林 剑,吴 云,刘经南. 电离层 GPS 掩星反演技术研究. 地球物理学报,2009,52(8):1947~1953,DOI:10.3969/j.issn. 0001-5733.2009.08.001

Lin J, Wu Y, Liu J N. Research on ionospheric inversion of GPS occultation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2009, **52** (8):1947~1953, DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.08.001

# 电离层 GPS 掩星反演技术研究

林 剑<sup>1,2,3</sup>, 吴 云<sup>1,2</sup>, 刘经南<sup>3</sup>

1 中国地震局地震研究所,武汉 430071
 2 地壳运动与地球观测实验室,武汉 430071
 3 武汉大学卫星导航定位技术研究中心,武汉 430079

**摘 要** GPS 无线电掩星技术是崭新的、高效的地球大气层和电离层探测技术,但仍在发展和完善之中.本文详细 推导了 Abel 积分和绝对 TEC 电离层反演方法,研究了如何解决 Abel 积分产生的上下限异常问题;用 COSMIC 发 布的 GPS 原始数据进行了反演计算,将结果与地面电离层测高仪数据进行了比较,最后讨论了周跳对反演结果的 影响问题.结果表明:(1)在较高轨道高度(约 800 km),Abel 积分与绝对 TEC 方法的反演结果基本一致,都与电离 层测高仪反演结果符合良好;在较低轨道高度(约 500 km),绝对 TEC 反演精度优于 Abel 积分反演精度;(2)绝对 TEC 反演的最大电子密度 N<sub>m</sub> 较 Abel 积分法获得的结果更接近于电离层测高获得的峰值电子密度 N<sub>m</sub>F<sub>2</sub>,绝对 TEC 反演法更加严密和有效;(3)周跳对绝对 TEC 反演结果的影响较 Abel 积分反演结果的影响更为敏感,但无论 哪种方法,周跳对反演精度都造成严重损失.综合而言,绝对 TEC 反演法是更优的方法.

关键词 电离层掩星, Abel 积分反演, 绝对 TEC 反演, 周跳

DOI:10.3969/j.issn.0001-5733.2009.08.001 中图分类号 P352

**收稿日期** 2008-12-09,2009-06-26 收修定稿

### Research on ionospheric inversion of GPS occultation

LIN Jian<sup>1,2,3</sup>, WU Yun<sup>1,2</sup>, LIU Jing-Nan<sup>3</sup>

1 Institute of Seismology, China Earthquake Administration, Wuhan 430071, China

2 Crustal Movement Laboratory, Wuhan 430071

3 Research Center of Satellite Navigation and Positioning, Wuhan University, Wuhan 430079, China

Abstract GPS radio occultation measurements are brand-new and highly effective, which can detect atmosphere and ionosphere, but still in the development and perfection. This paper deduces in detail the inversion method of Abel integral and absolute TEC for occultation data, studies how to solve the problem of singularity at the upper and lower part derived from the Abel integral, carries out the inversion calculation with the GPS original data from COSMIC, compares the results with the ionosondes measurements, and finally discusses the effect of cycle slip on the inversion results. These results show that: (1) the results retrieved from the Abel integral and absolute TEC inversion are consistent on the whole at higher orbits altitude (~800 km), and in good agreement with those measured by ionosondes; the results retrieved from absolute TEC inversion at lower orbits attitude (~500 km); (2) the maximal electron density  $N_{\rm m}$  from absolute TEC inversion is closer to  $N_{\rm m}F_2$  from ionosondes than that from Abel integral inversion,

基金项目 国家支撑项目(2008BAC35B02),国家 863 项目(2007AA12Z169)和国家自然科学基金项目(40575011;40674009)资助.

作者简介 林 剑,男,1975年生,博士研究生,从事空间大地测量研究. E-mail.ljian2008@126.com

and the method of the former is more rigorous and effective than that of the latter; (3) absolute TEC is more sensitive to cycle slip than Abel integral, but for the two ways significant loss of inversion precision due to cycle slip always exists. In a word, the absolute TEC inversion method is better.

Keywords Ionospheric occultation, Abel integral inversion, Absolute TEC inversion, Cycle clip

# 1 引 言

自 1995 年美国 Microlab-1 卫星(GPS/MET) 首次验证了 GPS 无线电掩星技术探测地球大气层 和电离层的可行性<sup>[1~3]</sup>以来,国际上先后发射了 Orsted、CHAMP、SAC-C、GRACE、COSMIC 和 Metop-A 等卫星或星座<sup>[4~7]</sup>,尤其是 2006 年 4 月中 国台湾地区和美国合作的 COSMIC 星座发射成功, 使得在全球范围每天可观测到的大气层掩星和电离 层掩星事件达到 2500 次左右,这样大量的观测为大 气层和电离层的研究和应用提供了宝贵的数据<sup>[8]</sup>. 与以往的卫星探测、地基电离层测高、地基雷达探测 等手段相比,GPS 掩星探测具有成本低、垂直分辨 率高、全球覆盖等优点.

GPS 掩星电离层反演技术是 GPS 无线电掩星 技术的重要组成部分之一,迄今为止,国内外许多学 者已经为此进行了大量的研究.如电子密度掩星观 测结果与地面雷达的比较<sup>[4]</sup>,电离层电子密度的单 频和双频反演方法<sup>[9]</sup>,以及改正 TEC 反演方法<sup>[8]</sup> 等.上述研究中反演电子密度时,存在着指数外推误 差或积分上下限异常的问题.

GPS 无线电掩星技术是崭新的、有效的地球大 气层和电离层探测技术,但仍在发展和完善之中.本 文将详细推导 Abel 积分和绝对 TEC 的电离层反演 方法,研究如何解决积分产生的上下限异常问题;利 用 COSMIC 发布的电离层探测数据进行反演计算, 将反演结果与掩星事件星下点附近区域的地面电离 层测高仪数据进行比较分析;最后讨论周跳对反演 精度的影响问题.

2 电离层反演方法

#### 2.1 Abel 积分反演方法

图 1 展示了低轨卫星(LEO)GPS 掩星探测的 几何关系. 一般地,GPS 掩星的观测量是 GPS 卫星 的双频载波相位  $L_1$  和  $L_2$ ,因此,从 GPS 卫星到 LEO 卫星之间射电信号路径上的总电子含量 TEC<sub>AC</sub>为

$$\begin{aligned} \text{TEC}_{AC} &= \text{TEC}_{AB} + \text{TEC}_{BC} \\ &= \frac{f_1^2 f_2^2}{C(f_1^2 - f_2^2)} (L_1 - L_2) + N_{1,2}, \end{aligned}$$
(1)

式中,*C*是常量,取值为 40.3082 m<sup>3</sup> · s<sup>-2</sup>;  $f_1$  和  $f_2$  分别是载波  $L_1$  和  $L_2$  的频率;  $N_{1,2}$  为  $L_1$  和  $L_2$  的差 分整周模糊度.



图 1 LEO GPS 掩星探测的几何示意图 Fig. 1 Illustration of the geometry of LEO GPS occultation

在电离层球对称假设下,并将 LEO 轨道近似为 圆形,则 TEC<sub>∞</sub>和相应的电子密度 N 的关系可由 (2)式表示

$$\text{TEC}_{BC} = \text{TEC}_{AC} - \text{TEC}_{AB} = 2 \int_{p}^{p_{\text{top}}} \frac{rN(r)}{\sqrt{r^2 - p^2}} dr,$$
(2)

式中,p 为掩星切点到地心的距离,称为碰撞高度;  $p_{top} \equiv r_{LEO}$ , $r_{LEO}$ 为 LEO 轨道半径.关于 TEC<sub>AB</sub>,可根 据其与 p 的对应关系,按三次样条函数<sup>[3]</sup>或线性内 插获得,当  $r_{LEO} \ge 800$  km 时,TEC<sub>AB</sub>可忽略.由式 (2)通过 Abel 变换可得

$$N(r) = -\frac{1}{\pi} \int_{r}^{r_{\text{LEO}}} \frac{d\text{TEC}_{BC}/dp}{\sqrt{p^2 - r^2}} dp, \qquad (3)$$

然而,当 *r*→*r*<sub>LEO</sub>时,式中  $p^2 - r^2 \rightarrow 0$ ,  $\frac{\text{dTEC}_{EC}/\text{d}p}{\sqrt{p^2 - r^2}}$  →

一∞.如对(3)式直接积分,则会在积分上限出现发 散,产生所谓的上限异常.对于积分下限异常,可通 过积分离散化来解决<sup>[10]</sup>,但离散化不能解决上限异 常.为解决这一问题,我们考虑对 Abel 积分反演进 行改善.

在电离层球对称假设下,令:  $\overline{\text{TEC}} = \text{TEC}_{BC} +$ 

2TEC<sub>AB</sub>,于是式(3)可变换为

$$N(r) = -\frac{1}{\pi} \int_{r}^{\infty} \frac{\mathrm{d}\,\overline{\mathrm{TEC}}/\mathrm{d}p}{\sqrt{p^{2}-r^{2}}} \mathrm{d}p,\qquad(4)$$

进一步令: $\sqrt{p^2 - r^2} = -a_{ref} \ln \xi$ ,  $a_{ref} = 2000 \text{ km}$ ,则 式(4)变换为

$$N(r) = -\frac{1}{\pi} a_{\rm ref} \int_{0}^{1} \frac{\mathrm{d} \,\overline{\mathrm{TEC}}/\mathrm{d}p}{\xi p} \mathrm{d}\xi, \qquad (5)$$

式(5)可采用 Simpson 法则进行离散积分. 当  $p \rightarrow \infty$ 时, $\xi \rightarrow 0$ ,此时 d TEC/dp 可用轨道下 20~100 km 的TEC和 p 数据进行指数外推. 在此,我们所感兴 趣的是TEC的微分,无需计算绝对 TEC.

#### 2.2 绝对 TEC 反演方法

以上关于改善 Abel 积分反演方法的讨论,尽管 解决了上下限异常问题,但却引入了指数外推误差. 下面,我们将详细介绍无引入指数外推误差的绝对 TEC 反演方法<sup>[11]</sup>.首先把式(2)写成如下形式:

$$\text{TEC}(p) = 2 \int_{p}^{p_{\text{top}}} \frac{rN(r)}{\sqrt{r^2 - p^2}} \mathrm{d}r, \qquad (6)$$

将(6)式右边分解成 m 个积分之和,令: $p = p_{i+k}$ ,  $k=0,1,2,\dots,m$ ,表示从  $p_i$  到  $p_{i+m} = p_{top}$ 的 m+1层.在本文中,电离层的分层数与掩星 GPS 电波路 径数相同,随掩星切点的降低(或升高),每一条电波 路径都通过一个新的层面,于是式(6)可改写成

$$\text{TEC}(p_i) = \sum_{k=1}^{m} 2 \int_{p_{i+k-1}}^{p_{i+k}} \frac{r N(r)}{\sqrt{r^2 - p_i^2}} \mathrm{d}r.$$
(7)

假设 N(r)在每层之间为线性变化,则式(7)可离散 化(见附录(A1)式),且 TEC( $p_i$ )可以由  $N(p_{i+k})$ ,  $k=0,1,2,\dots,m$ 的函数来表达(见附录(A2)式),由 式(A2)整理得



图 2 GPS 掩星数据反演结果与电离层测高结果的比较 Fig. 2 Comparison between inversion data of GPS Occultation and the data of Ionosonde

式中, $c_{i,k}$ , $k = 0, 1, 2, \dots, m$ ,为无量纲系数(见附录 (A3,A4,A5)式).如果已知 $N(p_{top})$ ,就可以从 LEO卫星顶部的电子密度递归获得整个掩星事件 的电子密度剖面.当r接近 $r_{LEO}$ 时,假设 $N(r_{LEO}) \equiv$  $N(p_{top})$ 为常数,可获得 $N(p_{top})$ 一阶估计值,因此式 (6)积分可变换为

 $\text{TEC}(p_i) \approx 2N(p_{\text{top}}) \sqrt{2p_{\text{top}}(p_{\text{top}} - p)}.$  (9)

根据式(8)和式(9),可获得每层的电子密度,即 获得电子密度 N 的垂直剖面.由于式(9)中 TEC(p<sub>i</sub>) 为绝对值,周跳检测与修复变得更为重要.

## 3 实测数据反演结果

根据 COSMIC 数据中心发布的原始数据,按上 述两种方法进行反演计算,结果如图 2 所示.图 2a 是 500 km 高度 GPS 掩星数据的反演结果,可以看 出,两个反演结果有明显的差异.图 2b 是 800 km 高度 GPS 掩星数据的反演结果,两个反演结果基本 一致,都能获得很好的电离层反演结果.

为考查反演结果的可信性,我们用同时刻在掩 星事件星下点附近的电离层测高站(站名分别为 Salekhard 和 Mawson)测得的电离层峰值电子密度  $N_{\rm m}F_2$  作为参考值进行比较,在图 2 中,直线段在横 轴上的截距为电离层峰值电子密度  $N_{\rm m}F_2$ ,即临界 频率  $f_{\rm o}F_2$  所对应的电子密度值.图 2a 显示,对于 500 km 高度的掩星数据,Abel 积分反演获得的最 大电子密度  $N_{\rm m}$  与电离层测高获得的  $N_{\rm m}F_2$  相差较 大,相对偏差为 4.8%;绝对 TEC 反演法获得的  $N_{\rm m}$ 与  $N_{\rm m}F_2$  非常接近,相对偏差为 1.1%.图 2b 显示, 对于 800 km 高度的掩星数据,Abel 积分和绝对 TEC 反演法获得的 N<sub>m</sub> 与电离层测高获得 N<sub>m</sub>F<sub>2</sub> 都 非常接近,相对误差分别为 2%和 0.9%.以上我们 很容易可以看出:对于不同高度的低轨卫星,绝对 TEC 反演精度优于 Abel 积分反演精度,这是由于 绝对 TEC 反演方法避免了引入指数外推误差,因此 其获得的结果更接近于真实电子密度.

为进一步检验上述反演方法的可靠性,我们将 掩星反演获得的  $N_m$  与全球电离层测高获得的  $N_mF_2$  做了统计分析.统计时段:2006 年 5 月 22 日 至 2006 年 7 月 23 日(LEO 轨道高度大约为 500 km) 和 2008 年 1 月 1 日至 2 月 29 日(LEO 轨道高度大 约为 800 km);数据来源:电离层掩星数据来源于 CDAAC 网站(COSMIC Data Analysis and Archive Center), 电离层测高数据从 SPIDR (The Space Physics Interactive Data Resource)网站下载; 空间 位置限制:GPS 掩星反演的  $N_m$  的空间位置与电离 层测高得到的  $N_m$  F<sub>2</sub> 的空间位置的经纬度相差不 大于 2°. 根据上述统计条件,分别获得 669(LEO 轨 道高度约为 500 km)和 744(LEO 轨道高度约为 500 km)和 744(LEO 轨道高度约为 800 km)对  $N_m$ 和  $N_m$ F<sub>2</sub> 匹配数据.图 3 表明,对于 LEO 轨道高度约 500 km 和 800 km, Abel 反演的  $N_m$  与电离层测高测得的  $N_m$ F<sub>2</sub> 的相关系数分别为 0.78 和 0.87;图 4 表明,对于同样的两个轨道高度, 绝对 TEC反演的  $N_m$ 与电离层测高测得的  $N_m$ F<sub>2</sub>











的相关系数分别为 0.82 和 0.89. 另外,两种反演方 法得到的最大电子密度层高度  $h_m$  都有较高的精 度,与电离层测高测得峰值高度  $h_mF_2$  比较,互差约 7 km 左右.

根据上述针对实测数据的分析,我们可以得出 初步结论:对于上述两种反演方法,高轨(800 km)的反 演结果要好于低轨的反演结果;对于低轨(500 km), 绝对 TEC 反演法获得的最大电子密度  $N_m$  较 Abel 积分反演结果更接近于电离层测高测得的峰值电子 密度  $N_mF_2$ ;对于高轨(800 km),两种方法反演的结 果基本一致,并且都与电离层测高测得的峰值电子 密度  $N_mF_2$  符合很好.

### 4 周跳的影响

下面考查周跳对反演结果的影响,我们通过在 GPS 掩星相位观测数据中人为加入不同大小周跳 的方法来进行研究.从 COSMIC 卫星掩星事件中任 选一次,所选事件的时间和空间位置如图 5 所示,在 该次掩星事件的第 11 分 58 秒处,对 L<sub>1</sub> 相位数据分 别加入 1、5、10、100 周的周跳,此刻所对应的碰撞高 度为 307.77 km.从图 5 可看出,周跳的加入,只对 加入时碰撞高度(307.77 km)以下的电子密度产生 影响,并且周跳越大,引起反演偏差也越大.对于绝 对 TEC 反演法,加入 1、5、10、100 周周跳时,反演结果 的相对偏差分别为:13%、66%、131.6%和 1315.7%;而 对于同样的周跳,Abel 积分反演结果的相对偏差分 别为:7.4%、42%、57%和 125%.值得一提的是,两 种反演方法都是从剖面顶部开始递归往下计算,当 我们在 307.77km 处以下加入周跳时,其对此处以 上高度的反演精度毫无影响,并在此处会产生尖峰 结构;并且可证明:不管上升或是下降星,任一处数 据加入周跳,只是在所对应碰撞高度以下的反演精 度受到影响.

我们通过实例计算分析得出,周跳对于绝对 TEC 反演结果的影响较 Abel 反演结果的影响更为 敏感;但无论对于哪种反演方法,当发生周跳时,其 精度损失都是无法忍受的.由此可见,在GPS掩星



Fig. 5 Examples of comparison between inversion data with cycle slips and without cycle slip

反演中,周跳检测与修复处理是极其重要的.

### 5 结 论

本文详细讨论了 Abel 积分反演法,对 Abel 积 分产生的上下限异常问题做了分析,提出了改进方 法,但却引入指数外推误差;为此引入和详细推导了 绝对 TEC 反演法;在此基础上,用 COSMIC 发布的 电离层探测数据进行了反演计算,并将结果与地面 电离层测高仪数据进行了比较分析;最后讨论了周 跳对反演结果的影响问题.我们的初步结论是:

(1)对于轨道高度约 800 km 的 GPS 掩星数据, Abel 积分与绝对 TEC 方法的反演结果基本一致,都 可获得很好的电离层反演结果;对于轨道高度 500 km 左右的掩星数据,绝对 TEC 反演精度优于 Abel 积分反演精度.这是因为指数外推引起偏差的缘故.

(2)绝对 TEC 反演法获得的最大电子密度 N<sub>m</sub> 较 Abel 积分法获得的结果更接近于电离层测高获 得峰值电子密度 N<sub>m</sub>F<sub>2</sub>,绝对 TEC 反演法更加严密 和有效.

(3)周跳对绝对 TEC 反演结果的影响较 Abel 积分反演结果的影响更为敏感,因为周跳导致绝对 TEC 的严重偏差,但无论哪种方法,周跳对反演精度 都造成严重损失,所以,周跳的检测和修复至关重要.

综合而言,绝对 TEC 反演法是更优的方法. **致**谢 我们对 CDAAC 提供 COSMIC 掩星数据 的慷慨之举深表谢意!同样非常感谢 SPIDR 发布 了垂测仪数据!我们要特别感谢丹麦气象研究所 (DMI)Stig 博士和中国科学院空间科学与应用研究 中心吴小成博士给予帮助!

### 附 录

假设:在每个层面之间,电离层电子密度是线性变化的,则式(7)可写成

$$\begin{aligned} \text{TEC}(p_{i}) &= \frac{p_{i+1}}{\Delta p_{i}} \bigg[ \sqrt{p_{i+1}^{2} - p_{i}^{2}} - \frac{p_{i}^{2}}{p_{i+1}} \ln \bigg( \frac{p_{i+1} + \sqrt{p_{i+1}^{2} - p_{i}^{2}}}{p_{i}} \bigg) \bigg] N(p_{i}) \\ &+ \sum_{k=1}^{m-1} \bigg\{ \frac{p_{i+k+1}}{\Delta p_{i+k}} \bigg[ \sqrt{p_{i+k+1}^{2} - p_{i}^{2}} - \sqrt{p_{i+k}^{2} - p_{i}^{2}} - \frac{p_{i}^{2}}{p_{i+k+1}} \ln \bigg[ \frac{p_{i+k+1} + \sqrt{p_{i+k+1}^{2} - p_{i}^{2}}}{p_{i+k+1}} \bigg] \bigg] \\ &- \frac{p_{i+k-1}}{\Delta p_{i+k-1}} \bigg[ \sqrt{p_{i+k}^{2} - p_{i}^{2}} - \sqrt{p_{i+k-1}^{2} - p_{i}^{2}} - \frac{p_{i}^{2}}{p_{i+k-1}} \ln \bigg[ \frac{p_{i+k} + \sqrt{p_{i+k}^{2} - p_{i}^{2}}}{p_{i+k-1} - p_{i}^{2}} \bigg] \bigg] \\ &- \frac{p_{i+k-1}}{\Delta p_{i+k-1}} \bigg[ \sqrt{p_{i+k}^{2} - p_{i}^{2}} - \sqrt{p_{i+k-1}^{2} - p_{i}^{2}} - \frac{p_{i}^{2}}{p_{i+k-1}} \ln \bigg[ \frac{p_{i+k} + \sqrt{p_{i+k}^{2} - p_{i}^{2}}}{p_{i+k-1} - p_{i}^{2}} \bigg] \bigg] N(p_{i+k}) \\ &- \frac{p_{i+m-1}}{\Delta p_{i+m-1}} \bigg[ \bigg( 2 - \frac{p_{i+m}}{p_{i+m-1}} \bigg) \sqrt{p_{i+m}^{2} - p_{i}^{2}} - \sqrt{p_{i+m-1}^{2} - p_{i}^{2}} - \frac{p_{i}^{2}}{p_{i+m-1}} \ln \bigg[ \frac{p_{i+m} + \sqrt{p_{i+m}^{2} - p_{i}^{2}}}{p_{i+m-1} + \sqrt{p_{i+m-1}^{2} - p_{i}^{2}}} \bigg] \bigg] N(p_{i+m}), \text{ (A1)} \\ & \Rightarrow \mathbf{h} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf{h} = p_{i+1} - p_{i} \cdot \mathbf{h} \cdot \mathbf$$

式中, $\Delta p_i - p_{i+1} - p_i$ .但(AI)式不使了效值计算,开且可能追风相度预天. 引入  $\varepsilon_k - (p_{i+1} - p_i)/p_i$ , 1 定 式(A1)可重新写成

$$\operatorname{TEC}(p_{i}) = p_{i} \Big[ c_{i,0} N(p_{i}) + \sum_{k=1}^{m-1} c_{i,k} N(p_{i+k}) + c_{i,m} N(p_{i+m}) \Big],$$

$$c_{i,0} = \varepsilon_{1}^{-1} \Big[ (1 + \varepsilon_{1}) \sqrt{\varepsilon_{1}(2 + \varepsilon_{1})} - \ln(1 + \varepsilon_{1} + \sqrt{\varepsilon_{1}(2 + \varepsilon_{1})}) \Big],$$
(A2)
(A3)

$$c_{i,k} = (\varepsilon_{k+1} - \varepsilon_k)^{-1} \bigg[ (1 + \varepsilon_{k+1}) \big( \sqrt{\varepsilon_{k+1}(2 + \varepsilon_{k+1})} - \sqrt{\varepsilon_k(2 + \varepsilon_k)} \big) - \ln \bigg[ \frac{1 + \varepsilon_{k+1} + \sqrt{\varepsilon_{k+1}(2 + \varepsilon_{k+1})}}{1 + \varepsilon_k + \sqrt{\varepsilon_k(2 + \varepsilon_k)}} \bigg] \bigg] - (\varepsilon_k - \varepsilon_{k-1})^{-1} \bigg[ (1 + \varepsilon_k) \big( \sqrt{\varepsilon_k(2 + \varepsilon_{k-1})} - \sqrt{\varepsilon_{k-1}(2 + \varepsilon_{k-1})} \big) - \ln \bigg[ \frac{1 + \varepsilon_k + \sqrt{\varepsilon_k(2 + \varepsilon_k)}}{1 + \varepsilon_{k-1} + \sqrt{\varepsilon_{k-1}(2 + \varepsilon_{k-1})}} \bigg] \bigg],$$
(A4)

$$c_{i,m} = -\left(\varepsilon_{m} - \varepsilon_{m-1}\right) \left[ (1 - \varepsilon_{m} + 2\varepsilon_{m-1})\sqrt{\varepsilon_{m}(2 + \varepsilon_{m})} - (1 + \varepsilon_{m-1})\sqrt{\varepsilon_{m-1}(2 + \varepsilon_{m-1})} - \ln\left[\frac{1 + \varepsilon_{m} + \sqrt{\varepsilon_{m}(2 + \varepsilon_{m})}}{1 + \varepsilon_{m-1} + \sqrt{\varepsilon_{m-1}(2 + \varepsilon_{m-1})}}\right] \right].$$
(A5)

#### 参考文献(References)

- [1] Kursinski E R, Hajj G A, Schofield J T, et al. Observing earth's atmosphere with radio occultation measurements using global positioning system. *Journal Geophysical Research*, 1997.102(D19):23429~23465
- [2] Hajj G A, Romans J. Ionospheric electron density profiles obtained with the global positioning system: results from the GPS/MET experiment. *Radio Sciences*, 1998, 33(1):175~ 190
- [3] Schreiner W S, Sokolvskiy S V, Rochen C, et al. Analysis and validation of GPS/MET radio occultation data in the ionosphere. *Radio Sciences*, 1999, 34(4):949~966
- [4] 张训诚, Hoeg P, Larsen G B等. 奥斯特/GPS 掩星和地面雷 达联合观测电离层电子密度的初步成果. 全球定位系统, 2000, 25(3):1~5

Zhang X X, Hoeg P, Larsen G B, et al. Preliminary results of ionospheric electron density obtained from Oersted/GPS occultation and ground radar joint observation. *GNSS World* of *China* (in Chinese),2000,25(3): $1\sim5$ 

- [5] Wikert J, Beyerle G, Hajj G A, et al. GPS radio occultation with CHAMP: atmospheric profiling utilizing the space-based single difference technique. *Geophys. Res. Lett.*, 2002.29, 10.1029/2001GL013982
- [6] Beyerle G, Schmidt T, Michalak, et al. GPS radio occultation with GRACE: atmospheric profiling utilizing the

zero difference technique. Geophys. Res. Lett., 2005, 32 (13):10.1029/2005GL023109

- Schreiner W, Rochen C, Sokolovskiy S, et al. Estimates of the precision of GPS radio occultation from the COSMIC/ FORMOSAT-3 mission. *Geophys. Res. Lett.*, 2007, 34(4): 10.1029/2006GL027557
- [8] 吴小成,胡 雄,张训械等.三维模式约束的电离层掩星反演 方法.地球物理学报,2008,51(3):618~625
  Wu X C, Hu X, Zhang X X, et al. Three dimensional model constrained inversion method for ionospheric occultation. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008,51(3):618~625
- [9] 曾 桢,胡 雄,张训械等. 电离层 GPS 掩星观测反演技术. 地球物理学报, 2004,47(4):578~583
  Zeng Z, Hu X, Zhang X X, et al. Inversion of ionospheric GPS occultation data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2004,47(4):578~583
- [10] Stig S. Retrieval analysis and methodologies in atmospheric limb sounding using the GNSS radio occultation technique. Scientific Report 99 \_ 6, Danish Meteorological Institute, Copenhagen, Denmark, 1999
- [11] Jiuhou Lei, Stig Syndergaard, Alan G. Burns, et al. Comparison of COSMIC ionospheric measurements with groundbased observations and model predictions: preliminary results. Journal Geophysical Research, 2007, 10. 1029/ 2006JA012240, 2007

(本文编辑 何 燕)