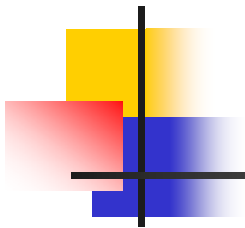


《摄影测量学》第五章



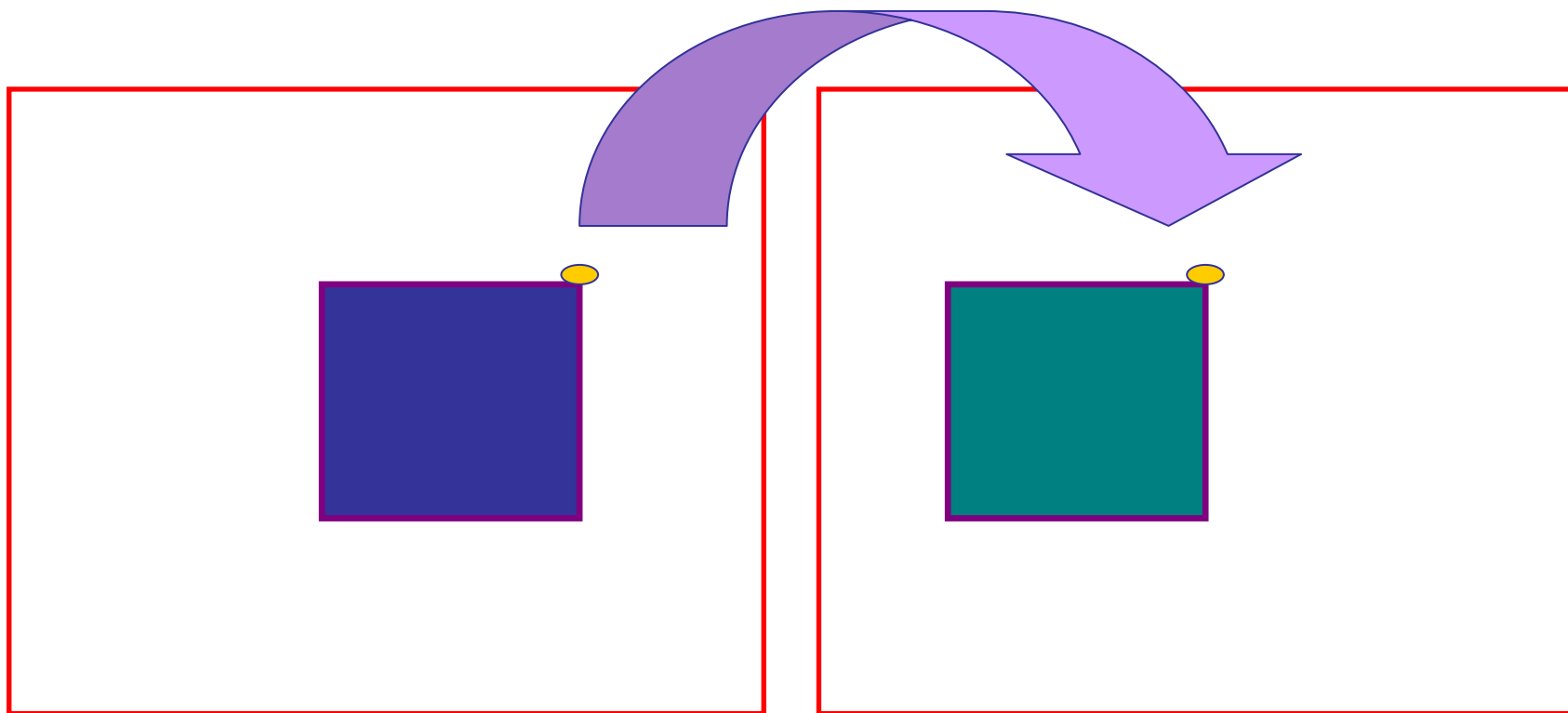
第三节 影像匹配的基本算法



主要内容

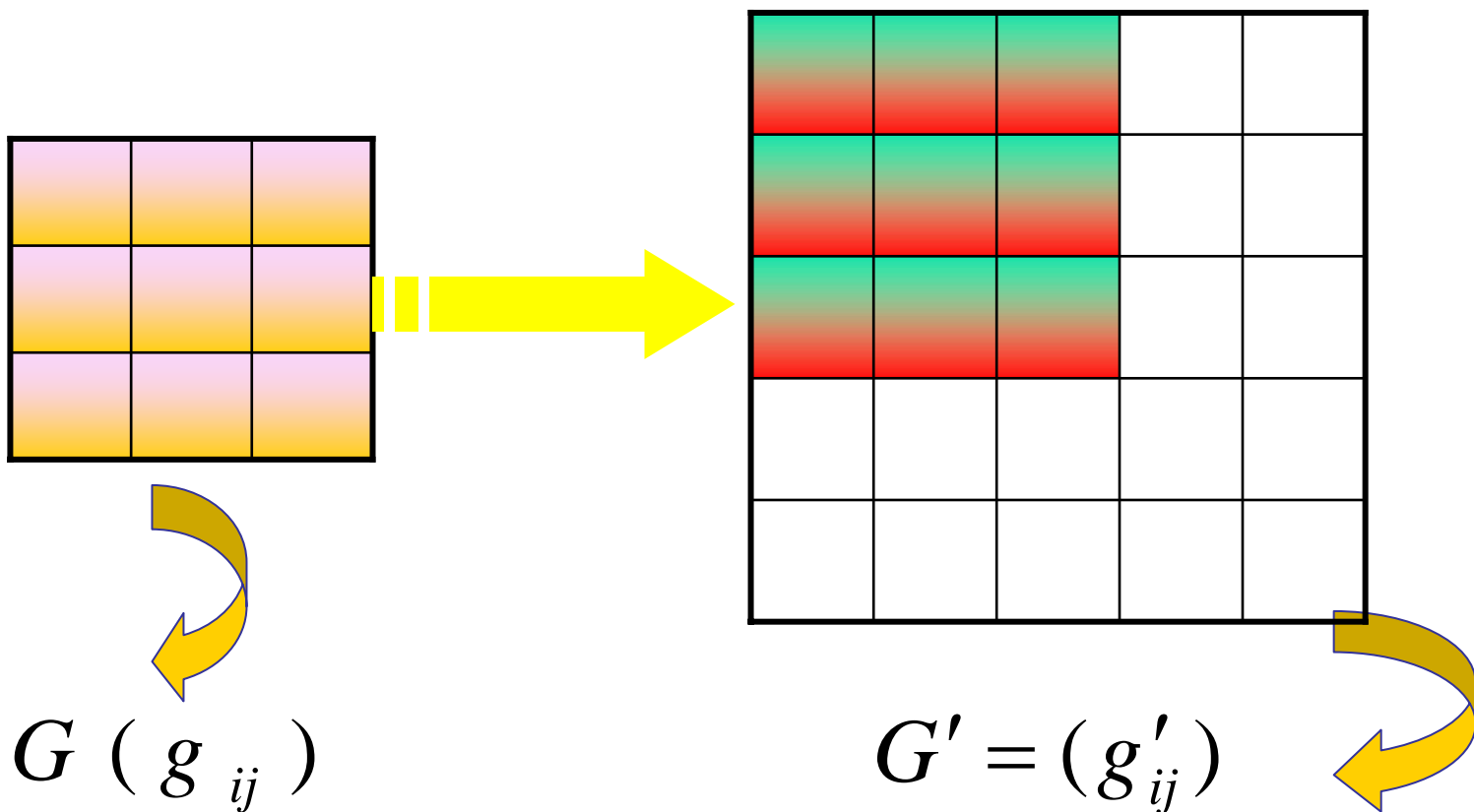
- 基于像方的匹配算法
- 基于物方的匹配算法
- 影像匹配的精度

影像匹配实质上是在两幅（或多幅）
影像之间识别同名点



一. 常见的五种基本匹配算法

同名点的确定是以**匹配测度**为基础



1. 相关函数（矢量数积）

$$R(p, q) = \iint_{(x, y) \in D} g(x, y) g'(x + p, y + q) dx dy$$

$$R(p_0, q_0) > R(p, q) \quad (p \neq p_0, q \neq q_0)$$

■ 若 $R(p_0, q_0) > R(p, q)$
($p \neq p_0, q \neq q_0$)，则 p_0, q_0 为搜索区
影像相对于目标区影像的位移参数

离散灰度数据对相关函数的估计公式为

$$R(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j} \cdot g'_{i+r, j+c}$$

若

$$R(c_0, r_0) > R(c, r)$$

$$(r \neq r_0), c \neq c_0$$

■ 则 c_0, r_0 为搜索区影像相对于目标区影像的位移行、列参数。对于一维相关应有 $r \equiv 0$ 。

■ 矢量X与Y的数积

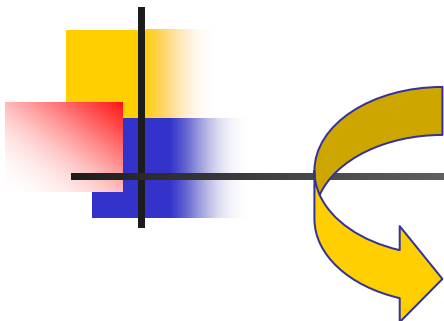
$$R (X \cdot Y) = \sum_{i=1}^N x_i y_j$$

■ R是 y_1, y_2, \dots, y_N 的线性函数

$$R = \sum_{i=1}^N x_i y_j = \max$$

■ 它是N维空间的一个超平面。当N=2时

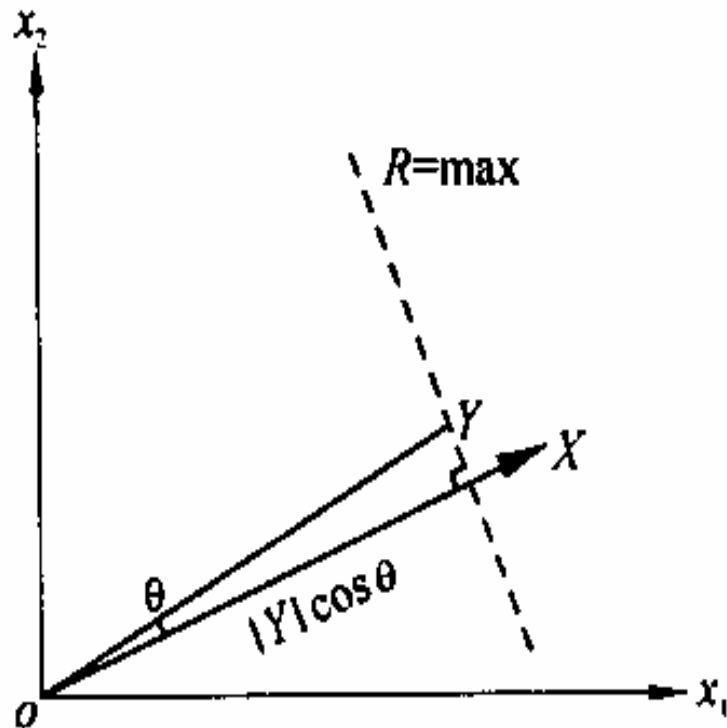
$$R = x_1 y_1 + x_2 y_2$$



$$(\mathbf{X} \cdot \mathbf{Y}) = |\mathbf{X}| \cdot |\mathbf{Y}| \cdot \cos\theta = \max$$

$$|\mathbf{Y}| \cos\theta = \max$$

■ 相关函数最大（即
矢量 \mathbf{X} 与 \mathbf{Y} 的数积最
大）等价于矢量 \mathbf{Y} 在
 \mathbf{X} 上的投影最大



2. 协方差函数（矢量投影）

$$C(p, q) = \iint_{(x, y) \in D} \{g(x, y) - E[g(x, y)]\} \{g'(x + p, y + q) - E[g'(x + p, y + q)]\} dx dy$$

$$E[g(x, y)] = \frac{1}{|D|} \iint_{(x, y) \in D} g(x, y) dx dy$$

$$E[g'(x + p, y + q)] = \frac{1}{|D|} \iint_{(x, y) \in D} g'(x + p, y + q) dx dy$$

若 $C(p_0, q_0) > C(p, q)$
($p \neq p_0, q \neq q_0$), 则 p_0, q_0 为搜索
区影像相对于目标区影像的位移参数

$$C(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} - \bar{g}) \cdot (g'_{i+r,j+c} - \bar{g}')$$

$$\bar{g}'_{c,r} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g'_{i+r,j+c}$$

$$\bar{g} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j}$$

$$C(c_0, r_0) > C(c, r) \quad (c \neq c_0, r \neq r_0)$$

则 c_0, r_0 为搜索区影像相对于目标区影像的位移行、列参数

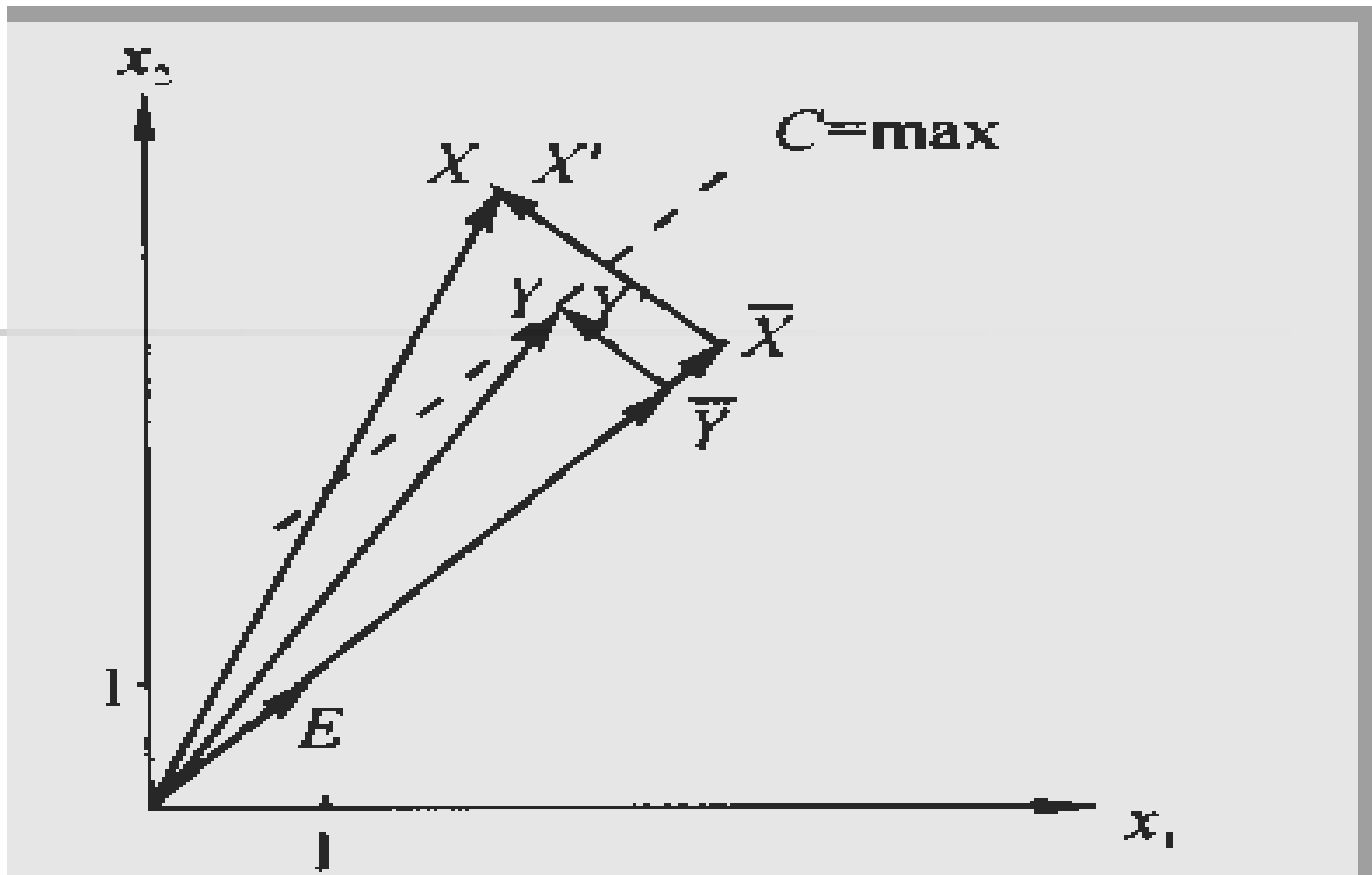
■ 矢量的数积

$$C = (X' \cdot Y') = \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum_{i=1}^N x'_i y'_i$$

■ 协方差测度等价于在上投影最大，

$$C = \max$$

■ 在二维空间中是平行于（或E）的一条直线



- 減去信号的均值等于去掉其直流分量。当两影像的灰度强度平均相差一个常量时，应用协方差测度可不受影响。

3. 相关系数（向量夹角）

$$\rho(p, q) = \frac{C(p, q)}{\sqrt{C_{gg} C_{g'g'}(p, q)}}$$

$$C_{gg} = \iint_{(x,y) \in D} \{g(x, y) - E[g(x, y)]\}^2 dx dy$$

$$C_{g'g'}(p, q) = \iint_{(x,y) \in D} \{g'(x+p, y+q) - E[g'(x+p, y+q)]\}^2 dx dy$$

若 $\rho(p_0, q_0) > \rho(p, q)$ ($p \neq p_0, q \neq q_0$)，则 p_0, q_0 为搜索区影像相对于目标区影像的位移参数

$$\rho(c, r) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} - \bar{g})(g'_{i+r,j+c} - \bar{g}')}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} - \bar{g})^2 \cdot \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g'_{i+r,j+c} - \bar{g}'_{r,c})^2}}$$

$$\bar{g}'_{r,c} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g'_{i+r,j+c}$$

$$\bar{g} = \frac{1}{m \cdot n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j}$$

相关系数的实用公式为：

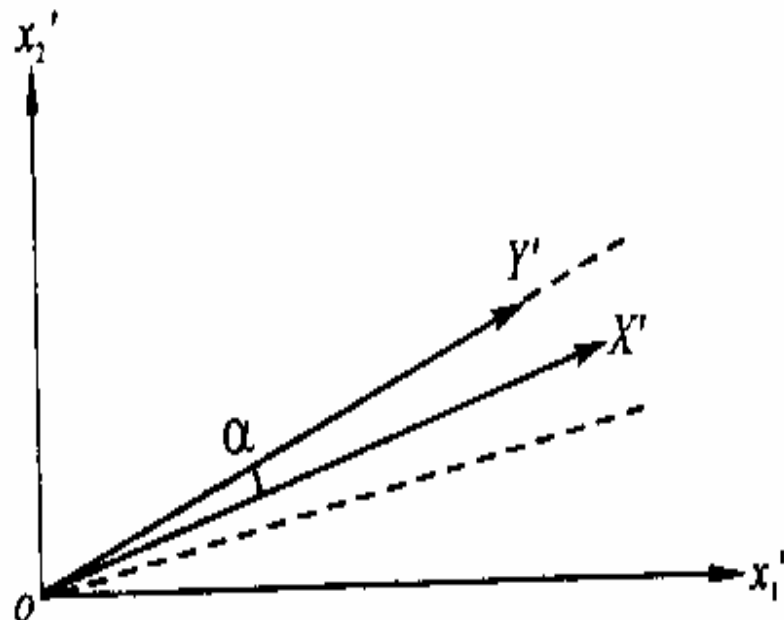
$$\rho(c, r) = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i,j} \cdot g'_{i+r,j+c}) - \frac{1}{m \cdot n} (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j}) (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g'_{i+r,j+c})}{\sqrt{[\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j}^2 - \frac{1}{m \cdot n} (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g_{i,j})^2] [\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g'^2_{i+r,j+c} - \frac{1}{m \cdot n} (\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n g'_{i+r,j+c})^2]}}$$

- 等价于矢量 X' 与 Y' 的夹角最小

$$\rho = \frac{(X' \cdot Y')}{|X'| |Y'|} = \frac{|X'| |Y'| \cos \alpha}{|X'| |Y'|} = \cos \alpha$$

- 取值范围满足

$$|\rho| \leq 1$$



$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}}$$

$$Y' = aY + b$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})[(ay_i + b)(a\bar{y} + b)]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N [(ay_i + b)(a\bar{y} + b)]^2}}$$

$$\rho' = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(y'_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^N (y'_i - \bar{y})^2}}$$

4. 差平方和（差矢量模）

$$S^2(p, q) = \iint_{(x, y) \in D} [g(x, y) - g'(x + p, y + q)]^2 dx dy$$

$$S^2(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (g_{i, j} - g'_{i+r, j+c})^2$$

若 $S^2(c_0, r_0) < S^2(c, r)$ ，则 c_0, r_0 为搜索区影像相对于目标区影像的位移行、列参数

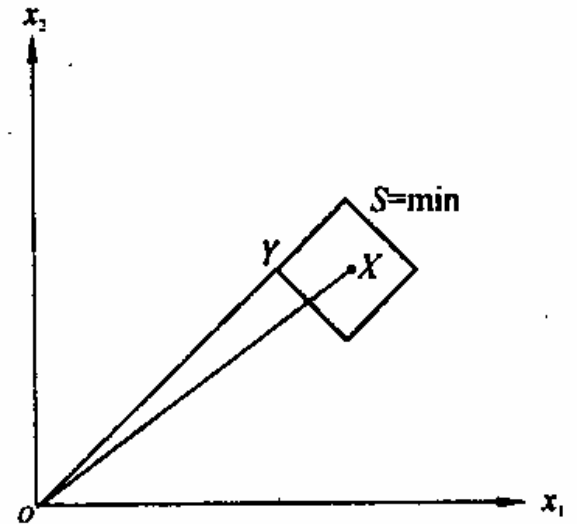
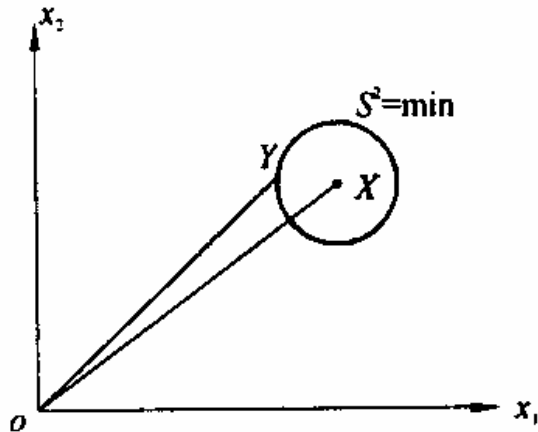
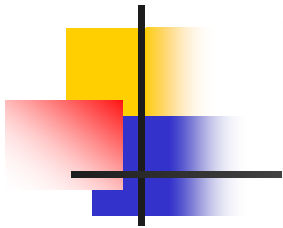


- 灰度向量X与Y之差矢量

$$S^2 = |X - Y|^2 = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + \cdots + (x_N - y_N)^2 = \sum_{i=1}^N (x_i - y_i)^2$$

- 差平方和最小等于N维空间点Y与点X之距离最小

$$S^2 = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 = \min$$



■ 二维平面上的一个圆

■ 二维平面上以 (x_1, y_2) 为中心、边长为、对角线与坐标轴平行的一个正方形

5.差绝对值和（差矢量分量绝对值和）

$$S(p, q) = \iint_{(x, y) \in D} |g(x, y) - g'(x + p, y + q)| dx dy$$

$$S(c, r) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n |g_{i, j} - g'_{i+r, j+c}|$$

若 $S(c_0, r_0) < S(c, r)$ ($c \neq c_0, r \neq r_0$)，则 c_0, r_0 为搜索区影像相对于目标区影像的位移行、列参数

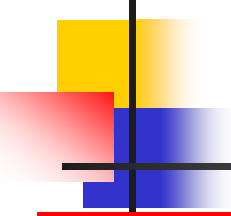
- 灰度矢量X与Y之差矢量之分量的绝对值之和

$$S = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| + \cdots + |x_N - y_N| = \sum_{i=1}^N |x_i - y_i|$$

- 当N=2时，

$$S = |x_1 - y_1| + |x_2 - y_2| = \min$$

二.基于物方的影像匹配（VLL法）



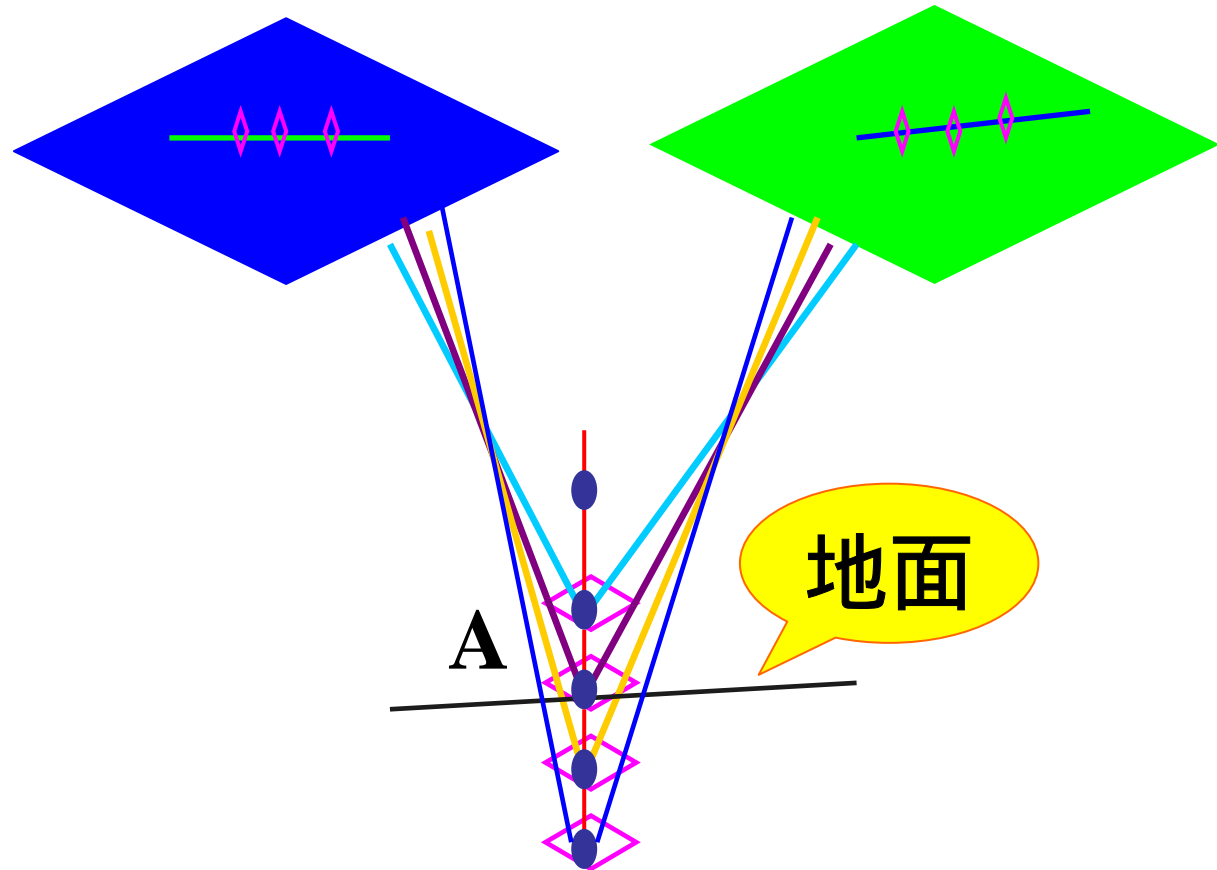
■ 影像匹配的目的在于提取物体的几何信息，确定其空间位置



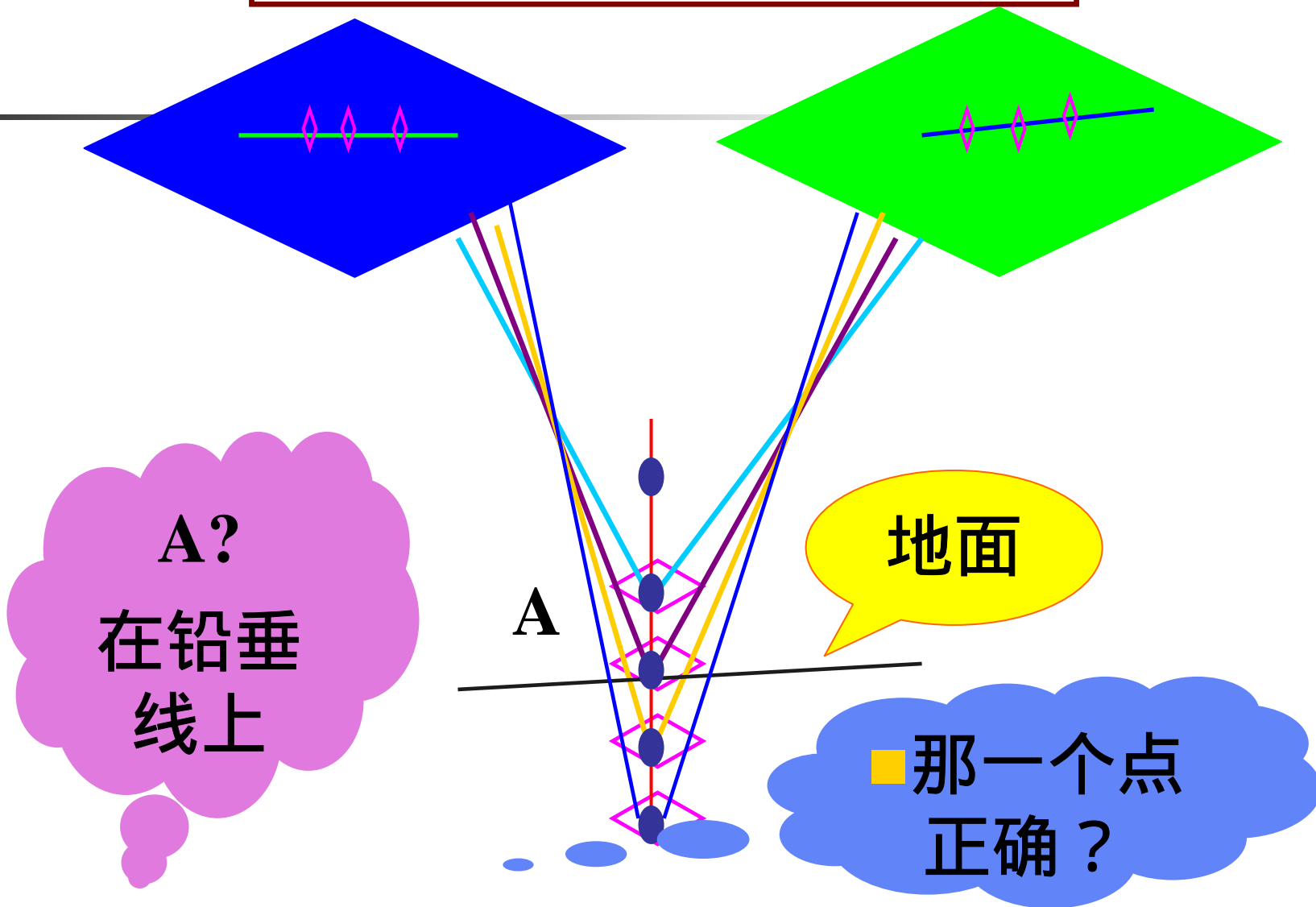
■ 能够直接确定物体表面点空间三维坐标的影像匹配方法被称为“地面元影像匹配”

铅垂线轨迹法 (VLL - Vertical Line Locus)

■ 在物方有一条铅垂线轨迹，它在影像上的投影是一直线。



VLL法影像匹配示意图



具体步骤

■ 给定地面点的平面坐标 (X, Y) 与近似最低高程 Z_{\min} 。

■ $Z_i = Z_{\min} + i \cdot \Delta Z$ 高程搜索步距
 ΔZ 可由所要求的高程精度确定

■ 计算左右像坐标

(x_i', y_i') 与 (x_i'', y_i'') :

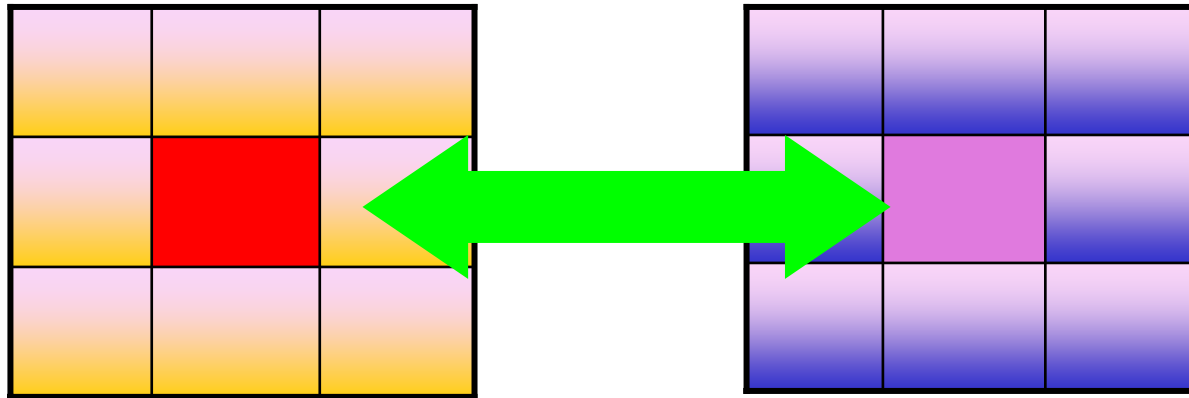
$$x_i' = -f \frac{a_1'(X - X_s') + b_1'(Y - Y_s') + c_1'(Z - Z_s')}{a_3'(X - X_s') + b_3'(Y - Y_s') + c_3'(Z - Z_s')}$$

$$y_i' = -f \frac{a_2'(X - X_s') + b_2'(Y - Y_s') + c_2'(Z - Z_s')}{a_3'(X - X_s') + b_3'(Y - Y_s') + c_3'(Z - Z_s')}$$

$$x_i'' = -f \frac{a_1''(X - X_s'') + b_1''(Y - Y_s'') + c_1''(Z - Z_s'')}{a_3''(X - X_s'') + b_3''(Y - Y_s'') + c_3''(Z - Z_s'')}$$

$$y_i'' = -f \frac{a_2''(X - X_s'') + b_2''(Y - Y_s'') + c_2''(Z - Z_s'')}{a_3''(X - X_s'') + b_3''(Y - Y_s'') + c_3''(Z - Z_s'')}$$

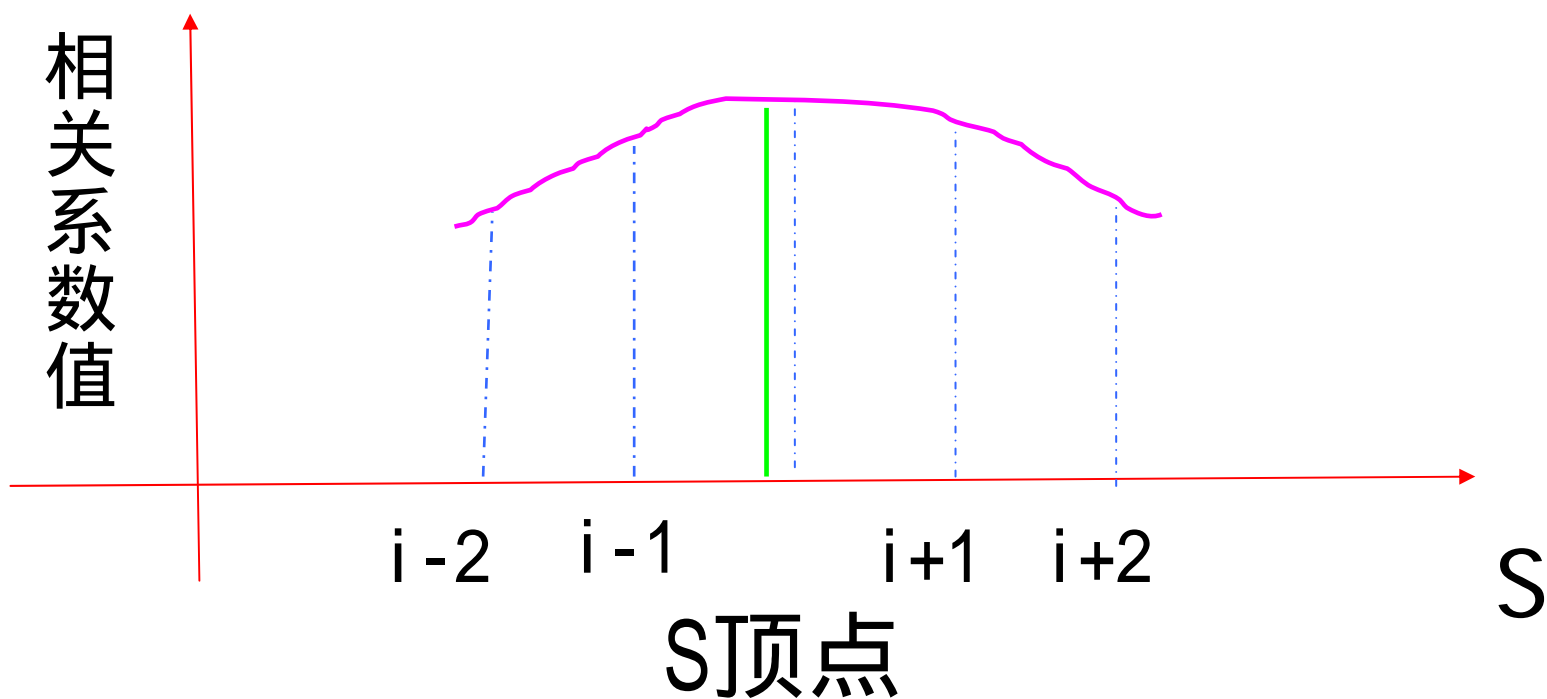
■ 分别以 (x_i', y_i') 与 (x_i'', y_i'') 为中心在左右影像上取影像窗口，计算其匹配测度



■ 将 i 的值增加 1，重复 (2)，(3) 两步，得到 $\rho_0, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ 取其最大者 ρ_k ：

$$\rho_k = \max\{\rho_0, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n\}$$

■ 利用 ρ_k 及其相邻的几个相关系数拟合一抛物线，以其极值对应的高程作为A点的高程

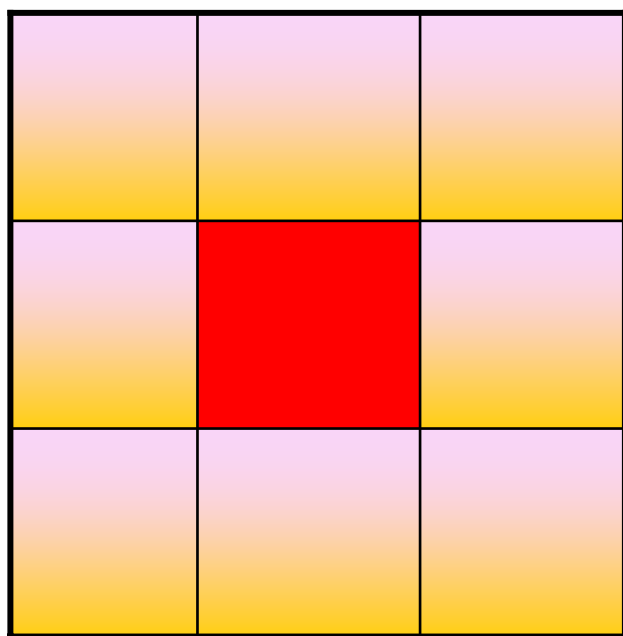




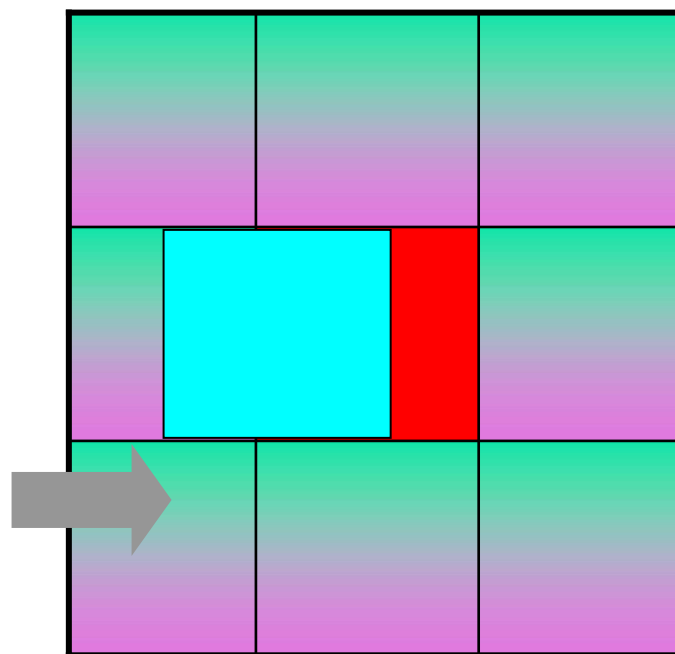
三.影像匹配精度

影像匹配（相关）即使在定位到**整像素**的情况下，其理论精度也可达到大约**0.3像素**的精度

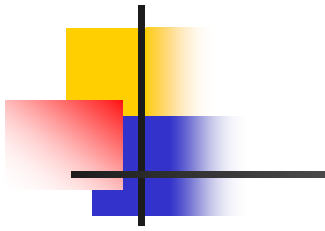
整像素相关的精度



半个像素



■ 误差服从内的均匀分布（ Δ 为像素大小）


$$\sigma_x^2 = \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{+\frac{\Delta}{2}} x^2 \rho(x) dx$$

$$\rho(x) = \begin{cases} 1 / \Delta, & |x| \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \end{cases}$$

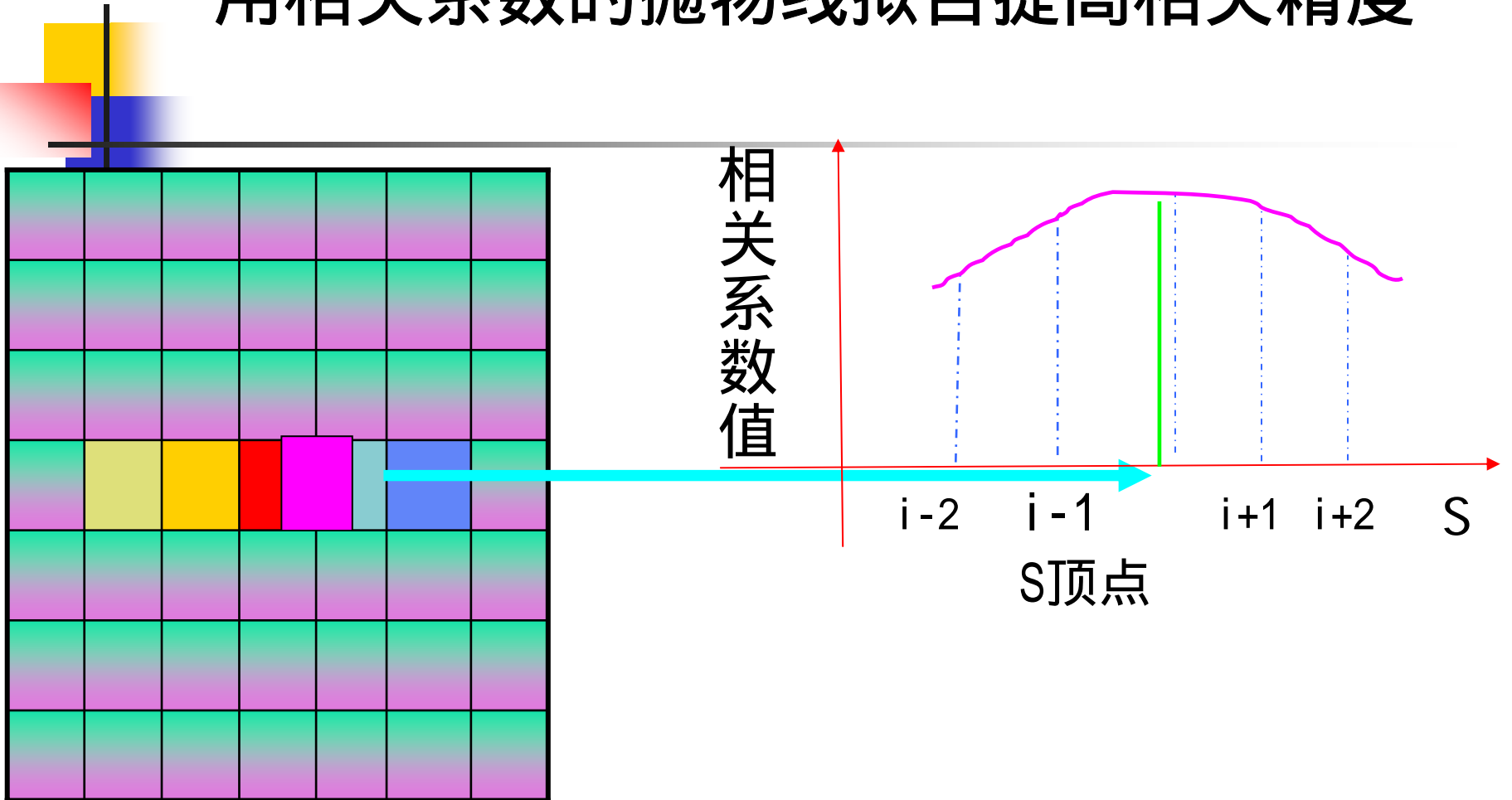
$$\sigma_x^2 = \frac{\Delta^2}{12}$$

整像素相关的精度



$$\sigma_x = 0.29\Delta$$

用相关系数的抛物线拟合提高相关精度



$$f(s) = A + B \cdot S + C \cdot S^2$$



■ 抛物线顶点

$$k = i - \frac{B}{2C}$$

■ 取相邻像元3个相关系数进行抛物线拟合

$$\rho_{i-1} = A - B + C$$

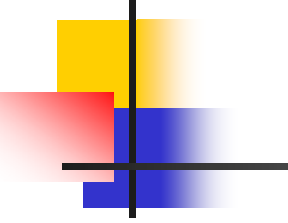
$$\rho_i = A$$

$$\rho_{i+1} = A + B + C$$

$$A = \rho_i$$

$$B = (\rho_{i+1} - \rho_{i-1}) / 2$$

$$C = (\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1}) / 2$$


$$k = i - \frac{B}{2C}$$

$$\begin{aligned} A &= \rho_i \\ B &= (\rho_{i+1} - \rho_{i-1}) / 2 \\ C &= (\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1}) \end{aligned}$$

$$k = i - \frac{\rho_{i+1} - \rho_{i-1}}{2(\rho_{i+1} - 2\rho_i + \rho_{i-1})}$$

相关系数抛物线拟合可使相关精度达到0.15---0.2子像素精度