第一节

数字影像的采样与重采样

主要内容

- 数字影像采样
- 影像重采样理论
- 同名核线的确定及重排列

一.数字影像采样

18	23	78	77	68
23	45	67	78	10
45	67	89	99	86
45	34	44	55	77
23	34	45	67	88

1. 数字影像表达形式

$$g=\begin{bmatrix} g_{0,0} & g_{0,1} & \cdots & g_{0,n-1} \\ g_{1,0} & g_{1,1} & \cdots & g_{1,n-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{m-1,0} & g_{m-1,1} & \cdots & g_{m-1,n-1} \end{bmatrix}$$

傅立叶变化

频率域

$$x = x_0 + i\cdot\Delta x \qquad (i=0,1,\cdots n-1)$$

$$y = y_0 + j\cdot\Delta y \qquad (j=0,1,\cdots m-1)$$

2.数字影像采样过程

- 采样

  对实际连续函数模型离散化的量测过程

51	57	61	66	16	16
26	26	46	36	76	86
36	46	96	96	86	96
66	36	26	16	76	56
55	56	58	66	59	60
45	56	67	78	78	79
11	12	23	34	56	66

- 样点

  被量测的“点”是小的区域----像素

99

采样间隔

3.采样定理(一维影像)

$$G(f)=\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)e^{-j2\pi fx}dx$$

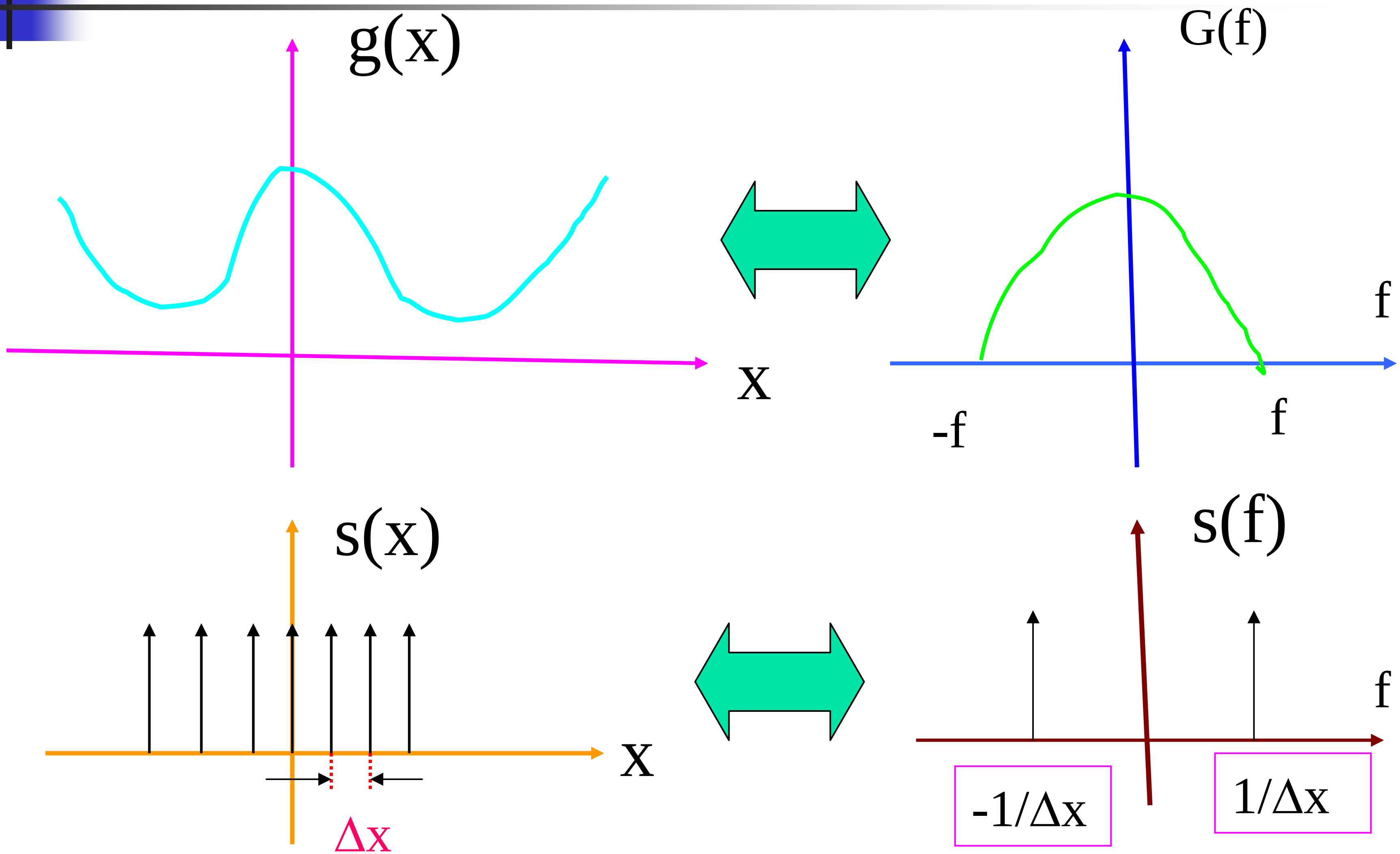
灰度函数

有限带宽函数

$$s(x)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(x-k\Delta x)=comb_{\Delta x}(x)$$

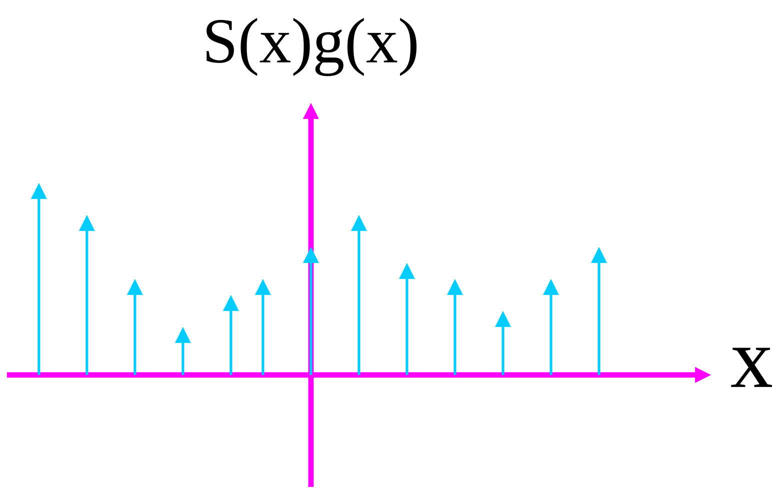
采样函数

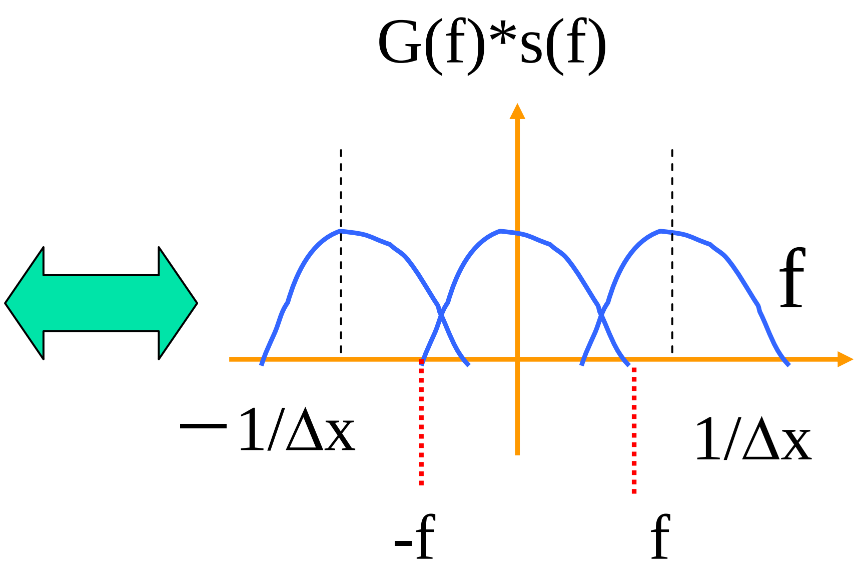
灰度函数和采样函数



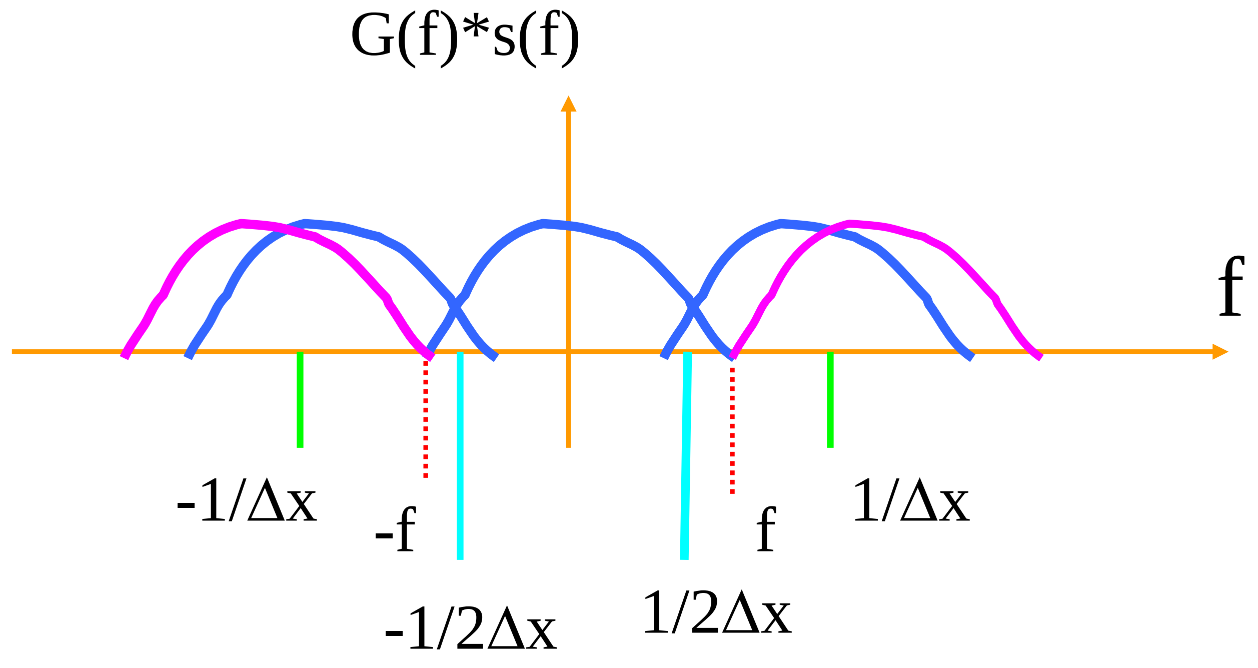
采样过程

$$s(x)g(x) = g(x)\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\delta(x-k\Delta x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty}g(k\Delta x)\delta(x-k\Delta x)$$





采样间隔-- Δx



采样定理

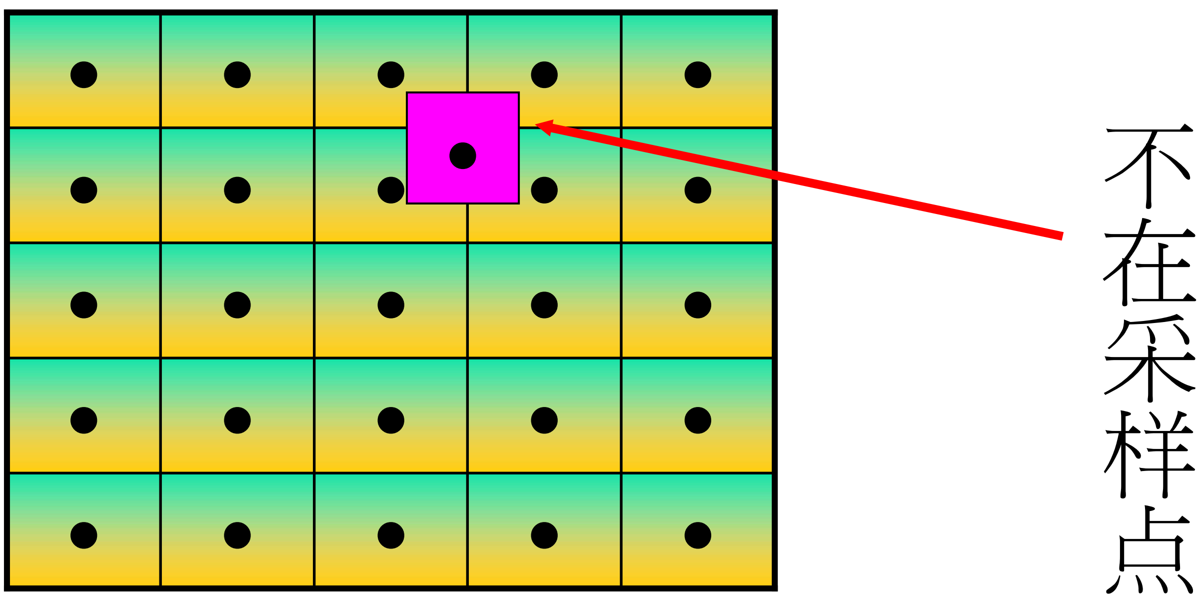
$$\Delta x \le \frac{1}{2 f_l}$$

f_l为截止频率

当采样间隔能使在函数g(x)中存在的最高频率中每周期取有两个样本时，根据采样数据可以完全恢复原函数g(x)

二.影像重采样理论

当欲知不位于矩阵（采样）点上的原始函数g(x,y)的数值时就需进行内插，称为重采样



$$\Delta x \le \frac{1}{2 f_l}$$

$$g(x) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k\Delta x) \cdot \delta(x - k\Delta x) * \frac{\sin 2\pi f_l x}{2\pi f_l x}$$

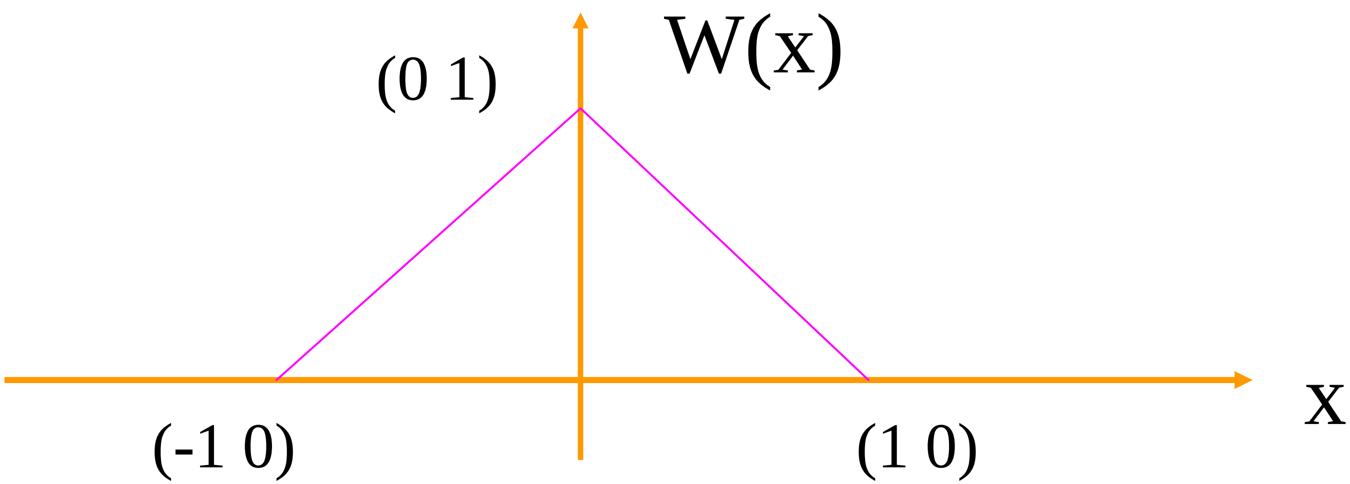
$$= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} g(k\Delta x) \frac{\sin 2\pi f_l (x - k\Delta x)}{2\pi f_l (x - k\Delta x)}$$

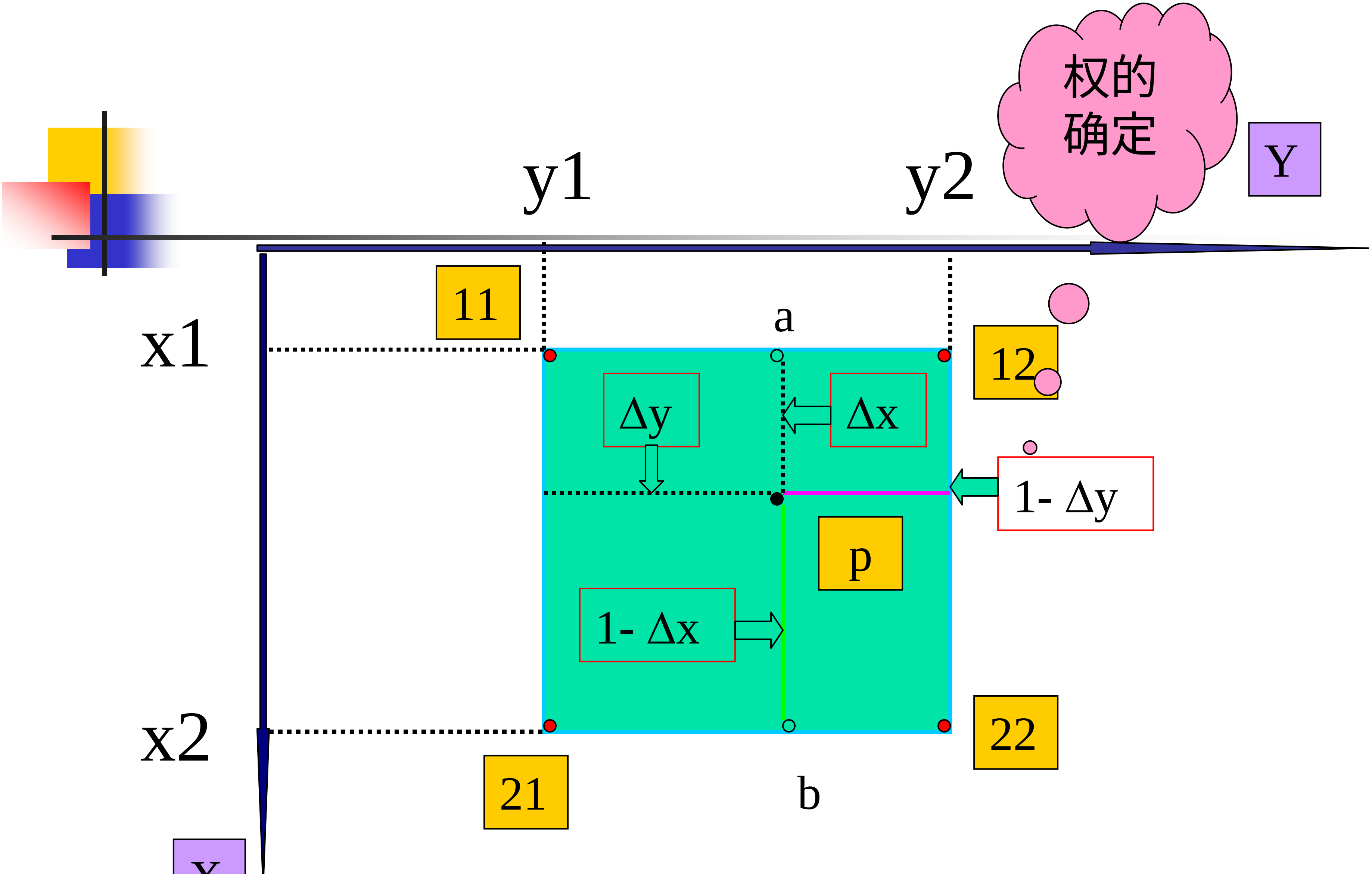
数字影像　　　　采样函数

1.双线性插值法

$$W(x) = 1 - (x),\ 0 \le |x| \le 1$$

卷积核是一个三角形函数





双线性插值法示意图

双线性插值法公式

$$I(P)=\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\mathbf{I}(i,j)*\mathbf{W}(i,j)$$

$$\mathbf{I}=\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} \\ I_{21} & I_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{21} & W_{22} \end{bmatrix}$$

$$W_{11}=W(x_1)W(y_1)\;;\quad W_{12}=W(x_1)W(y_2)$$

双线性插值法公式

$W(x_1)=1-\Delta x$； $W(x_2)=\Delta x$； $W(y_1)=1-\Delta y$； $W(y_2)=\Delta y$

$\Delta x = x - \mathrm{INT}(x)$ $\Delta y = y - \mathrm{INT}(y)$

$$I(P)=W_{11}I_{11}+W_{12}I_{12}+W_{21}I_{21}+W_{22}I_{22}$$
$$=(1-\Delta x)(1-\Delta y)I_{11}+(1-\Delta x)\Delta y I_{12}+\Delta x(1-\Delta y)I_{21}+\Delta x\Delta y I_{22}$$

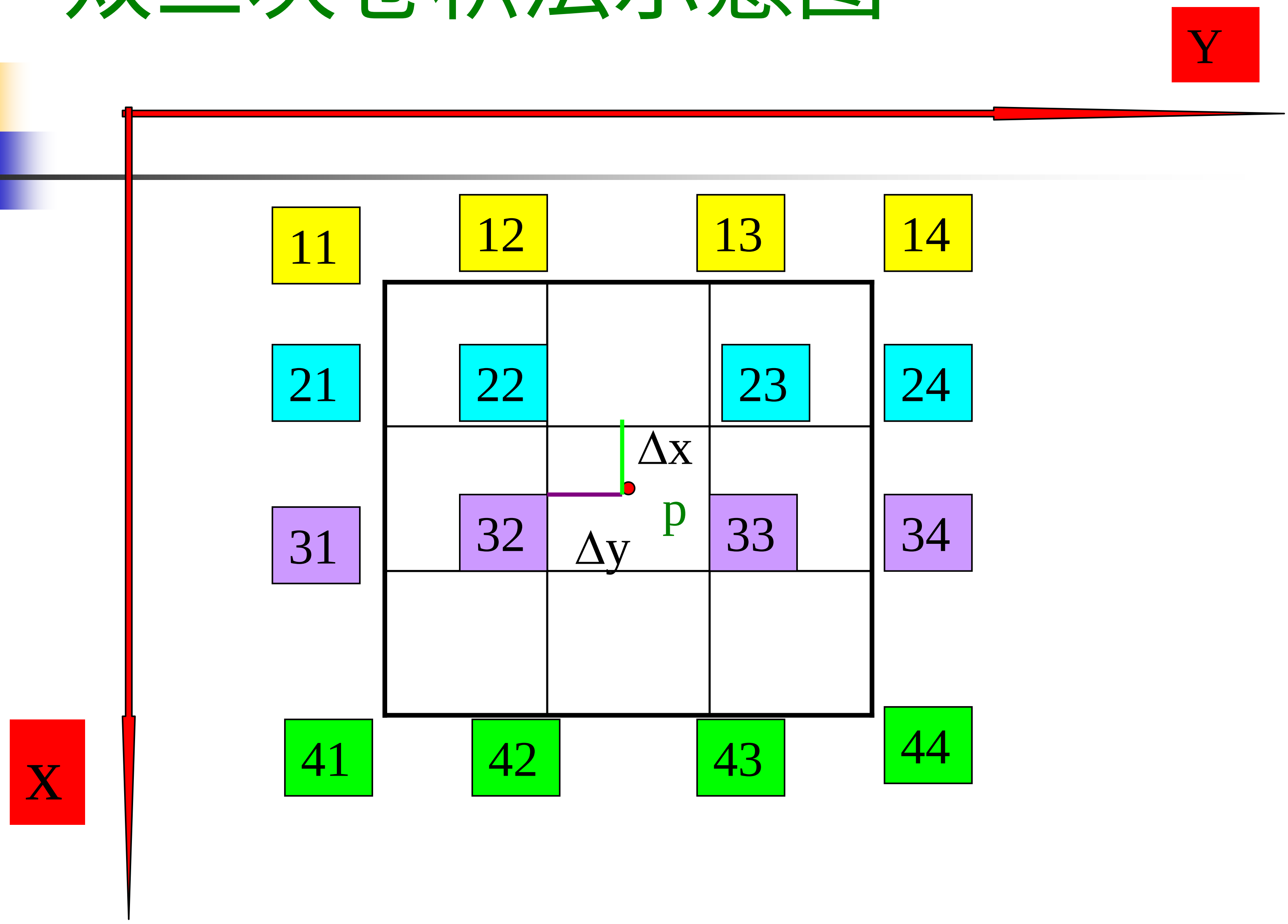
加权平均值

2.双三次卷积法

$$
\left.
\begin{array}{ll}
W_1(x) = 1 - 2x^2 + |x|^3, & 0 \le |x| \le 1 \\
W_2(x) = 4 - 8|x| + 5x^2 - |x|^3, & 1 \le |x| \le 2 \\
W_3(x) = 0, & 2 \le |x|
\end{array}
\right\}
$$

卷积核可以利用三次样条函数

双三次卷积法示意图



双三次卷积法计算公式

$$I(P)=\sum_{i=1}^{4}\sum_{j=1}^{4}\mathbf{I}(i,j)*\mathbf{W}(i,j)$$

$$\mathbf{I}=\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & I_{24} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & I_{34} \\ I_{41} & I_{42} & I_{43} & I_{44} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{W}=\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} & W_{13} & W_{14} \\ W_{21} & W_{22} & W_{23} & W_{24} \\ W_{31} & W_{32} & W_{33} & W_{34} \\ W_{41} & W_{42} & W_{43} & W_{44} \end{bmatrix}$$

双三次卷积法计算公式

$$W_{11} = W(x_1)W(y_1)$$

$$\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots$$

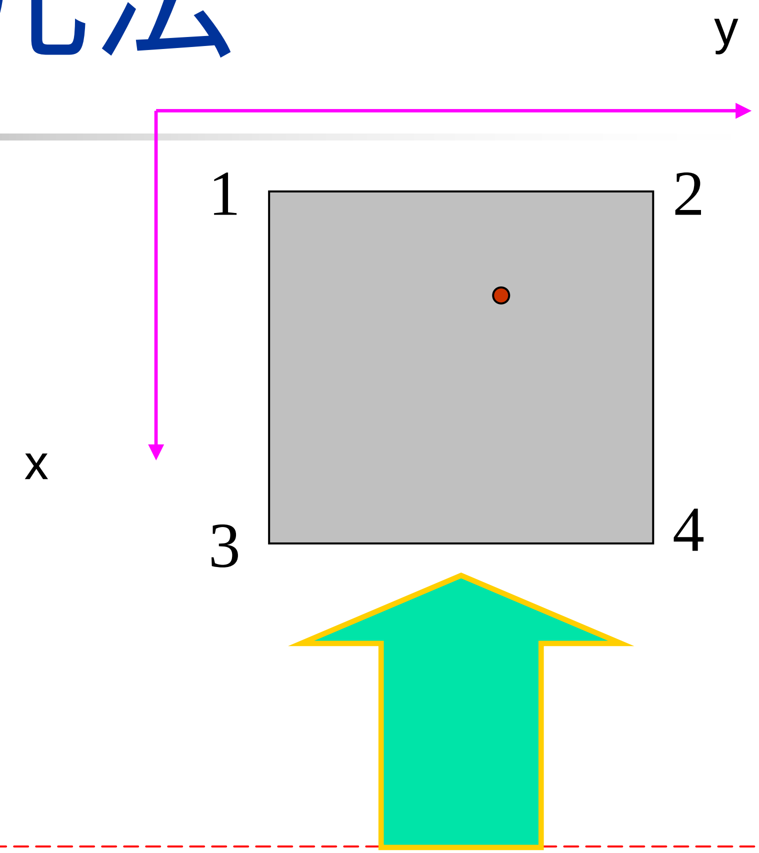
$$W_{44} = W(x_4)W(y_4)$$

$$W_{ij} = W(x_i)W(y_j)$$

$$x:\begin{cases} W(x_1) = W(1+\Delta x) = -\Delta x + 2\Delta x^2 - \Delta x^3 \\ W(x_2) = W(\Delta x) = 1 - 2\Delta x^2 + \Delta x^3 \\ W(x_3) = W(1-\Delta x) = \Delta x + \Delta x^2 - \Delta x^3 \\ W(x_4) = W(2-\Delta x) = -\Delta x^2 + \Delta x^3 \end{cases}$$

3.最邻近像元法

$$I(P) = I(N)$$



直接取与P(x,y)点位置最近像元N的灰质值为核点的灰度作为采样值

$$x_N = \mathrm{INT}(x + 0.5)$$

$$y_N = \mathrm{INT}(y + 0.5)$$

4.三种重采样方法比较

- 最邻近像元法最简单，计算速度快,且能不破坏原始影像的灰度信息,
- 双三次卷积法较费时.
- 双线性插值法较宜。