

从核结构的有序性理解 $^{180,182}\text{Hf}$ 核形状演化

童红¹, 石筑一^{1,2,*}, 汪红¹, 赵行知¹, 倪绍勇¹

(1. 贵州民族学院 物理系, 贵州 贵阳 550025; 2. 北方民族大学 基础部, 宁夏 银川 750021)

摘要:对于发生在同一原子核中的从一种高激发模式向着低激发模式演化的物理图像,给出了一种新的理解:被布居到高角动量态的高有序激发核,以E2跃迁的方式先行退耦到转晕带,再退耦到共存区(或临界点)时释放了有序的结构能,诱发价核子对耦合强度改变,重新组合出低有序的激发模式基准态,实现了基准态结构的过渡;从微观上看,这是一种既温和而又平稳的转变。这种共存区(或临界点)在不同核素中位置的改变,就是研究基态量子相变的理论基础。文章阐述了连续发生两次这类相变的可能,并以 $^{180,182}\text{Hf}$ 核为例作了深入探讨。

关键词:量子相变;形状演化;微观 sdIBM- F_{Max} 方案; $^{180,182}\text{Hf}$ 核

中图分类号: O751.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-6931(2009)08-0693-07

Recognition of Shape Evolution of $^{180,182}\text{Hf}$ Nuclei From Order of Nuclear Structure

TONG Hong¹, SHI Zhu-yi^{1,2,*}, WANG Hong¹, ZHAO Xing-zhi¹, NI Shao-yong¹

(1. Department of Physics, Guizhou Institute for Nationalities, Guiyang 550025, China;
2. Fundamental Department, North University for Ethics, Yinchuan 750021, China)

Abstract: A new standpoint is proposed for understanding the quantum phase transition from a higher-ordered excitation model to other lower-ordered one. It suggests that a nucleus populating at high-spin state is decoupled firstly to the yrast-band with the E2-transitions mode, and then to the coexist region, wherein the structure-energy is released, the change of the nucleon coupling intensity is caused, finally the ground-states of the lower-ordered excitation model is reconstructed, the evolution of ground-state structure occurs. Microscopically, this is a benignancy and calm transition. In addition, an explanation is given to the possibility that two phase transitions can occur in some isotopes. A detailed discussion is presented with the $^{180,182}\text{Hf}$ nuclei as an example.

Key words: quantum phase transition; shape evolution; microscopic sdIBM- F_{Max} approach; $^{180,182}\text{Hf}$ nuclei

收稿日期:2008-06-20;修回日期:2008-10-26

基金项目:贵州省教育厅自然科学类科研资助项目(黔教科:2006318)

作者简介:童红(1963—),女(回族),贵州贞丰人,教授,理论物理专业

* 通信作者:石筑一, E-mail: shizhuyi@vip.sina.com

在物理学的不同分支中,相变已成为很有兴趣的研究课题。目前,在热力学、临界现象和核物理学中已观察到了大量的相变现象。出现在微观领域的所谓“量子相变”(QPT)是一种发生在零温度下的结构改变,并受到量子涨落驱动和非热力学参数控制的现象^[1-4]。核能谱的典型特征取决于核子对的形成或溃散,这又重新唤起了人们对相互作用玻色子模型(IBM)研究及其应用的兴趣^[5-21]。按照习惯,描述一群原子核随玻色子数改变所引起的从球形到变形的相变称为基态量子相变(GSQPT)^[2];描述单个原子核随角动量改变所导致的从集体振动激发模式到集体转动激发模式的相变称为转动驱动形状相变(RDSPT)^[7,9],它们旨在研究原子核在低能-低角动量态上发生的对称性改变的现象。显然,对后者的深刻理解是全面认识前者的线索。目前,属前者范畴内的 $SU(3) \rightarrow O(6)$ 、 $U(5) \rightarrow O(6)$ 和 $U(5) \rightarrow SU(3)$ 的 GSQPT 描述较为成功,对 RDSPT 的研究才开始受到重视^[7,9,11,15,18-21]。

但对 Hf-Hg 同位素是否存在有 $SU(3) \rightarrow O(6) \rightarrow \overline{SU(3)}$ 的 GSQPT 争论较大^[2,13]。支持者称,这是来自实验数据的整理结果,但缺少具有 $\overline{SU(3)}$ 对称性核的具体例证^[13];反对者则说,这是参数代换的结果,不是真正意义上的相变^[2]。那么,第 2 次相变有可能吗? 针对 ^{180,182}Hf 核,不久前,在实验上完成了精巧测定,将其转晕线推到了较高的角动量区,以便确认第 1 个带交叉的属性^[14];在理论方面,也曾采用多种核模型研究过顺排滞后现象,情况仍不清楚。

理解相变临界点上原子核中有限中子-质子组分怎样引起结构调整是一个重要问题,这在唯象理论中尚不是完全清楚,能够从有限核子组合机制去说明和理解这些现象是有意义的^[2,6,8]。然而,不同于经典物理,从核子的有序性考察核结构相变的工作至今尚未看到。不管怎样,从微观角度看,它们只是原子核中的核子耦合、配对、拆对、拆对-顺排、拆对-重新耦合以及基准态重组功能的宏观表现^[18-26]。

本工作试图从最普遍的 IBM 哈密顿量出发,应用微观方案获取微观信息,阐述由于高激发-高有序的基准态(basic states,玻色子算符

及其再耦合算符作用在玻色子真空态而获得的一系列状态^[27])释放结构能,导致价核子间耦合强度变弱,重组出新的低激发-低有序的基准态,实现转速变小驱动高有序基准态向着低有序基准态过渡的量子相变。以^{180,182}Hf 核为例,给出对微观机制的深入理解,为研究 Hf 同位素的 GSQPT 作准备。

1 理论方案

在原子核的微观理论中,对于价核子体系的哈密顿量,一般表达^[22-23]为:

$$H_I = H_I^{(n)} + H_I^{(p)} + H_I^{(np)} \quad (1)$$

式中各项简写为:

$$H_I^{(\sigma)}(a^+, a) = \sum_a E_a^{(\sigma)} a_a^{(\sigma)+} a_a^{(\sigma)} + \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(\sigma)} a_a^{(\sigma)+} a_\beta^{(\sigma)+} a_\gamma^{(\sigma)} a_\delta^{(\sigma)} \quad (\sigma = n, p) \quad (2)$$

$$H_I^{(np)}(a^+, a) = \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(np)} a_a^{(n)+} a_\beta^{(p)+} a_\gamma^{(p)} a_\delta^{(n)} \quad (\alpha, \beta, \gamma, \delta = (nljm)) \quad (3)$$

式中: $P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(\sigma)}$ 、 $P_{\alpha\beta\gamma\delta}^{(np)}$ 为相互作用矩阵元。

当对具体核进行计算时,核子-核子有效相互作用取为对力、四极对力和四极-四极力。

利用 Dyson 玻色子展开和 MJS 代换得到理想玻色子 A, 构成玻色子真空态; 为确保其集体性(有序性), 引入 1 组 Q 玻色子:

$$Q_{\pi JM}^{(\sigma)+} = \sum_{\alpha \leq \beta} x_{(\alpha\beta)}^{(\sigma, \pi JM)} A_{\alpha\beta}^{(\sigma)+} \quad (\sigma = n, p) \quad (4)$$

借助本征方程:

$$H_B Q_{\pi JM}^{(\sigma)+} |0\rangle = \epsilon_{\pi J} Q_{\pi JM}^{(\sigma)+} |0\rangle \quad (5)$$

获得玻色子结构常数 $x_{(\alpha\beta)}^{(\sigma, \pi JM)}$ 。取能量最低($r=0$)的 Q 玻色子, 定义出唯象 IBM 的玻色子 $s^{(\sigma)+} = Q_{0+00}^{(\sigma)+}$ 、 $d_m^{(\sigma)+} = Q_{0+2m}^{(\sigma)+}$, $m=0, \pm 1, \pm 2$ 。当 H_B 具有某种对称性时, 立即获得某种激发模式的、准-同核异能的基准态。对玻色子哈密顿量 $H_B^{(\sigma)}$ 作 s、d 截断, 便得到:

$$h_{sd} = h_{sd}^{(n)} + h_{sd}^{(p)} + h_{sd}^{(np)} \quad (6)$$

这样就构造出了微观 sdIBM-2 方案中最普遍的哈密顿量。其中的各项系数均可表达为同种价核子间的对力、四极对力、四极-四极力、中子-质子的四极-四极力的相互作用强度参数 $g_0^{(\sigma)}$ 、 $G_2^{(\sigma)}$ 、 $K^{(\sigma)}$ ($\sigma = n, p$)、 $K^{(np)}$ 和能级量子数 α 的解析形式, 这些可在文献^[22-23]中找到。在相应的玻色空间对角化 h_{sd} 后, 得到核体系的能谱。

从数学和物理学角度看,上述过程可理解为:对于无相互作用费米子空间中的费米体系,在对其实施玻色子化(配对)和集体化(有序化)的过程中,将形成一结合能不同、具有某种对称性的基准态,可视为具有稳定结构、并嵌放在费米子空间中,而该对称性的激发事件就发生在这种子结构中;另外,通过费米子空间发生的各种子玻色空间之间的对称性改变,称为基准态重组,就实现了玻色相-相变^[27-28]。为简化问题,先忽略核子由无穷远处聚集到各能级上的结合能,只考察这些核子配对的束缚能(玻色真空态的能量等于配对能 $E_{p,J}^{(\sigma)} = \frac{1}{2} \sum_{(q\bar{q})} [x_{(q\bar{q})}^{(\sigma+J)}]^2 [\epsilon_{\alpha}^{(\sigma)} + \epsilon_{\beta}^{(\sigma)}]$, $\epsilon_{\alpha}^{(\sigma)}$ 是单粒子能量值)以及单玻色子之间和两体玻色子作用的相干能(有序结构能 $|E_{st}^{(\sigma)}|$)。体系中总角动量为 J 的玻色子的总结合能 $E_{t,J}^{(\sigma)} = E_{p,J}^{(\sigma)} + E_{st,J}^{(\sigma)}$, 核体系的有序性程度就被引了进来。对不同对称性激发元的激发能量的大小和有序程度高低的比较,就变为直接比较它们的总能量和有序结构能。

用于描述核体系发生结构变化的哈密顿量是微观 IBM 方案中 s、d 价核子对的最普遍形式的哈密顿量,不是一般文献中所经常使用的潜在对称性哈密顿量的线性组合(简称为 $I \sin g$ 型)^[2,13]。方案本身不具有原始对称性,客观;价核子对具有物理结构(用玻色子结构常数表征),不是简单的、几何的刚性粒子,能研究玻色子拆对与基准态重组的细节;它既有区分中子-质子的精确方案,又有不区分中子-质子的最大同位旋近似方案(正是本文所使用的微观 sdIBM- F_{Max} 方案),便于按需选择。但方案的缺陷是它本身不能准确地指认能谱的对称性,还需通过能谱特征来最后认定。

2 计算结果

文献[7,9]指出,比值 R 为:

$$R = \frac{E_{\gamma}(I \rightarrow I-2)}{I}$$

$$\begin{cases} \frac{\hbar\omega}{I} \xrightarrow{I \rightarrow \infty} 0 & \text{U(5)} \\ \frac{\hbar^2}{2J} \left(4 - \frac{2}{I}\right) \xrightarrow{I \rightarrow \infty} 4 \left(\frac{\hbar^2}{2J}\right) & \text{SU(3)} \\ \frac{E_{2_1^+}}{4} \left(1 + \frac{2}{I}\right) & \text{O(6)} \end{cases}$$

R 是指认沿着转晕线发生激发模式改变的 1 个敏感判据。

从¹⁸⁰Hf 的 E-GOS(γ -ray energy over spin curves)曲线(图 1,2)可清楚看到,其转晕线被分为两段: $2_1^+ \sim 8_1^+$ 态是理想的 SU(3) 激发模式, $8_1^+ \sim 20_1^+$ 态是理想的 O(6) 激发模式,其间存在有转动驱动激发模式改变的量子相变。

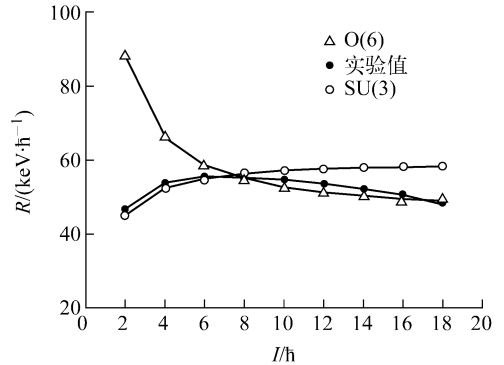


图 1 ¹⁸⁰Hf 核实验转晕能谱与理想 SU(3)、O(6)核基带能谱的 E-GOS 曲线比较

Fig. 1 Experimental E-GOS curves of ¹⁸⁰Hf nuclei compared with one of ground-states band of ideal SU(3) and O(6)

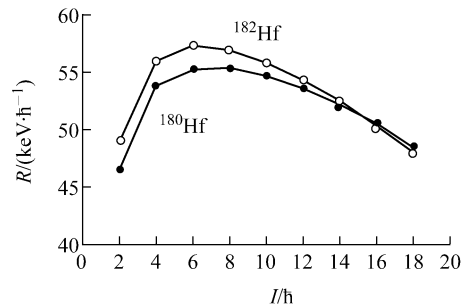


图 2 ^{180,182}Hf 核实验能谱的 E-GOS 比较

Fig. 2 Comparison of E-GOS curves of experimental yrast band in ^{180,182}Hf nuclei

然后,应用微观 sdIBM- F_{Max} 方案分别指认出相应的激发模式。

按照原子核壳模型理论,^{180,182}Hf 的价核子组态为:

$$(2f_{7/2}, 3p_{3/2}, 1h_{9/2}, 3p_{1/2}, 2f_{5/2}, 1i_{13/2})^{N_n} \\ (1g_{7/2}, 2d_{5/2}, 2d_{3/2}, 3s_{1/2}, 1h_{11/2})^{22}$$

其中, N_n 分别为 26、28。为不失一般性,使用中子和质子的空穴方案计算,这时取 $\bar{N}_n = \bar{18}$ 、

$\overline{16}, \overline{N}_p = \overline{10}$ 。中子和质子的单粒子实验能量值列于表 1^[29-30]。

表 1 实验单粒子能量值

Table 1 Experimental single-particle energy of valence nucleon

nlj	(α, β)	中子能量/MeV	nlj	(α, β)	质子能量/MeV
$2f_{7/2}$	1	0.000	$1g_{7/2}$	1	0.000
$3p_{3/2}$	2	0.854	$2d_{5/2}$	2	0.962
$1h_{9/2}$	3	1.561	$2d_{3/2}$	3	2.440
$3p_{1/2}$	4	1.656	$3s_{1/2}$	4	2.697 2
$2f_{5/2}$	5	2.005	$1h_{11/2}$	5	2.792
$1i_{13/2}$	6	2.695			

当核子-核子等效相互作用参数取表 2 中的值时,分段计算出^{180,182}Hf 核能谱,其转晕态能量值列于表 3。由表 3 可见,再现的整个转

晕态能值与实验值^[14]符合得很好。¹⁸⁰Hf 中子与质子的 s、d 玻色子结构常数列于表 4、5 (因¹⁸⁰Hf、¹⁸²Hf 的情况极相似,表 5 只列出¹⁸⁰Hf)。需特别指出的是:计算结果还能与其他低角动量态比较(如¹⁸⁰Hf),一方面高能激发模式对 2_1^+ 和 4_1^+ 态的再现值稍大,这在意料之中,需对低能激发模式予以修正;但计算出的其它能态 (E_{3_1}/E_{4_2} (1.408 MeV/1.382 MeV), E_{5_1}/E_{6_2} (1.790 MeV/1.777 MeV)) 表现出近 staggering 性,正是 O(6) 实验能谱所具有的特征;另一方面,尽管低能激发模式对 2_1^+ 和 4_1^+ 态的修正不大,可它却给出了好的 2_2^+ 态 ($E_{\text{exp}}/E_{\text{cal}} = 1.199 \text{ MeV}/1.196 \text{ MeV}$)、 4_2^+ 态 (1.408 MeV/1.468 MeV) 和 0_2^+ 态 (1.102 MeV/1.041 MeV) 的值以及 SU(3) 能谱的结构与特征。

表 2 核子-核子等效相互作用参数

Table 2 Parameters of nucleon-nucleon effective interaction

核素	能态	$g_0^{(n)}$	$G_2^{(n)}$	$K^{(n)}$	$g_0^{(p)}$	$G_2^{(p)}$	$K^{(p)}$	$K^{(np)}$	MeV
¹⁸⁰ Hf	高能态	0.026 5	0.021 0	0.002 2	0.028 0	0.022 0	0.002 2	0.008 0	
	低能态	0.026 3	0.022 3	0.002 1	0.027 4	0.023 4	0.002 1	0.009 2	
¹⁸² Hf	高能态	0.026 2	0.021 4	0.002 2	0.027 5	0.022 6	0.002 2	0.009 0	
	低能态	0.026 0	0.022 3	0.002 2	0.026 8	0.023 4	0.002 2	0.011 0	

表 3 ^{180,182}Hf 核转晕谱的理论计算值与实验值的比较

Table 3 Comparison of levels value from experimental and calculated yrast band in ^{180, 182}Hf

核素	能态	能量/MeV									
		0^+	2^+	4^+	6^+	8^+	10^+	12^+	14^+	16^+	18^+
¹⁸⁰ Hf	高能态	0.000	0.110	0.346	0.646	1.078	1.634	2.275	2.995	3.791	4.660
	实验值	0.000	0.093	0.308	0.640	1.083	1.630	2.273	3.004	3.812	4.681
	低能态	0.000	0.094	0.308	0.568	0.969	1.508	2.135	2.843	3.629	4.903
¹⁸² Hf	高能态	0.000	0.113	0.354	0.668	1.116	1.682	2.334	3.067	3.878	4.762
	实验值	0.000	0.098	0.322	0.666	1.121	1.679	2.330	3.064	3.868	4.733
	低能态	0.000	0.098	0.322	0.604	1.032	1.596	2.250	2.989	3.811	4.711

表 4 ^{180, 182}Hf 核的某些能量值

Table 4 Some energy value of ^{180, 182}Hf

核素	激发模式	玻色子能量/MeV		玻色子的结合能/MeV		核体系能量/MeV	基态对称性
		s	d	s	d		
¹⁸⁰ Hf	高	-6.154	-5.464	0.000	0.690	-89.193	O(6)
	低	-6.107	-5.472	0.000	0.635	-89.222	SU(3)
¹⁸² Hf	高	-6.126	-5.468	0.000	0.658	-82.372	O(6)
	低	-6.088	-5.474	0.000	0.614	-82.596	SU(3)

表 5 ¹⁸⁰Hf 的 s, d 玻色子结构常数 $x_{[\alpha\beta]}^{(\sigma, r, \pi, J)}$
 Table 5 Structure coefficients $x_{[\alpha\beta]}^{(\sigma, r, \pi, J)}$ of s, d bosons of ¹⁸⁰Hf

玻色子	中子			质子		
	组态	结构常数/MeV		组态	结构常数/MeV	
		高能	低能		高能	低能
s	(1,1)	0.120	0.121	(1,1)	0.109	0.111
	(2,2)	0.101	0.103	(2,2)	0.131	0.134
	(3,3)	0.258	0.260	(3,3)	0.238	0.245
	(4,4)	0.100	0.102	(4,4)	0.201	0.208
	(5,5)	0.225	0.229	(5,5)	0.935	0.931
	(6,6)	0.921	0.919			
d	(1,1)	0.054	0.051	(1,1)	0.034	0.032
	(1,2)	-0.081	-0.076	(1,2)	0.015	0.014
	(1,3)	-0.023	-0.021	(1,3)	-0.061	-0.058
	(1,5)	0.038	0.035	(1,5)	0.000	0.000
	(2,2)	0.043	0.040	(2,2)	0.041	0.039
	(2,3)	0.000	0.000	(2,3)	0.043	0.041
	(2,4)	0.072	0.068	(2,4)	-0.082	-0.078
	(2,5)	-0.049	-0.046	(2,5)	0.000	0.000
	(3,3)	0.130	0.122	(3,3)	0.087	0.084
	(3,4)	0.000	0.000	(3,4)	0.134	0.130
	(3,5)	-0.154	-0.146	(3,5)	0.000	0.000
	(4,5)	-0.116	-0.110	(4,5)	0.000	0.000
	(5,5)	0.113	0.108	(5,5)	0.979	0.981
	(6,6)	0.955	0.960			

注:(α, β)是表 1 的质子或中子能级编号

这样,计算结果则成功地再现了^{180,182}Hf核能谱有转动驱动低角动量的 SU(3)激发谱向着 O(6)激发谱演化的特征,并示明^{180,182}Hf核的相变共存区很窄,相变临界点分别在 $6_1^+ \sim 8_1^+$ 和 6_1^+ 态上,计算结果与实验结果一致,且 $Q(2_1^+)$ 是负值,它们属长椭球形核。

另外,由计算还得到^{180,182}Hf核的其它激发能量值(表 4,空穴方案中能量为负值)。由表 4 可知,O(6)激发态是高激发和高有序态,SU(3)激发态则是低激发和低有序态。

从 s, d 玻色子结构常数(表 5)发现:它们有着完全相同的耦合结构,结构改变后既未增加新的耦合类型,也未减少原有的组分,且组分的数值改变很小,以致其结合能仅有很小的改变(分别为 65 和 47 keV)。这样的变化很温

和,完全不像它们的能谱值及其对称性所表现出来的宏观改变那么剧烈和鲜明,这与文献[18-21]的结果一致。因此,有理由认为,在过渡区中,转动诱发价核子轨道之间耦合强弱的变化,导致玻色子结构常数的改变,从而形成新的基准态,完成从 O(6)模式向 SU(3)模式的转变。

这种处理展示了进一步理解和说明基准态结构改变的新物理图像:当被布居到高激发态的高有序核在退激发时,通过级联 γ 跃迁进入转晕态;在不断的退激发中,在某个阶段上,退激发能部分解除了高激发模式有序基准态结构和它在能量上的优势,导致它释放多余的有序结构能,引起价核子间耦合强弱的变化,出现低有序结构的新基准态重组,实现了旋转速度减慢驱动高有序核向着低有序核过渡的量子相

变。例如, 这里的 $^{180,182}\text{Hf}$ 核在 $6_1^+ \sim 8_1^+$ 态和 6_1^+ 态处发生了 $O(6)$ 激发模式退激发到激发模式 $SU(3)$ 的相变(表3、4,图1、2)。这就找到了与经典相变理论有相似理解的切入点。从宏观上看, 这种转变发生突然, 进行较快; 但在微观上看, 两种玻色流体内的相互作用参数变化不大, 结构参数改变也不大, 诱导出一个新基准态的重组(表2、5)。但这是以改变价核子耦合强度这种较温和的方式实现的。

从上面的讨论中可得到如下结论。

1) 基于微观 $sd\text{IBM}-F_{\text{Max}}$ 方案和实验单粒子能量值, 在最普遍的哈密顿量下, 很好地再现了 $^{180,182}\text{Hf}$ 核的实验能谱^[14]。计算结果显示: 对于 $^{180,182}\text{Hf}$ 核, 从其基态起直到 18_1^+ 态全都是集体态, 而且存在转动驱动 $SU(3)$ 激发模式到 $O(6)$ 激发模式之间的演化。

2) IBM指认的三种基准态之间存在着激烈的互相竞争, 每个基准态都有以一定概率实现激发的可能, 特别是在低能、低角动量态上。这里的比值 R 是能够指证在沿着转晕线上发生从一种激发模式改变到另一种激发模式相变的一个很敏感的信号。从微观角度看, 这种基准态结构的改变引发的过渡不很剧烈, 只是在相变过渡区中通过价核子之间耦合强弱的变化改变了玻色子结构常数, 构建出新激发模式基准态, 实现新旧激发模式基准态的过渡。

3) $^{180,182}\text{Hf}$ 核的相变共存区很窄, 其相变临界点分别在 $6_1^+ \sim 8_1^+$ 态和 6_1^+ 态上。这表明, 对于 Hf 同位素, 随着中子的增加, 若临界点一直向着低角动量方向移动, 有可能会到达基准态, 然后再开始另一种新的转动或其它激发。因此, 发生 $SU(3)-O(6)-\overline{SU(3)}$, 或 $SU(3) \rightarrow U(5) \rightarrow SU(3)$ 、 $SU(3)-O(6)-U(5)$ 、 $SU(3)-O(6)-\overline{O(6)}$ GSQPT相变未必不可能。是否如此, 有待实验验证。这种共存区(或临界点)的移动成为研究GSQPT的理论基础。

3 结论

对于1个原子核中发生的从一种激发模式向着另一种激发模式过渡的识别和机制, 本工作提出了一个新理解: 由于退激发能量解除了原有激发模式的基准态结构及其在能量上的优势, 高有序基准态释放结构能, 引发激发模式基

准态结构重组, 实现新旧激发模式基准态的过渡; 这种共存区(或临界点)在不同核素中位置的改变成为研究GSQPT的理论基础。

参考文献:

- [1] SACHDEV S. Quantum phase transitions[M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1999.
- [2] CASTEN R F. Shape phase transitions and critical-point phenomena in atomic nuclei[J]. Nature Physics, 2006, 2: 811-820.
- [3] IACHELLO F. Dynamic symmetries at the critical point[J]. Phys Rev Lett, 2000, 85: 3 580-3 583.
- [4] IACHELLO F. Analytic description of critical point nuclei in a spherical-axially deformed shape phase transition[J]. Phys Rev Lett, 2001, 87: 05250.
- [5] JOLIE J, CASTEN R F, von BRENTANO P, et al. Quantum phase transition for γ -soft nuclei [J]. Phys Rev Lett, 2001, 87: 162501.
- [6] NIKSIC T, VRETENAR D, LALAZISSIS G A et al. Microscopic description of nuclear quantum phase transitions[J]. Phys Rev Lett, 2007, 99: 092502.
- [7] REGAN P H, BEAUSANG C W, ZARMFIR N V, et al. Signature for vibrational to rotation evolution along the yrast line[J]. Phys Rev Lett, 2003, 90(15): 152502.
- [8] LEVIATAN A. Partial dynamical symmetry at critical points of quantum phase transitions[J]. Phys Rev Lett, 2007, 98: 242502.
- [9] LIU Y X, MU L Z, WEI H Q. Approach to the rotation driven vibrational to axially rotational shape phasetransition along the yrast line of a nucleus[J]. Phys Lett B, 2006, 633: 49-53.
- [10] ZHANG Yu, HOU Zhanfeng, LIU Yuxin. Distinguishing a first order from a second order nuclear shape phase transition in the interacting boson model [J]. Phys Rev C, 2007, 76: 011305.
- [11] SHEN S F, CHEN Y B, XUF R, et al. Signature for rotational to vibrational evolution along the yrast line [J]. Phys Rev C, 2007, 75: 047304.
- [12] MENG J, ZHANG W, ZHOU S G, et al. First order shape transition and critical point nuclei in

- Sm isotopes from relativistic mean field approach [J]. arXiv: nucl-th/2003, 0312055v1.
- [13] JOLIE J, LINNEMANN A. Prolate-oblate phase transition in the Hf-Hg mass region [J]. Phys Rev C, 2003, 68: 031301(R).
- [14] NGIJOI-YOGO E, TANDEL S K, MUKHERJEE G, et al. Collective rotation and vibration in neutron-rich ^{180, 182}Hf nuclei [J]. Phys Rev C, 2007, 75: 034305.
- [15] SUN Yang, WALKER P M, XU Furong, et al. Rotation-driven prolate-to-oblate shape phase transition in ¹⁹⁰W: A projected shell model study [J]. Phys Lett B, 2008, 659: 165-169.
- [16] LIU M L. Nuclear shape-phase diagrams [J]. Phys Rev C, 2007, 76: 054304.
- [17] XU F R, WALKER P M, WYSS R. Limit to high-spin isomerism in hafnium isotopes [J]. Phys Rev C, 2000, 62: 014301.
- [18] 石筑一,童红,石筑亚,等. 转动诱发原子核量子相变的一种可能途径 [J]. 物理学报, 2007, 56(3): 1 329-1 333.
- SHI Zhuyi, TONG Hong, SHI Zhuya, et al. A possible route of nuclear quantum phase transition induced by rotation [J]. Acta Physica, 2007, 56(3): 1 329-1 333(in Chinese).
- [19] 石筑一,张春梅,童红,等. ¹⁰²Ru核振动到转动演化的微观研究 [J]. 物理学报, 2008, 57(3): 1 564-1 568.
- SHI Zhuyi, ZHANG Chunmei, TONG Hong, et al. Evolution from vibration to rotation on ¹⁰²Rn nucleus within microscopic theory [J]. Acta Physica, 2008, 57(3): 1 564-1 568(in Chinese).
- [20] 赵行知,石筑一,石筑亚,等. g玻色子对¹⁰⁰Pd核高自旋态能谱的影响 [J]. 原子能科学技术, 2007, 41(4): 385-389.
- ZHAO Xingzhi, SHI Zhuyi, SHI Zhuya, et al. Effect of g-boson on spectra of high-spin states in ¹⁰⁰Pd nucleus [J]. At Energy Sci Technol, 2007, 41(4): 385-389 (in Chinese).
- [21] 倪绍勇,石筑一,童红,等. ¹⁰⁸Cd核振动到转动演化的微观研究 [J]. 原子能科学技术, 2008, 42(5): 385-389.
- NI Shaoyong, SHI Zhuyi, TONG Hong, et al. Evolution from vibration to rotation in ¹⁰⁸Cd nucleus within microscopic theory [J]. Atomic Energy Science and Technology, 2008, 42(5): 385-389(in Chinese).
- [22] YANG Z S, LIU Y, QI H. The interacting Boson model and microscopic investigation of the nuclear collective motion [J]. Nucl Phys A, 1984, 421: 297-312.
- [23] 杨泽森,刘庸,田晓岑. 在对力、四极对力及四极力下相互作用玻色子模型的 Dyson 表示 [J]. 高能物理与核物理, 1982, 6(7): 472-479.
- YANG Zesen, LIU Yong, TIAN Xiaocen. A Dyson representation of the interacting boson model with pairing plus quadrupole pairing plus quadrupole-quadrupole forces [J]. High Energy Physics and Nuclear Physics, 1982, 6(7): 472-479(in Chinese).
- [24] SHI Z Y, LIU Y, SANG J P. Microstructure on collectivity in even ¹¹⁶⁻¹²²Xe isotopes [J]. Chinese Physics, 2000, 9: 9-12.
- [25] SHI Z Y, LIU Y, SANG J P. Nuclear structure and backbending phenomenon for ¹¹⁴⁻¹³⁰Xe isotopes [J]. Chinese Physics, 2001, 10: 282-285.
- [26] SHI Z Y, ZHAO X Z, TONG H. Spectral property and its shape transition on ⁷²⁻⁸⁴Kr isotopes in microscopic core plus two-quasi-particle approach [J]. Chinese Physics, 2003, 12: 732-737.
- [27] IACHELLO F, ARIMA A. The interacting boson model [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1987: 6-134.
- [28] CAPRIO M A, IACHELLO F. Phase structure of the two-fluid proton-neutron system [J]. arXiv: nucl-th/2004, 0411015v2.
- [29] GOODMAN A L. Proton-neutron pairing in $Z = N$ nuclei with $A = 76-96$ [J]. Phys Rev C, 1999, 60: 014311.
- [30] KANEKO K, HASEGAWA M, MIZUSAKI T. Quadrupole and octupole softness in the $N = Z$ nucleus ⁶⁴Ge [J]. Phys Rev C, 2002, 66: 051306 (R).