

# Ridgelet 变换在地震数据压缩中的应用

袁修贵<sup>1</sup>, 宋守根<sup>2</sup>

(1. 中南大学 信息物理学院, 湖南长沙, 410083;  
2. 哥伦比亚大学 海洋地球物理系, 加拿大温哥华, V6T1 Z4)

**摘要:** 鉴于地震数据反映的物理界面的空间展布往往具有直线、平面等特性, 小波变换进行震压缩处理不能很好地反映这一特性, 根据 Ridgelet 变换的特点, 将 Ridgelet 变换应用于地震数据压缩, 结合嵌入式零树编码方法, 提出了 Ridgelet 变换的地震数据压缩方法。通过对实际资料的处理, 在压缩率为 99.0% 和 90% 时, 比较了 Ridgelet 变换与小波变换处理结果。研究表明: Ridgelet 变换应用于地震数据压缩, 其对数据的压缩比比小波变换对数据的压缩比大。

**关键词:** Wavelet 变换; Radon 变换; Ridgelet 变换; 地震数据; 数据压缩

**中图分类号:** P628      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1672-7207(2004)02-0300-04

## Seismic data compression based on the Ridgelet transform

YUAN Xiur-gui<sup>1</sup>, SONG Shou-geng<sup>2</sup>

(1. School of Infor-physics and Geomatics Engineering, Central South University, Changsha 410083, China;  
2. Department of Earth and Ocean Sciences, University of British Columbia, Vancouver, Canada, V6T 1Z4)

**Abstract:** Wavelet transform has been introduced successfully to seismic data compression, it is efficient to the objects of point singularities according to its characters. In seismic data imaging, because the layers media is of line (or super-plane) singularities, wavelet transform has its shortcomings. Recently, a new transform, i. e., Ridgelet transform, was proposed. Ridgelet transform has much higher precision, especially for describing the objects which have line (or super-plane) singularities. In this paper, according to this character of ridgelet transform, the method of seismic data compressing, used Ridgelet transform is proposed. The results of the method are obtained for real seismic data. Practical experiments results show that the proposed method works well. With the comparisons to the wavelet transform, at the compression ratio 99.0% and 90%, the Ridgelet transform is more efficient and has higher compressing ratio, and is much better than other methods.

**Key words:** wavelet transform; Radon transform; Ridgelet transform; seismic data; data compression

在地震勘探中, 地震数据量不断增多, 因此必须以有效的方法和较高的精度对其进行压缩, 以节省大量的存贮空间, 提高地震数据处理速度, 在一定的硬件条件下存贮和处理更多的数据。Wavelet 变换是一种具有较强时、频局部分析功能的非平稳信号

分析方法, 广泛用于地震数据压缩<sup>[1-3]</sup>。但由于在地球物理勘探中, 物性界面的空间展布往往是直线或超平面, 在时空表现上具有较强的直线或平面特性, 因此能处理点奇性的 Wavelet 变换受到一定的局限。最近, E. J. Candes<sup>[4-6]</sup> 和 D. L. Donoho<sup>[7-8]</sup> 等研究

收稿日期: 2003-09-10

基金项目: 湖南省中青年科技基金资助项目(98JZY2170)

作者简介: 袁修贵(1964-), 男, 湖北蕲春人, 中南大学副教授, 博士, 从事地震数据处理、小波分析及应用研究

论文联系人: 袁修贵(1964-), 男, 副教授, 博士; 电话: 0731-8877631(H), 13974870869(手机); E-mail: xgyuan2000@sina.com

了一种新的多尺度变换, 称为 Ridgelet 变换。Ridgelet 变换能够有效地描述沿直线或超平面的奇性<sup>[4-8]</sup>, 特别适合于具有直线或超平面奇性的高维信号的描述。在此, 作者将其应用于地震数据压缩。

### 1 连续 Ridgelet 变换

定义 1<sup>[4]</sup> 设光滑函数  $\phi: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ , 满足条件  $\int \phi(t) dt = 0$  及允许条件:

$$K_\phi = \int \frac{|\phi(\xi)|^2}{|\xi|^2} d\xi < \infty. \quad (1)$$

Ridgelet 函数为:

$$\phi_{a,b,\theta}(x) = a^{-1/2} \phi((x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - b)/a). \quad (2)$$

称变换

$$\text{RFT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbf{R}^2} \phi_{a,b,\theta}(x) f(x) dx \quad (3)$$

为  $f(x)$  在  $\mathbf{R}^2$  上的连续 Ridgelet 变换。

定义 2<sup>[9]</sup> 设  $f(x) \in L^2(\mathbf{R}^2)$ , 称变换:

$$R_f(\theta, t) = \int_{\mathbf{R}^2} f(x) \delta(x_1 \cos \theta + x_2 \sin \theta - t) dx \quad (4)$$

为在  $\mathbf{R}^2$  上的连续 Radon 变换。

定义 3 设  $f(x) \in L^2(\mathbf{R}^2)$ , 称变换

$$W_f(a, b) = \int_{\mathbf{R}^2} \phi_{a,b}(x) f(x) dx \quad (5)$$

为  $f(x)$  在  $\mathbf{R}^2$  上的连续 Wavelet 变换。其中:  $\phi_{a,b}(x) = a^{-1/2} \phi((x - b)/a)$ ;  $\phi(x)$  为一维小波函数。

由上述定义可知, 在二维空间中, 点与线通过 Radon 变换相联系, 而 Ridgelet 变换与 Wavelet 变换通过 Radon 变换相联系, 即有:

$$\text{RFT}_f(a, b, \theta) = \int_{\mathbf{R}} \phi_{a,b}(x) R_f(\theta, t) dt. \quad (6)$$

因此, 可以说, Ridgelet 变换是 Radon 变换域上的一维 Wavelet 变换。由式(3), (4), (6) 及 Radon 变换切片定理可知, 可以利用 FFT 算法 Radon 变换算法及小波变换算法实现 Ridgelet 变换算法。

定理 1 Ridgelet 变换重构公式为:

$$f(x) = c_\phi \int \text{RFT}_f(a, b, \theta) \phi_{a,b,\theta}(x) \frac{da db d\theta}{a^3}. \quad (7)$$

其中:  $c_\phi = (2\pi)^{-2} K_\phi^{-1}$ 。

### 2 离散 Ridgelet 变换

对二维离散数据  $\{f(k_1, k_2)\} \in l^2$  (其中,  $k_1$  和  $k_2$  均为  $0, \dots, n - 1$ ), 取:

$$\begin{aligned} \theta_{j,i} &= 2\pi \times 2^{-j} i, a_j = 2^{-j}, L_{j,i}(k_1, k_2) = \\ &k_1 2^{-j} \cos \theta_{j,i} + k_2 2^{-j} \sin \theta_{j,i}, b_{j,k} = 2\pi k \times 2^{-j}. \end{aligned}$$

其中:  $k_1 \in [0, n - 1]; k_2 \in [0, n - 1]; j \geq J; i = 0, \dots, 2^{j-1} - 1$ 。从而,

$$\phi_{j,k,i}(k_1, k_2) = 2^{j/2} \phi(2^j(L_{j,i}(k_1, k_2) - b_{j,k})). \quad (8)$$

令离散 Ridgelet 变换系数为:

$$g_{j,k,i} = \langle \phi_{j,k,i}, f \rangle, \quad (9)$$

则离散重构公式为:

$$f(k_1, k_2) = \sum_{j,k,i} g_{j,k,i} \bar{\phi}_{j,k,i}(k_1, k_2). \quad (10)$$

并且满足  $L^2$  模意义下的等式:

$$\|f\|^2 = \sum_{j,k,i} |g_{j,k,i}|^2.$$

### 3 地震数据压缩方法

假设  $\{\phi_\nu(x)\}_{\nu \in I}$  是正交 Ridgelet 基,  $I$  为  $\nu = (j, k; i, l, \epsilon)$  的下标集(构造方法见文献[7] 和[8],  $f(x)$  为光滑函数  $x \in \mathbf{R}^2$ , 其 Ridgelet 系数为:

$$\theta_i = \langle f, \phi_i \rangle, i \in I. \quad (11)$$

设  $\theta_i$  为 Ridgelet 系数, 采用某非线性阈值准则获得, 即:

$$\theta_i = \eta_\epsilon(\theta_i) = \eta_\epsilon(\langle \phi_i, Y_\epsilon \rangle), \quad (12)$$

则  $f(x)$  的估计为:

$$\tilde{f}(x) = \sum_{i \in I} \theta_i \bar{\phi}_i(x). \quad (13)$$

其中:  $I$  为系数大于阈值的指标集。

定理 2<sup>[7,8]</sup> 假设  $f(x)$  是紧支撑的, 并且在支撑域内除 1 条  $C^2$  曲线外,  $f(x)$  是  $C^2$  光滑的, 则对任意  $\delta > 0$ , 由式(13) 作为逼近有:  $\text{MSE}(\tilde{f}, f) = O(\epsilon^{4-\delta})$ ,  $\|\tilde{f} - f\| = O(N^{-2+\delta})$ 。经 Ridgelet 变换处理后取前最大  $M$  项系数构成的  $f$  逼近  $f_M^R$ ,

$$\|f - f_M^R\|_{L_2}^2 \leq C \cdot \max(M^{-r}, M^{-4/3}).$$

其中:  $r$  为函数  $f$  的光滑度;  $C$  为正常数。

相应地, 经 Wavelet 变换处理获得的逼近  $f_M^W$  为<sup>[2-5]</sup>:

$$\|f - f_M^W\|_{L_2}^2 \leq C \cdot M^{-1}.$$

由此定理知, 对具有直线奇性特征的信号处理, Ridgelet 变换比 Wavelet 变换 (其  $\text{MSE}(f, f) = O(\epsilon^{2/3})$ ) 及其他传统方法具有更高的逼近精度。

在确定阈值时, 这里采取硬阈值处理方法<sup>[10,11]</sup>,

即:

$$x = \begin{cases} x, & x \geq T; \\ 0, & x < T. \end{cases} \quad (14)$$

从而可确定数据压缩算法步骤(见图 1):

a. 估计信号  $\{f(i, j)\}$  的噪声方差  $\sigma$ 。

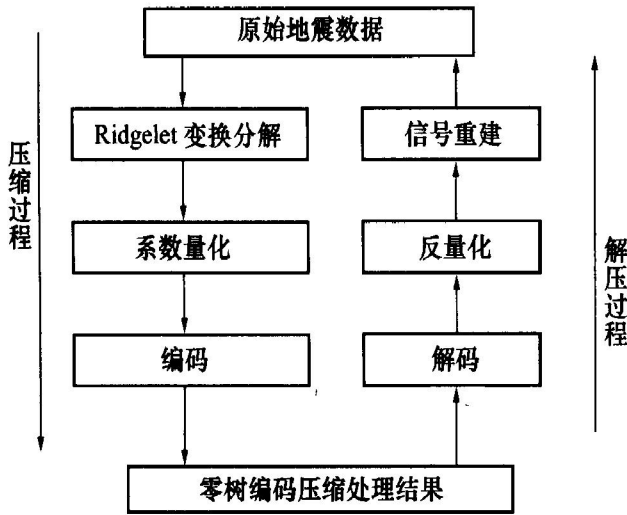


图 1 地震数据压缩 / 解压处理算法

Fig. 1 Algorithm for the compression and reconstruction of seismic data

b. 计算  $\{f(i, j)\}$  的 FFT:  $\{f(i, j)\}$ 。

c. 对信号应用 Ridgelet 变换得各尺度下正交 Ridgelet 系数  $RFT_f(i, j, k)$  (其中:  $i$  为尺度下标;  $j$  为位置下标;  $k$  为角度下标)。

d. 对各尺度的 Ridgelet 系数  $RFT_f(i, j, k)$  进行硬阈值(见式(15))处理, 阈值

$$T = r\sigma \sqrt{2\lg N} / \sqrt{N}.$$

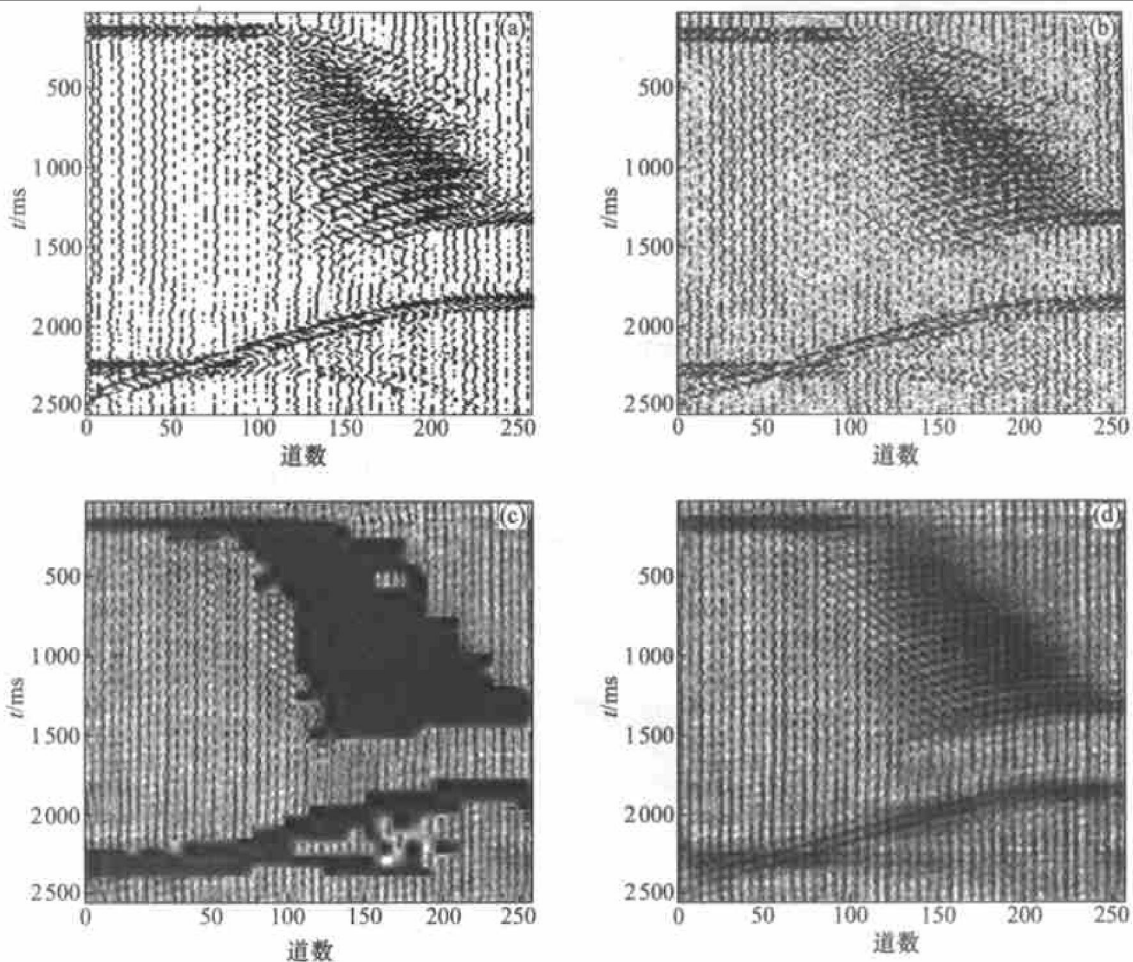
其中:  $N$  为数据点个数;  $r$  为压缩因子。

e. 系数量化、编码。对低频, 进一步利用余弦变换压缩。对处理后的系数, 采用嵌入式零树编码方法<sup>[12-14]</sup>。

### 4 实际资料压缩处理结果分析

为了说明应用效果, 这里给出 2 个实际资料的处理结果。其中, Ridgelet 方法均采用 3 阶尺度, 小波函数选择具有 2 阶消失矩的 Daubechies 小波。

图 2(a) 所示为实际地震资料数据剖面图, 图 2(b) 所示为其加噪数据剖面图(信噪比为 5.99 dB), 图 2(c) 所示为小波变换压缩处理后重构结果剖面



压缩率为 99.0%

(a) 一原始数据剖面图; (b) 一加噪数据剖面图; (c) 一小波压缩还原后数据剖面图; (d) 一Ridgelet 压缩还原后数据剖面图

图 2 小波压缩与 Ridgelet 压缩效果比较图

Fig. 2 The compression results of Wavelet method and Ridgelet method

图,图 2(d) 所示为 Ridgelet 方法压缩处理后重构结果剖面图(信噪比为 8.50 dB),压缩率均为 99.0%。可见,在此压缩比下(即压缩后的数据所需的存储空间仅为原始数据所需空间的 1%),小波不能重构出正确的结果,而采用 Ridgelet 方法压缩处理后重构的结果仍具有较高的精度,其压缩比为 20:1~50:1;同时通过压缩处理,重构后的数据达到了一定的去噪效果。

图 3 所示为某油田实际地震资料剖面图,图 4 所示为采用 Ridgelet 方法压缩处理后的重构数据剖面图。可见,压缩率为 90.0%,显示出较好的重建效果。

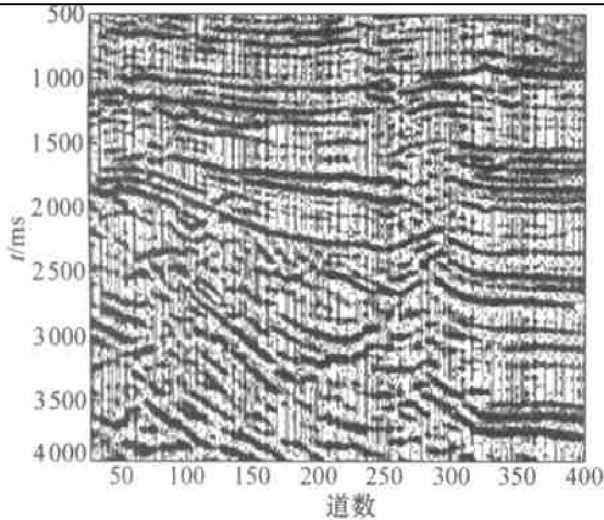


图 3 原始数据剖面图

Fig. 3 The original seismic image

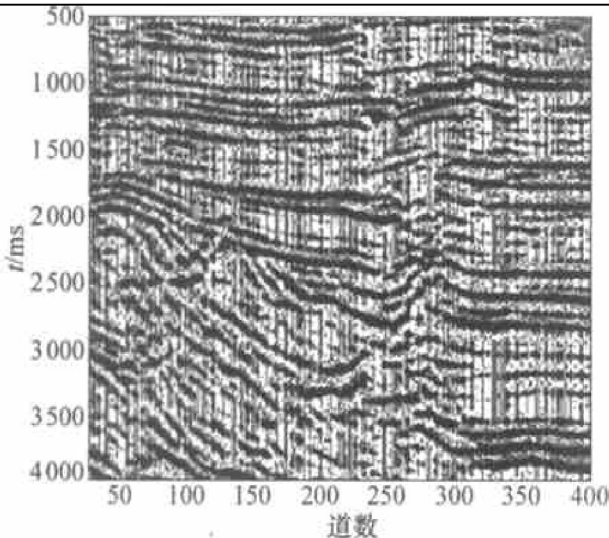


图 4 对图 3 所示的原始数据剖面图经压缩处理还原后所得的数据剖面图

Fig. 4 The reconstruction image with Ridgelet compression method

## 5 结 论

对具有直线或平面奇性的模型, Ridgelet 方法比

Wavelet 方法具有更高的处理精度,具有较高的数据压缩比,同时还还原后数据较好地保持了直线特性。因此, Ridgelet 方法更适合地震数据的压缩,它比小波变换更适合表征地震数据特征。

## 参考文献:

- [1] 冯占林,张学工,李衍达. 基于小波变换的地震勘探数据压缩的工程分析[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2001, 41(5): 170-173.  
FENG Zhan lin, ZHANG Xue gong, LI Yan da. Some practical aspects of seismic data compression based on wavelet [J]. J Tsinghua Uni (Sci & Tech), 2001, 41(5): 170-173.
- [2] 赵改善. 小波变换与地震数据压缩[J]. 石油物探, 1994, 33(4): 19-27.  
ZHAO Ga i shan. Wavelet transform and seismic data compression [J]. Geophysical Prospecting for Petroleum, 1994, 33(4): 19-27.
- [3] 唐向宏,贺振华,杨绍国. 利用小波变换进行地震数据压缩[J]. 成都理工学院学报, 1999, 26(2): 183-186.  
TANG Xing hong, HE Zhen hua, YANG Shao guo. Seismic data compression using M-band wavelet transform [J]. J of Chendu Univ of Technology, 1999, 26(2): 183-186.
- [4] Candes E J. Ridgelet: theory and applications [D]. Stanford: Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- [5] Candes E J. Ridgelets: Estimating with ridge functions [R]. Stanford: Department of Statistics, Stanford University, 1999.
- [6] Candes E J. Monoscale ridgelets for the representation of images with edges [R]. Stanford: Department of Statistics, Stanford University, 1999.
- [7] Donoho D L. Orthonormal Ridgelets and linear singularities [J]. SIAM J Math Anal, 2000, 31(5): 1062-1099.
- [8] Donoho D L. Digital Ridgelet transform via rectopolar coordinate transform [R]. Stanford: Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- [9] Beylkin G. Discrete Radon transform [J]. IEEE Tans ASSP, 1987, 35(1): 162-172.
- [10] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Trans Inform Theory, 1995, 41(5): 613-627.
- [11] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81: 425-455.
- [12] Shapiro J M. Embedded image coding using zerotree of wavelet coefficients [J]. IEEE Trans Signal Processing, 1993, 41(12): 3445-3462.
- [13] 侯颖,李国民. 一种嵌入式小波零树的图像分割编码算法[J]. 西安科技学院学报, 2003, 23(1): 74-77.  
HOU Ying, LI Guo min. Image segmentation coding algorithm based on embedded wavelet zero-tree coding scheme [J]. J of Xi'an Univ of Science and Technology, 2003, 23(1): 74-77.
- [14] 郑勇,周正华,朱维乐. 基于多级零树编码的小波系数网格编码量化[J]. 电子与信息学报, 2002, 24(12): 1899-1905.  
ZHENG Yong, ZHOU Zheng hua, ZHU Wei le. TCQ of wavelet coefficients based on multi-stage zero tree coding [J]. J of Electronics and Inform Tech, 2002, 24(12): 1899-1905.