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

将式(12)代入式(14), 系数 a_{in} 可变形为:

$$\begin{aligned} a_{1,2n} &= 0.5 V_b^{-2} \left\{ (W_{bn}^2 - W_{wn}^2) \pm \left[(W_{bn}^2 - W_{wn}^2)^2 + 4V_{bw}^4 \right]^{1/2} \right\}, \\ a_{1n} &> 0, \quad a_{2n} < 0. \end{aligned} \quad (15)$$

最后, 得到轧辊自由振动方程:

$$\begin{aligned} z_b(y, t) &= \sum_{n=1}^{\infty} X_n(y) T_{bn}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(y) \sum_{i=1}^2 S_{in}(t) = \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 X_{bin}(y) S_{in}(t) = \\ &\sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n y) \sum_{i=1}^2 [A_{in} \sin(\omega_{in} t) + B_{in} \cos(\omega_{in} t)]. \end{aligned} \quad (16)$$

$$z_w(y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(y) T_{wn}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(y) \sum_{i=1}^2 a_{in} S_{in}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{i=1}^2 X_{win}(y) a_{in} S_{in}(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n y) \sum_{i=1}^2 [A_{in} \sin(\omega_{in} t) + B_{in} \cos(\omega_{in} t)] a_{in} \quad (17)$$

其中: $X_{bin}(y) = \sin(k_n y)$, $X_{win}(y) = a_{in} \sin(k_n y)$; X_{bin} 和 X_{win} 分别为辊系在自然频率 ω_{in} 下的振型。

根据初始条件求解未知参数 A_{in} 和 B_{in} , 模态函数的正交性为:

$$\int_0^L X_m X_n dy = \int_0^L \sin(k_m y) \sin(k_n y) dy = c \chi_{mn}$$

其中: χ_{mn} 为克罗内克符号, $\chi_{mn} = \begin{cases} 0, & m \neq n \\ 1, & m = n \end{cases}$;

$$c = \int_0^L X_n^2 dy = \int_0^L \sin^2(k_n y) dy = 0.5L$$

将初始条件代入振动方程(17), 根据模态函数的正交性, 可得:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 B_{in} &= c^{-1} \int_0^L z_{b0} X_n dy; \quad \sum_{i=1}^2 a_{in} B_{in} = c^{-1} \int_0^L z_{w0} X_n dy; \\ \sum_{i=1}^2 \omega_{in} A_{in} &= c^{-1} \int_0^L v_{b0} X_n dy; \\ \sum_{i=1}^2 a_{in} \omega_{in} A_{in} &= c^{-1} \int_0^L v_{w0} X_n dy. \end{aligned}$$

联解上面各式可得:

$$\begin{aligned} A_{1n} &= [(a_{2n} - a_{1n}) \omega_{1n} c]^{-1} \int_0^L (a_{2n} v_{b0} - v_{w0}) \sin(k_n y) dy; \\ A_{2n} &= [(a_{1n} - a_{2n}) \omega_{2n} c]^{-1} \int_0^L (a_{1n} v_{b0} - v_{w0}) \sin(k_n y) dy; \\ B_{1n} &= [(a_{2n} - a_{1n}) c]^{-1} \int_0^L (a_{2n} z_{b0} - z_{w0}) \sin(k_n y) dy; \\ B_{2n} &= [(a_{1n} - a_{2n}) c]^{-1} \int_0^L (a_{1n} z_{b0} - z_{w0}) \sin(k_n y) dy. \end{aligned}$$

假设初始条件为:

$$z_{b0}(y) = Z_{b0} \sin(\pi y/L), \quad z_{w0}(y) = Z_{w0} \sin(2\pi y/L), \\ v_{b0} = v_{w0} = 0$$

则:

$$A_{1n} = A_{2n} = 0;$$

$$B_{1n} = [(a_{2n} - a_{1n}) c]^{-1} \cdot$$

$$\int_0^L [a_{2n} Z_{b0} \sin(\pi y/L) - Z_{w0} \sin(2\pi y/L)] \sin(k_n y) dy;$$

$$B_{2n} = [(a_{1n} - a_{2n}) c]^{-1} \cdot$$

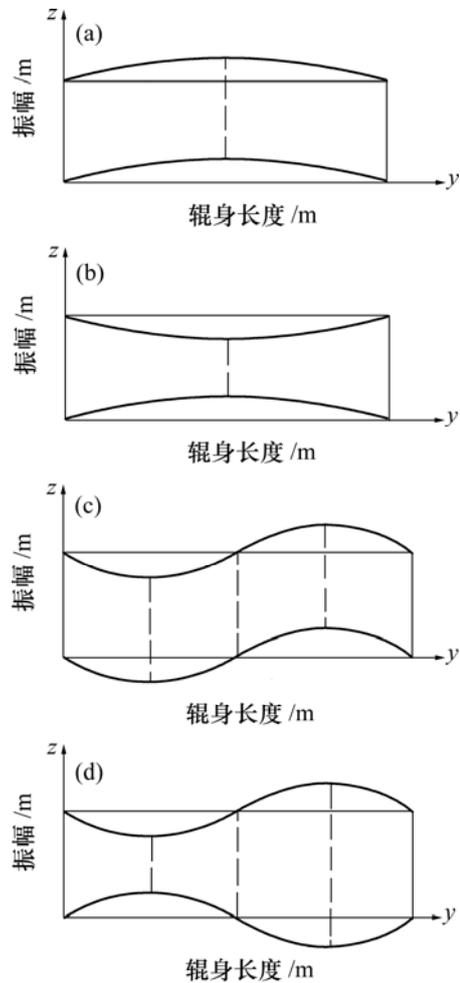
$$\int_0^L [a_{1n} Z_{b0} \sin(\pi y/L) - Z_{w0} \sin(2\pi y/L)] \sin(k_n y) dy.$$

因此, 轧辊自由振动方程为:

$$z_b(y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n y) \sum_{i=1}^2 [B_{in} \cos(\omega_{in} t)]; \quad (18)$$

$$z_w(y,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin(k_n y) \sum_{i=1}^2 [a_{in} B_{in} \cos(\omega_{in} t)]. \quad (19)$$

由轧辊横向自由振动方程可知, 四辊轧机辊系横向振动包括 2 个无限序列的自然频率 ω_{1n} 和 ω_{2n} , 且 $\omega_{1n} < \omega_{2n}$ 。根据系数 $a_{1n} > 0$ 和 $a_{2n} < 0$ 可知, 辊系由 2 种振动模式组成: 低频 ω_{1n} 的同步振动和高频 ω_{2n} 的异步振动, 两者分别对应于 $a_{1n} > 0$ 和 $a_{2n} < 0$ 。图 4 给出了不同模式下 $n=1, 2, 3, \dots$ 时辊系的振型图, 这里取 $n=1$ 和 2 为例进行说明。



(a) $i=1, n=1, a_{11} > 0, \omega_{11}, k_1 = \pi/L$; (b) $i=2, n=1, a_{21} > 0, \omega_{21}, k_1 = \pi/L$; (c) $i=1, n=2, a_{12} > 0, \omega_{12}, k_2 = 2\pi/L$; (d) $i=2, n=2, a_{22} > 0, \omega_{22}, k_2 = 2\pi/L$

图 4 前 2 阶轧机辊系振型图

Fig.4 Mode shapes of vibration of rolls corresponding to the first two pairs of natural frequencies

3 数值模拟

3.1 数值模拟参数

以宝钢 2030 冷连轧机组为研究对象进行数值模拟。该冷连轧机组由 5 机架四辊冷轧机、开卷机、卷取机和其他辅助设备组成。冷轧机的主要参数如下^[8]: 工作辊直径为 550~615 mm; 工作辊辊身长度为 2.03 m; 支承辊直径为 1.425~1.550 m; 支承辊辊身长度为 2.03 m; 弹性模量 $E_b=E_w=2.1 \times 10^{11}$ Pa; 密度 $\rho_b=\rho_w=7.8 \times 10^3$ kg/m³; 基弹性刚度 $K=6 \times 10^{10}$ N/m。

本文取工作辊和支承辊最大直径进行仿真计算, 即 $D_b=1.550$ m, $D_w=0.615$ m。

3.2 仿真分析

取初始条件为: $z_{b0}(y)=0.001 \sin(\pi y/L)$, $z_{w0}(y)=0.001 \sin(2\pi y/L)$, $v_{b0}=v_{w0}=0$ 。基于上述参数, 采用 Matlab 编程进行数值模拟, 辊系自然频率 ω_{1n} 和 ω_{2n} 以及振型系数 a_{1n} 和 a_{2n} 的计算结果见表 1 和表 2。其中: ω_{1n} 和 ω_{2n} 分别为第 1 阶和第 2 阶振动固有频率; a_{1n} 和 a_{2n} 分别为 ω_{1n} 和 ω_{2n} 对应的系数。

表 1 四辊轧机辊系横向振动自然频率

Table 1 Natural frequencies of rolls for four-high mill

ω/s^{-1}	n				
	1	2	3	4	5
ω_{1n}	4 237.1	9 132.8	17 874.1	30 892.1	47 883.6
ω_{2n}	6 204.5	19 315.1	43 248.9	76 828.7	120 020.4

表 2 四辊轧机辊系横向振动振型系数

Table 2 Coefficients of natural mode shapes

振型系数	n				
	1	2	3	4	5
a_{1n}	2.2	71.4	382.8	1 221.6	2 990.1
a_{2n}	-2.815 4	-0.088 9	-0.016 6	-0.005 2	-0.002 1

图 5 和图 6 所示是模式 $n=1$ 时工作辊和支撑辊自

由振动随时间变化的三维图。可见, 轧辊的一阶主振型呈二次曲线, 轧辊中部振动比轧辊边部剧烈, 并且随时间呈周期性变化。工作辊和支承辊的振幅很大, 工作辊的振动幅度大于支承辊振动幅度, 工作辊振动较剧烈。工作辊与板带材直接接触, 是板带材产品的加工工具, 其工作状态直接影响板带产品质量。

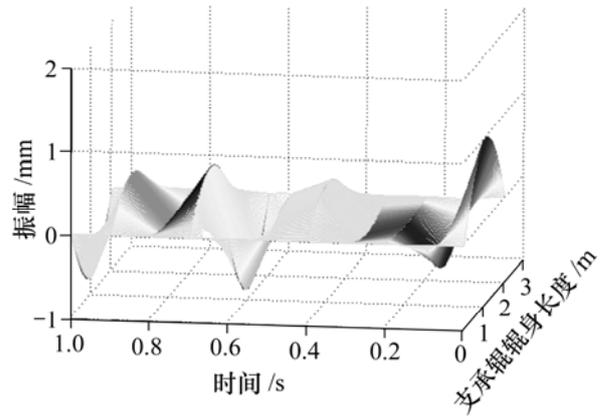


图 5 $n=1$ 时支承辊自由振动三维图

Fig.5 Free transverse vibration of backup roll at $n=1$

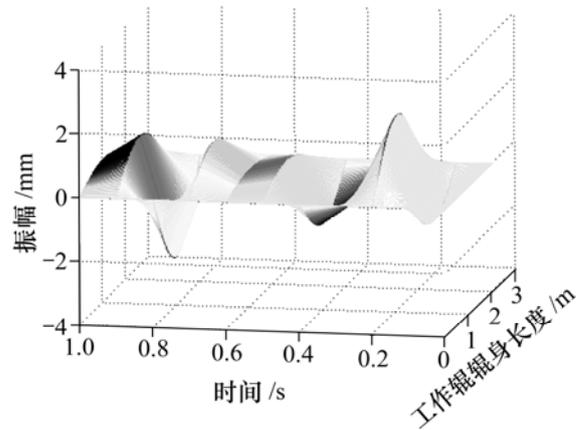


图 6 $n=1$ 时工作辊自由振动三维图

Fig.6 Free transverse vibration of work roll at $n=1$

图 7~10 所示是模式 n 为 2 和 3 时支撑辊和工作辊的横向振动随时间变化的三维图像。可以看出, 工作辊与支承辊的振动方向相反。高阶时支承辊振幅大于工作辊振幅, 奇数阶振幅大于偶数阶振幅。

比较图 7~10 可知, 模式 $n=1$ 时轧辊振幅大, 对工作辊和支撑辊横向振动起主要作用。当 n 为 2 和 3 时, 工作辊和支承辊的振幅很小, 但其振动形式确实

存在。由于轧机长时间在恶劣的环境下连续工作，即使轧辊振幅很小，但由于其长期反复振动，必然导致轧辊磨损，降低轧辊的表面质量、寿命和强度。

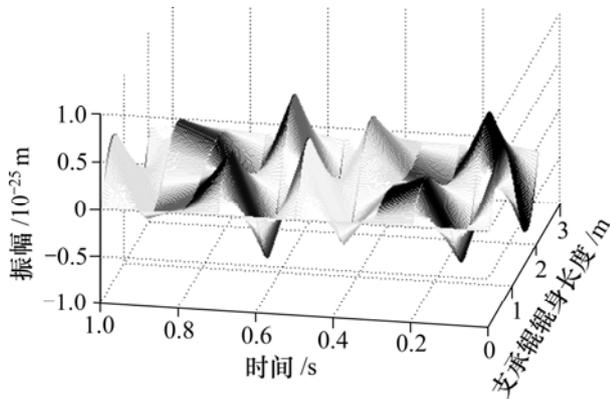


图 7 $n=2$ 时支承辊自由振动三维图

Fig.7 Free transverse vibration of backup roll at $n=2$

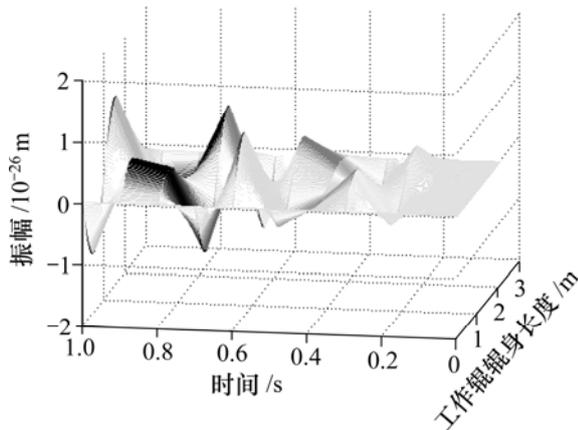


图 8 $n=2$ 时工作辊自由振动三维图

Fig.8 Free transverse vibration of work roll at $n=2$

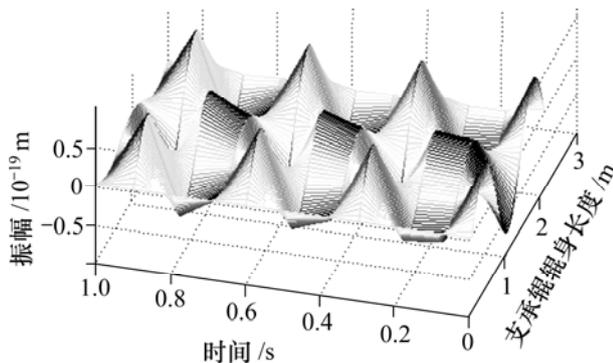


图 9 $n=3$ 时支承辊自由振动三维图

Fig.9 Free transverse vibration of backup roll at $n=3$

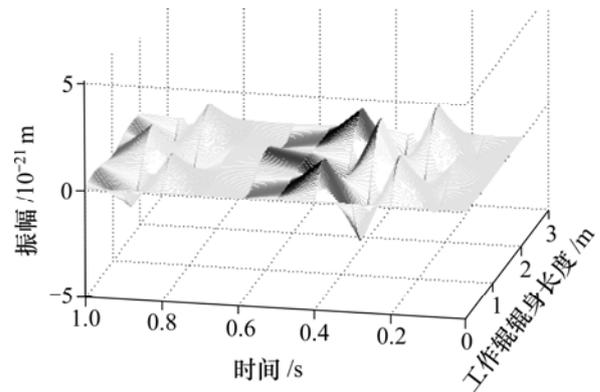


图 10 $n=3$ 时工作辊自由振动三维图

Fig.10 Free transverse vibration of work roll at $n=3$

4 结 论

a. 基于欧拉-伯努利梁理论，采用模态叠加法建立了四辊轧机辊系的横向自由振动模型，求解了工作辊和支承辊的耦合运动方程，对辊系横向振动特性进行研究，得到辊系横向自由振动的自然频率、主振型和辊系的横向自由振动方程。

b. 四辊轧机辊系横向振动包括 2 个无限序列的自然频率 ω_{1n} 和 ω_{2n} ，且 $\omega_{1n} < \omega_{2n}$ 。由系数 $a_{1n} > 0$ 和 $a_{2n} < 0$ 可知，辊系由 2 种振动模式组成：低频 ω_{1n} 的同步振动和高频 ω_{2n} 的异步振动，两者分别对应于 $a_{1n} > 0$ 和 $a_{2n} < 0$ 。

c. 对宝钢 2030 冷轧机组进行了数值模拟，求解了它的固有频率和振型方程，得到了不同模式下辊系的三维振型图。辊系横向振动中模式 $n=1$ 起主要作用，工作辊的振动比支撑辊剧烈，高阶时支承辊振幅大于工作辊振幅，奇数阶振幅大于偶数阶振幅。虽然高阶时轧辊振幅很小，但其振动形式确实存在，必然导致轧辊磨损，降低轧辊寿命和板带材质量。因此，对辊系横向振动进行研究，进一步分析其对板形质量的影响有重要意义。

参考文献:

- [1] Yun I S, Wilson W R D, Ehmann K F. Chatter in the strip rolling process. Part I: Dynamic model of rolling[J]. Transactions of the ASME: Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1998, 120(2): 330-336.

- [2] Yun I S, Wilson W R D, Ehmann K F. Chatter in the strip rolling process. Part I: Dynamic rolling experiments[J]. Transactions of the ASME: Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1998, 120(2): 337-342.
- [3] Yun I S, Wilson W R D, Ehmann K F. Chatter in the strip rolling process. Part III: Chatter model[J]. Transactions of the ASME: Journal of Manufacturing Science and Engineering, 1998, 120(2): 343-348.
- [4] TANG Hua-ping, DING Rui, WU Yun-xin, et al. Investigation for parametric vibration of rolling mill[J]. Trans Nonferrous Met Soc China, 2002, 12(3): 485-488.
- [5] Hu P H, Ehmann K F. A dynamic model of the rolling process: Part I [J]. Int J Mach Tools Manuf, 2000, 40(1): 1-19.
- [6] Hu P H, Ehmann K F. A dynamic model of the rolling process: Part II [J]. Int J Mach Tools Manuf, 2000, 40(1): 21-31.
- [7] 邹家祥, 徐乐江. 冷连轧机系统振动控制[M]. 北京: 冶金工业出版社, 1998: 107-136.
ZOU Jia-xiang, XU Le-jiang. The vibration control of cold tandem rolling mill[M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 1998: 107-136.
- [8] 陈勇辉, 刘世元, 廖广兰. 四辊冷轧机三倍频颤振机理的研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(6): 118-123.
CHEN Yong-hui, LIU Shi-yuan, LIAO Guang-lan. Study on third octave mode chatter on 4-h cold rolling mills[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(6): 118-123.
- [9] 陈勇辉, 史铁林, 杨叔子. 四辊冷轧机非线性参激振动的研究[J]. 机械工程学报, 2003, 39(4): 56-60.
CHEN Yong-hui, SHI Tie-lin, YANG Shu-zi. Study on parametrically excited nonlinear vibrations on 4-h cold rolling mills[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(4): 56-60.
- [10] 段吉安, 钟掘. 高速轧机工作界面的负阻尼特性[J]. 中南工业大学学报: 自然科学版, 2002, 33(2): 401-404.
DUAN Ji-an, ZHONG Jue. Negative damping of rolling interface for rolling chatter[J]. Journal of Central South University of Technology: Natural Science, 2002, 33(2): 401-404.
- [11] Oniszczuk Z. Free transverse vibration of an elastically connected complex simply supported double-beam system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 232(2): 387-403.
- [12] Oniszczuk Z. Forced transverse vibration of an elastically connected complex simply supported double-beam system[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 264(2): 273-286.
- [13] PENG Yan, LIU Hong-min, WANG Dong-cheng. Simulation of type selection for 6-high cold tandem mill based on shape control ability[J]. Journal of Central South University of Technology, 2007, 14(2): 278-284.
- [14] Zhang Y Q, Lu Y, Ma G W. Effect of compressive axial load on forced transverse vibration of a double beam system[J]. Internal Journal of Mechanical Sciences, 2007, 50(2): 299-305.
- [15] De Rosa M A, Lippiello M. Non-classical boundary conditions and DQM for double-beams[J]. Mechanics Research Communications, 2007(34): 538-554.