

解析空中三角测量最新发展

武汉大学

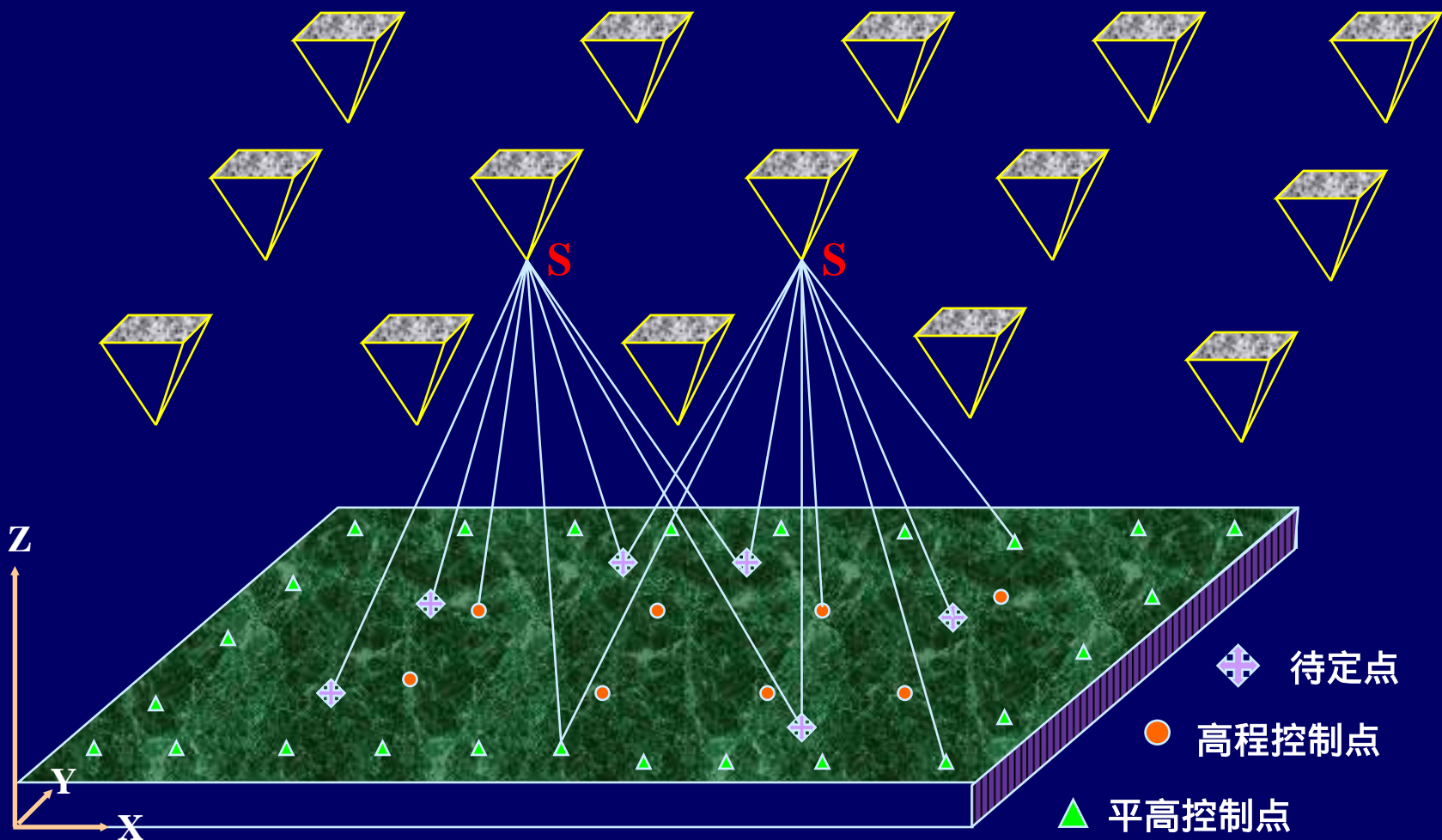
遥感信息工程学院

摄影测量教研室

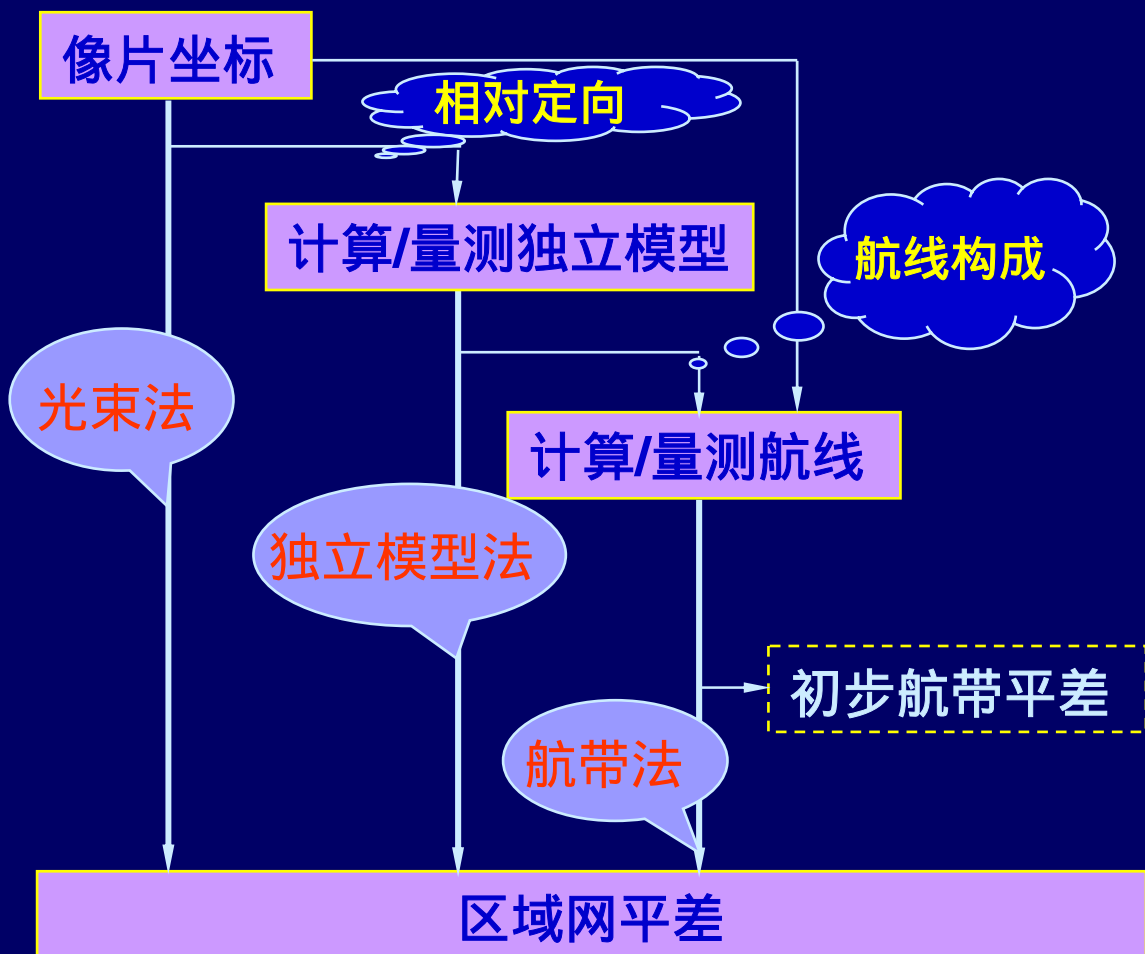
主要内容

- ❖ 摄影测量加密方法的回顾
- ❖ 摄影测量区域网联合平差
- ❖ GPS 辅助空中三角测量
- ❖ POS 辅助空中三角测量

一、传统摄影测量加密



传统摄影测量加密的三种方法



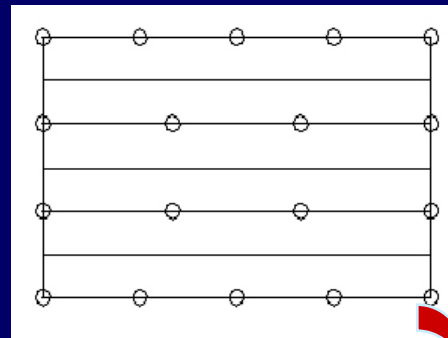
- **航带法**
解求航线的非线性改正参数
- **独立模型法**
解求模型的相似变换参数
- **光束法**
解求像片的外方位元素及物点坐标

传统的摄影测量目标定位过程

航空
摄影

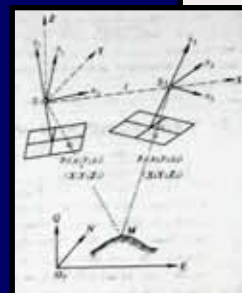
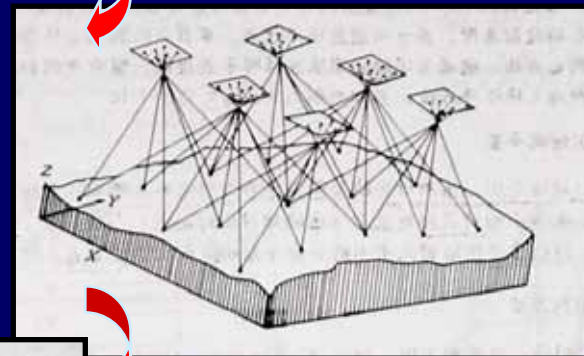
外业
控制

空三
加密



像控测量
获得GCP坐标

空三加密解算像片
外方位元素
 $X_s, Y_s, Z_s, \varphi, \omega, \kappa$



前方交会解算
地面点坐标

二、摄影测量与大地测量 观测值的联合平差

- 将原始的大地测量观测值、一般的控制信息和/或相对控制条件与摄影测量观测值一起进行平差，以取代地面控制点

❖ 大地测量观测值

- ✓ 距离
- ✓ 角度
- ✓ 天文经纬度
- ✓ 局部坐标

❖ 像片外方位元素

- ✓ 高差仪记录
- ✓ 摄站坐标
- ✓ 像片姿态
- ✓ 摄站间坐标差

❖ 相对控制条件

- ✓ 湖面等高
- ✓ 平面
- ✓ 圆周
- ✓ 共线

摄影测量观测值误差方程

共线条件误差方程

像片未知数

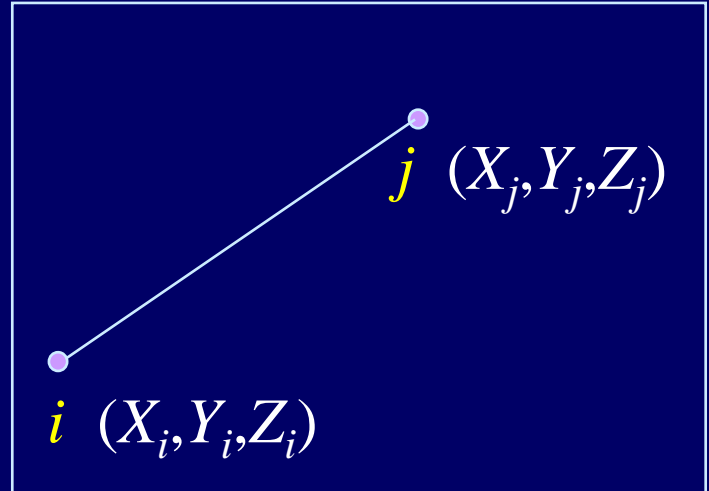
$$V = At + Bx - l, \quad P$$

坐标未知数

空间距离观测值误差方程的建立

空间距离

$$D_{ij} = \sqrt{(X_i - X_j)^2 + (Y_i - Y_j)^2 + (Z_i - Z_j)^2}$$



误差方程

$$v_{ij} = c_{ij}\Delta X_i - c_{ij}\Delta X_j + d_{ij}\Delta Y_i - d_{ij}\Delta Y_j + e_{ij}\Delta Z_i - e_{ij}\Delta Z_j - (D_{ij} - D_{ij}^0) \quad p_D$$

$$c_{ij} = \frac{X_i^0 - X_j^0}{D_{ij}^0}$$

$$d_{ij} = \frac{Y_i^0 - Y_j^0}{D_{ij}^0}$$

$$e_{ij} = \frac{Z_i^0 - Z_j^0}{D_{ij}^0}$$

误差方程矩阵形式

$$V_D = B_D x - l_D, \quad P_D$$

联合平差中法方程的构建和求解

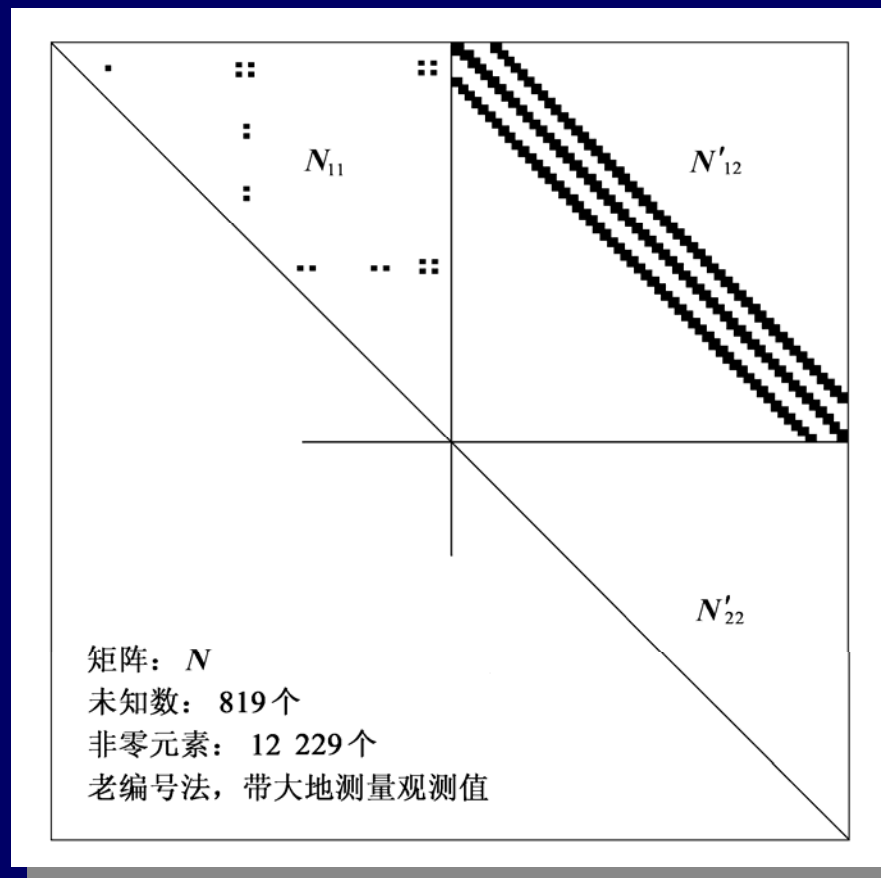
误差方程矩阵形式

$$\begin{aligned} V &= At + Bx - l, & P \\ V_D &= B_D x - l_D, & P_D \end{aligned}$$

法方程解的矩阵形式

$$\begin{bmatrix} t \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^T P A & A^T P B \\ B^T P A & B^T P B + B_D^T P_D B_D \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A^T P l \\ B^T P l + B_D^T P_D l_D \end{bmatrix}$$

联合平差法方程系数阵



3 × 21片光束法区域网加入16个距离观测值后的法方程系数阵结构图

联合平差中法方程的构建和求解

带有条件的间接平差误差方程矩阵形式

$$V = Bx - l, \quad P$$

$$V_D = y - l_D, \quad P_D$$

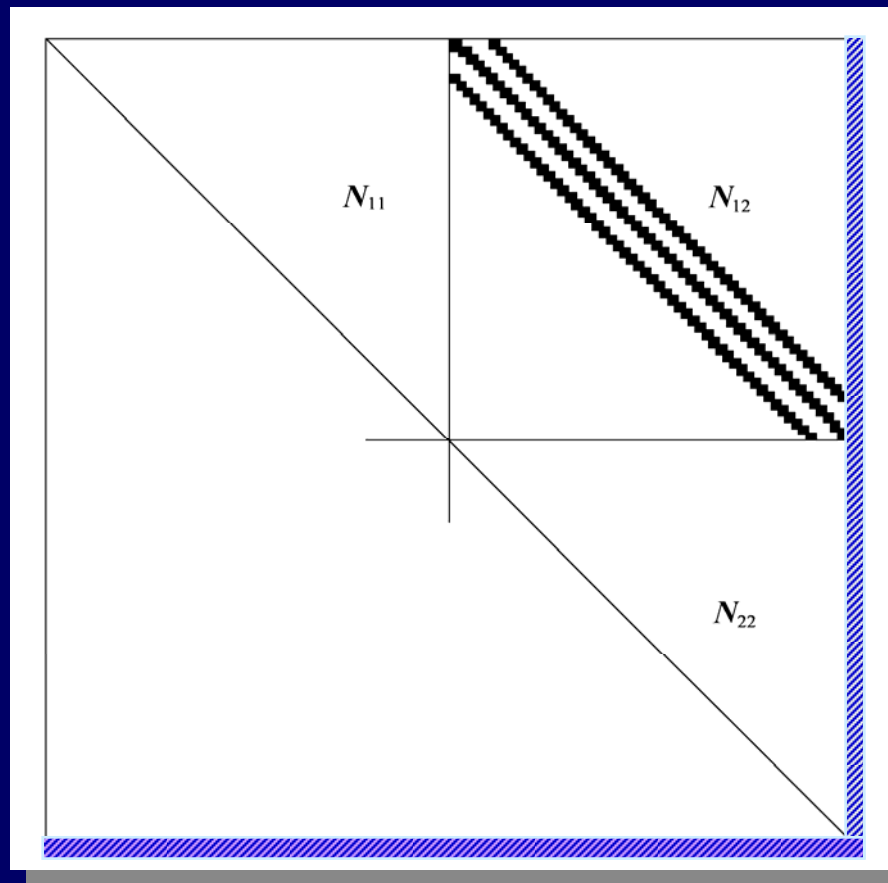
$$B_D x = y$$

法方程解的矩阵形式

$$\begin{bmatrix} x \\ k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B^T P B & B_D^T \\ B_D & -P_D^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B^T P l \\ l_D \end{bmatrix}$$

k 为联系数 = 条件式个数

联合平差法方程系数阵

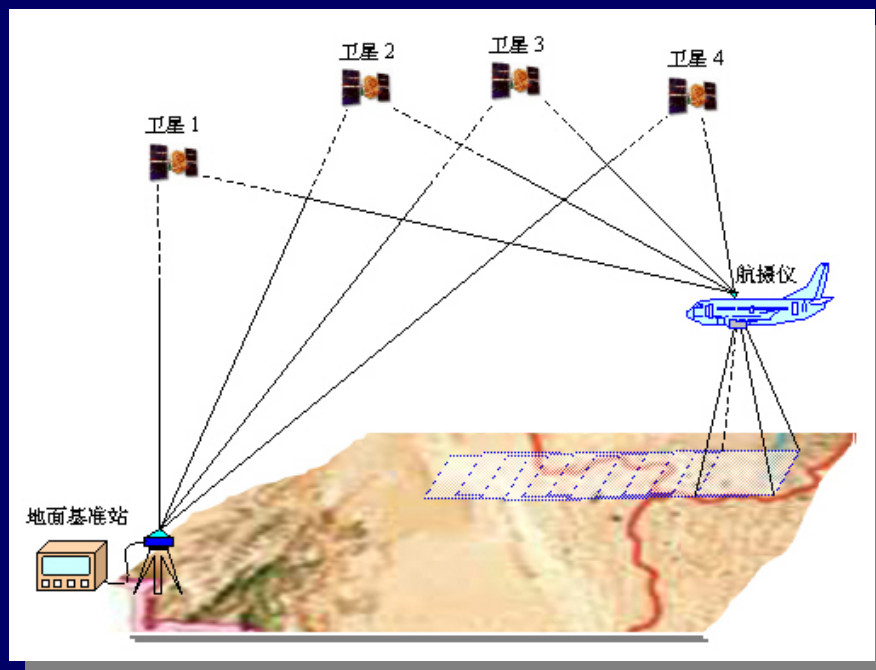


边框宽度为
16

3 × 21片光束法区域网加入16个距离观测值后的法方程系数阵结构图

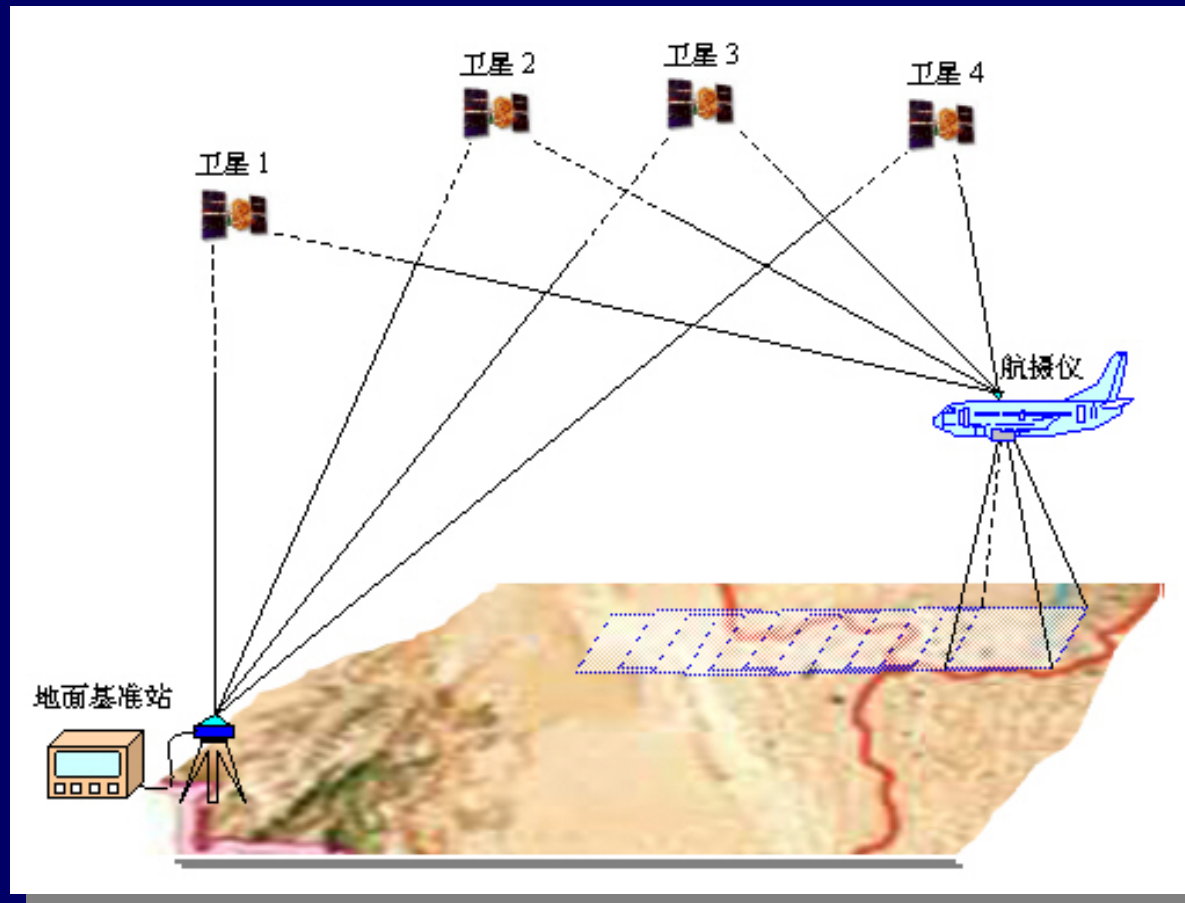
三、GPS辅助空中三角测量

GPS-supported Aerial Triangulation



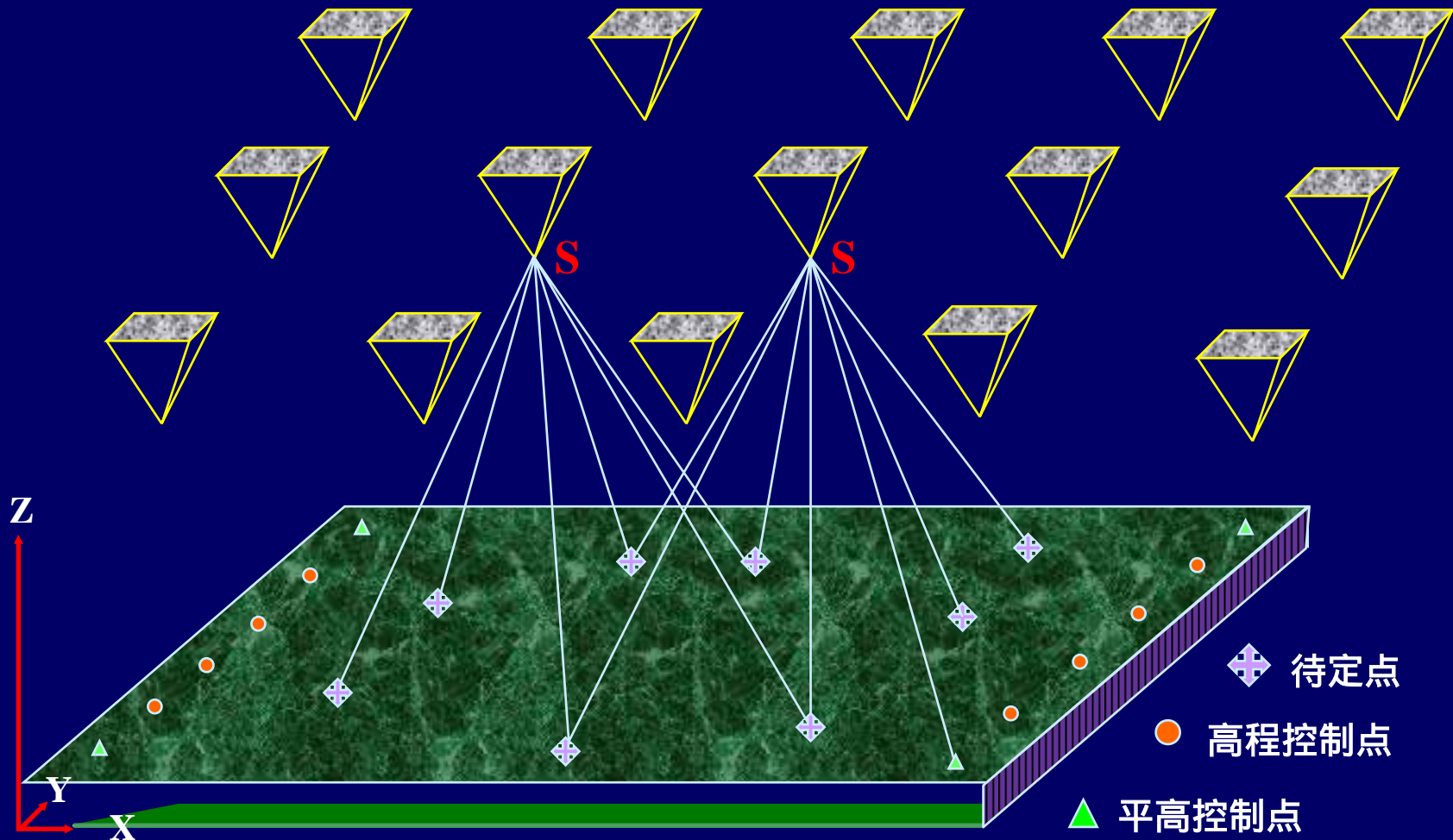
- ✧ 利用安装于飞机上与航摄仪相连接的和设在地面一个或多个基准站上的至少两台GPS信号接收机同步而连续地观测GPS卫星信号、同时获取航空摄影瞬间航摄仪快门开启脉冲，经GPS载波相位测量差分定位技术的离线数据后处理获取航摄仪曝光时刻摄站的三维坐标，然后将其视为带权观测值引入摄影测量区域网平差中，经采用统一的数学模型来整体确定地面目标点位和像片方位元素，并对其质量进行评定的理论、技术和方法✧

带GPS的航空摄影



单差分方式相对动态GPS定位示意图

GPS辅助空中三角测量



作业过程

- 现行航空摄影系统改造及偏心测定
- 带 GPS接收机的航空摄影
- 解求GPS摄站坐标
- GPS摄站坐标与摄影测量数据联合平差，以确定目标点位并评定其质量

现行航空摄影系统改造

天线



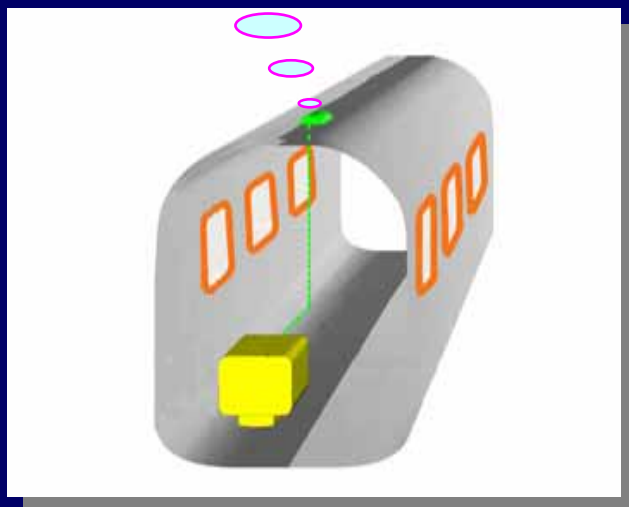
GPS接收机



航摄仪

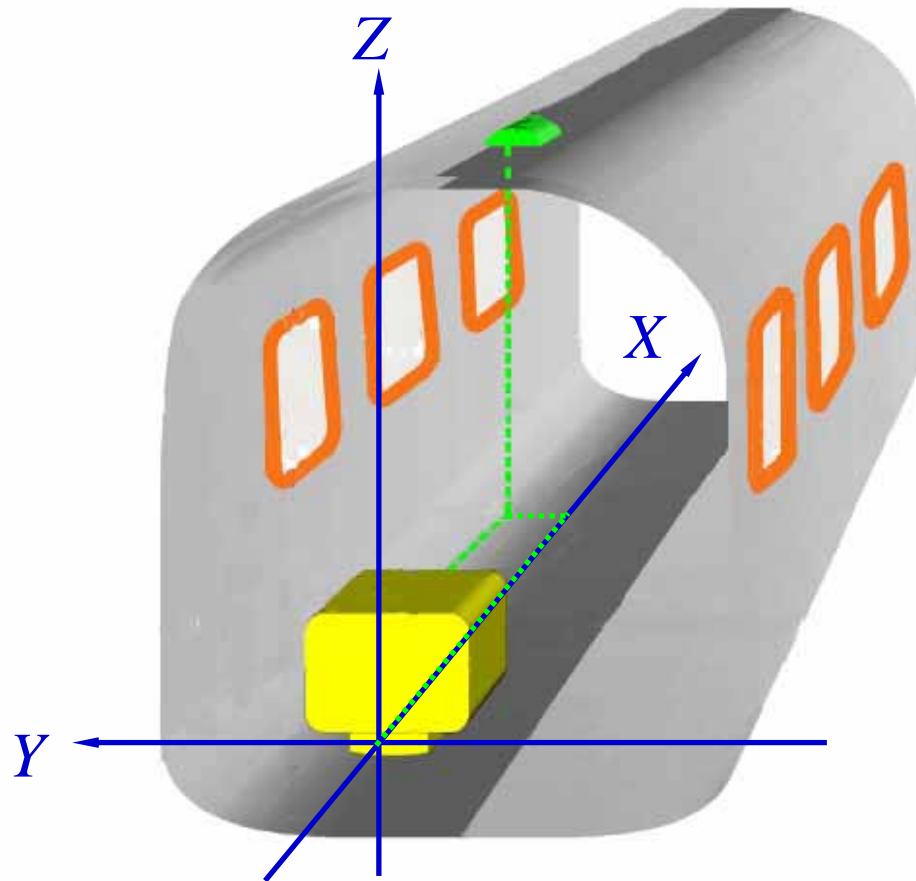


GPS天线



GPS辅助航空摄影系统

GPS航空摄影系统的空间偏移



GPS摄站坐标解求

状态方程
$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{b} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}$$

观测方程
$$\mathbf{Y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{D}_k \mathbf{d} + \mathbf{V}_k$$

- 依照Kalman滤波递推算法，求出每一观测历元时刻机载GPS天线的空间坐标
- 利用插值方法，由相邻两个历元的GPS天线位置内插航摄仪曝光时刻GPS摄站坐标
- 武汉大学研制成功了相应的GPS差分动态定位软件DDkin (GPS kinematic positioning)

GPS动态定位软件 DDkin



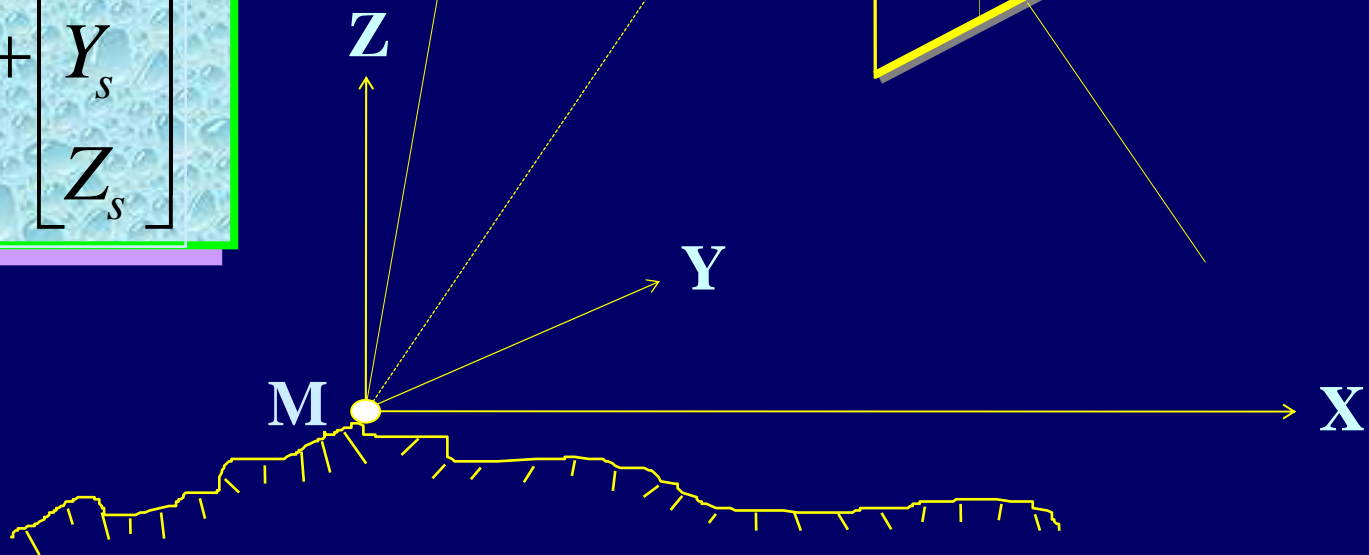
GPS 辅助光束法平差

- **误差方程**是在自检校光束法区域网平差基础上顾及投影中心与机载GPS天线相位中心几何关系所得到的一个基础方程
- **法方程**仍为镶边带状矩阵,但边宽加大了,而其良好稀疏带状结构并没有破坏。因此可用传统的边法化边消元的循环分块解法求解
- 测区两端必须要布设足够的地面控制点或采用特殊的像片覆盖图

投影中心与GPS天线相位中心之几何关系

机载GPS天线相位中心 **A** 航摄仪投影中心 **S**

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_s \\ Y_s \\ Z_s \end{bmatrix}$$



GPS摄站坐标误差方程

顾及动态GPS定位之系统误差

$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_X \\ a_Y \\ a_Z \end{bmatrix} + (t - t_0) \cdot \begin{bmatrix} b_X \\ b_Y \\ b_Z \end{bmatrix}$$

线性化之误差方程

$$\begin{bmatrix} v_{X_A} \\ v_{Y_A} \\ v_{Z_A} \end{bmatrix} = \frac{\partial X_A, Y_A, Z_A}{\partial \varphi, \omega, \kappa} \begin{bmatrix} \Delta \varphi \\ \Delta \omega \\ \Delta \kappa \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X_S \\ \Delta Y_S \\ \Delta Z_S \end{bmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \\ \Delta w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta a_X \\ \Delta a_Y \\ \Delta a_Z \end{bmatrix} + (t - t_0) \cdot \begin{bmatrix} \Delta b_X \\ \Delta b_Y \\ \Delta b_Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}_{\text{算}} + \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix}_{\text{测}}$$

GPS辅助光束法误差方程

将GPS摄站坐标视为带权观测值引入自检校光束法平差所得到的一个基础方程

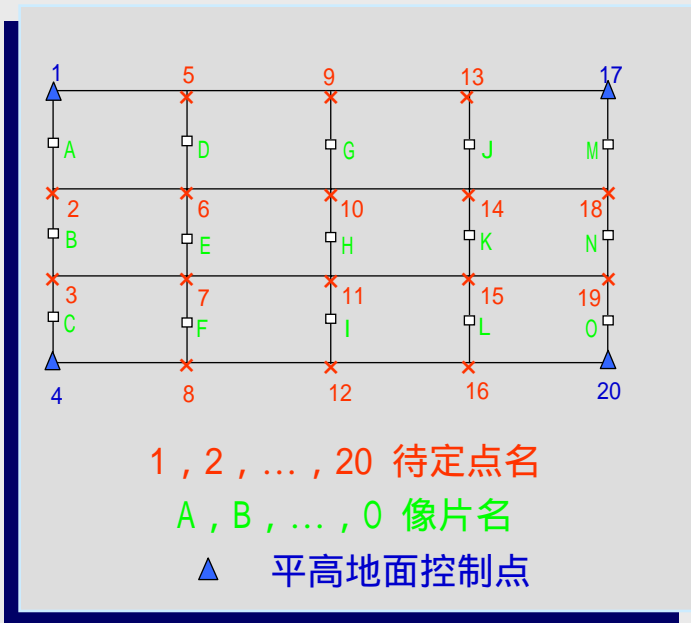
$$\begin{aligned} V_x &= At + Bx + Cc && -l_x && \text{权 } E \\ V_c &= E_x x && -l_c && \text{权 } P_c \\ V_s &= E_c c && -l_s && \text{权 } P_s \\ V_g &= \bar{A}t && + Rr + Dd - l_g && \text{权 } P_g \end{aligned}$$

GPS辅助光束法方程

$$\begin{bmatrix}
 B^T B + P_c & B^T A & B^T C & \bullet & \bullet \\
 A^T B & A^T A + A^T P_g A & A^T C & A^T P_g R & A^T P_g D \\
 C^T B & C^T A & C^T C + P_g & \bullet & \bullet \\
 \bullet & R^T P_g A & \bullet & R^T P_g R & R^T P_g D \\
 \bullet & D^T P_g A & \bullet & D^T P_g R & D^T P_g D
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 x \\
 t \\
 c \\
 r \\
 d
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 B^T l_x + P_c l_x \\
 A^T l_x + A^T P_g l_g \\
 C^T l_x + P_g l_s \\
 R^T P_g l_g \\
 D^T P_g l_g
 \end{bmatrix}$$

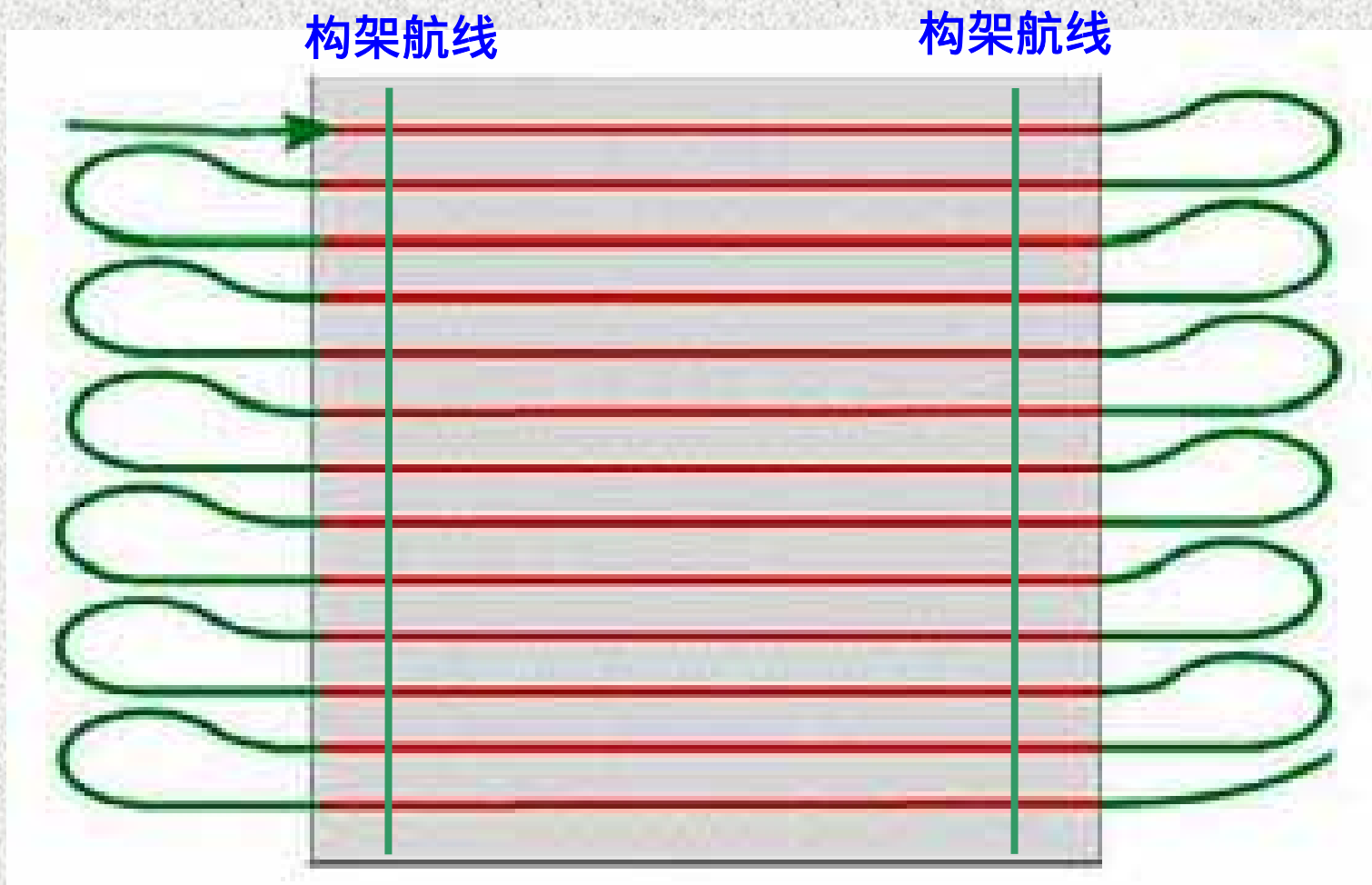
- 与常规光束法比较法方程边宽加大了,但其良好稀疏带状结构并没有破坏

GPS辅助光束法区域网平差法方程系数阵

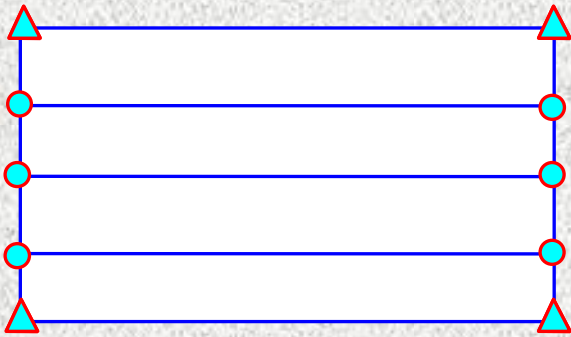


加密点坐标未知数										像片外方位元素未知数										附加参数							
1	3	5	7	9	11	13	15	17	19	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	c	r	d
转 置 对 称										项										项							

航空摄影模式

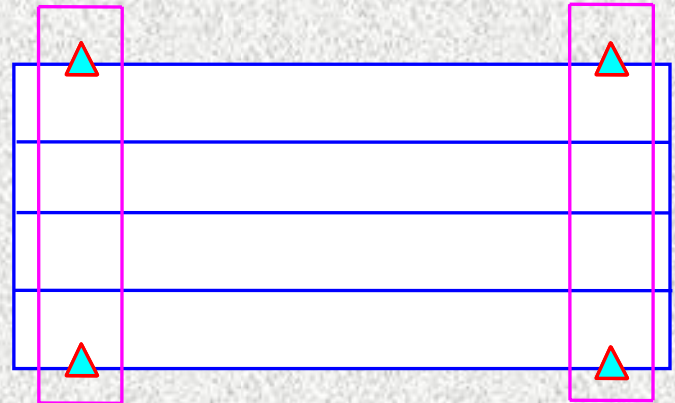


建议采用的地面控制方案



a、四角平高控制点 +
2排高程控制点

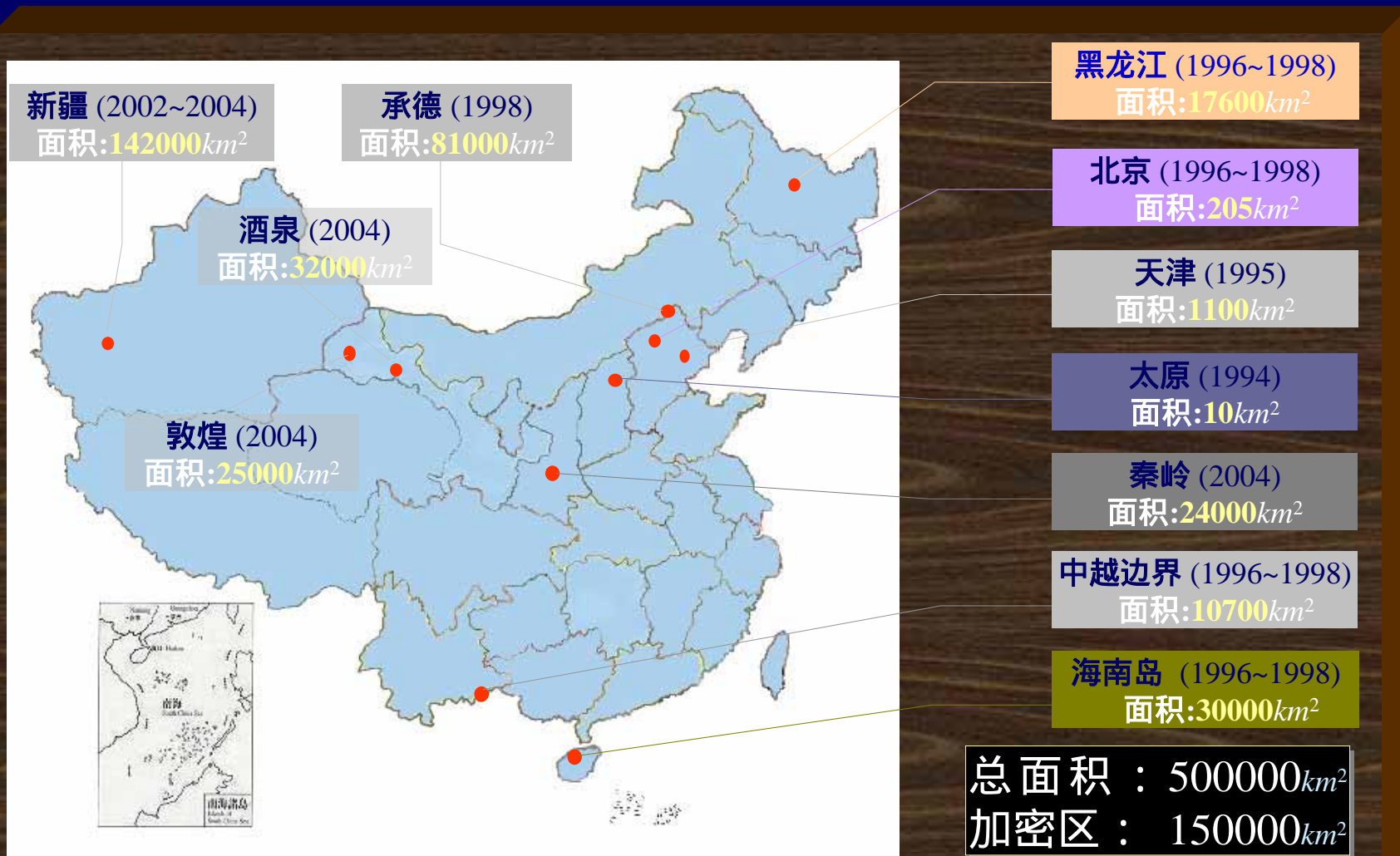
▲ 平高地面控制点



b、四角平高控制点 +
2条垂直构架航线

● 高程地面控制点

中国GPS空三试验区分布图



区域网基本参数

项目	参数
航摄飞机	运-12
航摄仪	Leica RC-30
航摄胶片	Kodak 2444
航摄仪主距	153.84 mm
摄影比例尺	1:2500
航向重叠	61%
旁向重叠	32%
航线	9条
构架航线	2条
像片	255张
地面控制点	72个
加密点	3632个
区域范围	4km × 5km

平差计算实例

- ❖ GPS摄站坐标观测值文件
- ❖ 各种观测值权的设定
- ❖ 自由航带网概略绝对定向
- ❖ GPS辅助光束法区域网平差



WuCAPS

加密结果的比较

(2004年航空摄影, 航摄比例尺1:2500, 平地)

- 2444胶片, RC-30(153mm), 区域为 9 × 21, Trimble 5700, 1s数据更新率
- 明显地物点(常规光束法平差须布设个23平高点和个16高程点)

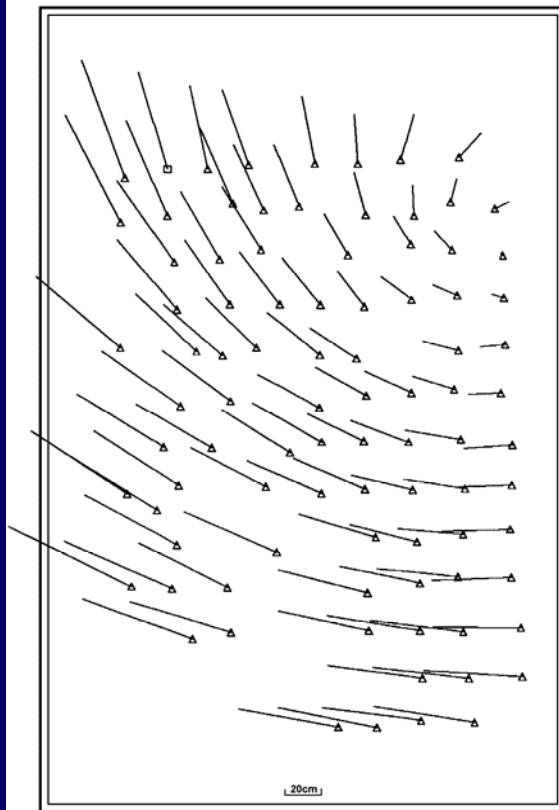
平差方案	σ_0 (μm)	检查点数		理论精度(m)		实际精度(m)	
		平面	高程	平面	高程	平面	高程
密周边布点 光束法区域网平差	5.7	49	33	0.022	0.029	0.104	0.079
四角布点 GPS 辅助光束法平差	7.0	66	67	0.040	0.046	0.137	0.105
无地面控制 GPS 辅助光束法平差	7.0	103	95	0.139	0.112	117.642	16.672

- 对于1: 500航测成图, 检查点不符值: 平面<0.25m, 高程<0.30m

太原试验

(1994年航空摄影, 航摄比例尺1:5000, 丘陵地形)

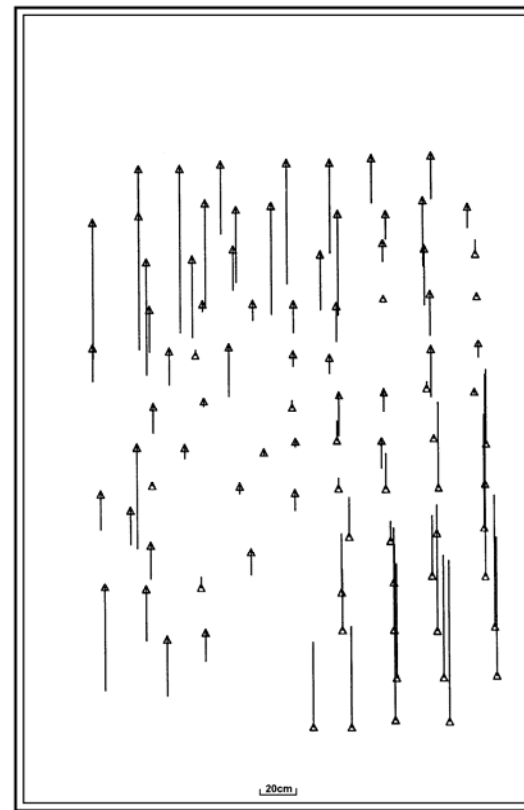
CHART OF POSITIONAL RESIDUALS



- Height control point
- Planimetric control point
- △ Planimetric-height control point

W.T.U.S.M

CHART OF HEIGHT RESIDUALS



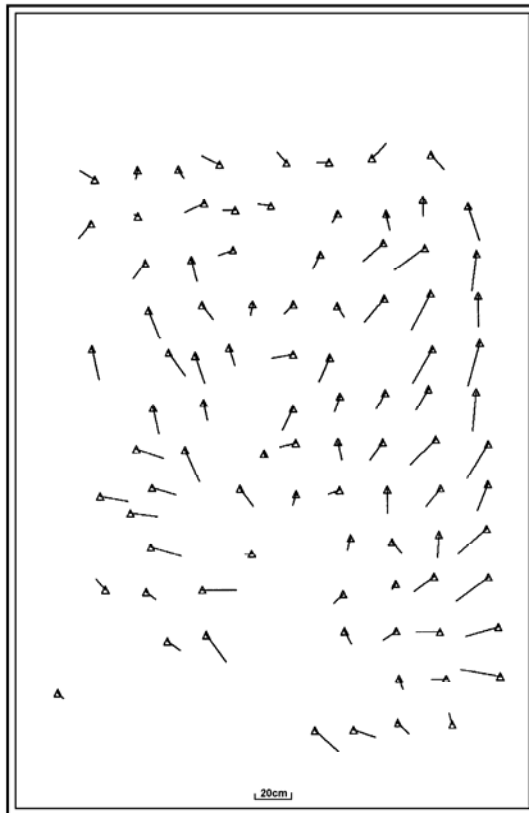
- Height control point
- Planimetric control point
- △ Planimetric-height control point

W.T.U.S.M

太原试验

(1994年航空摄影, 航摄比例尺1:5000, 丘陵地形)

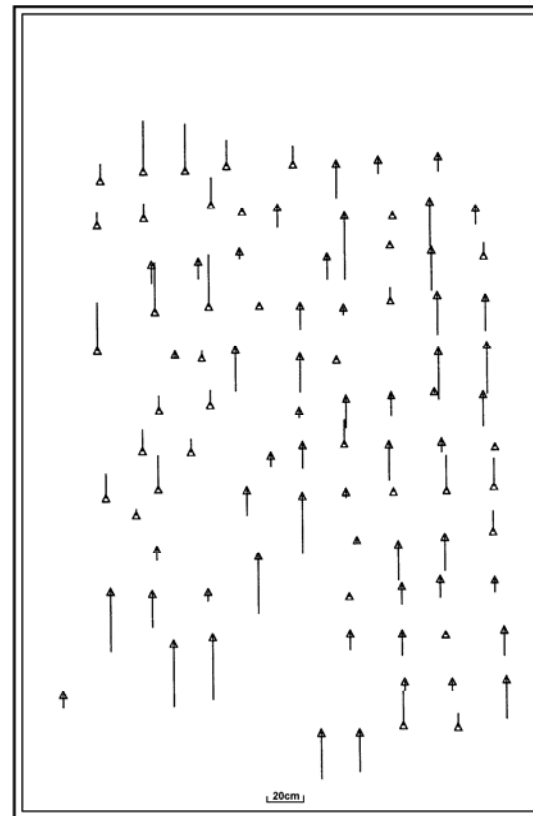
CHART OF POSITIONAL RESIDUALS



- Height control point
- Planimetric control point
- △ Planimetric-height control point

W.T.U.S.M

CHART OF HEIGHT RESIDUALS



- Height control point
- Planimetric control point
- △ Planimetric-height control point

W.T.U.S.M

GPS辅助空三结果分析

1. 带地面控制的GPS辅助光束法区域网平差理论精度非常好：平面 $1.2\sigma_0 \sim 2.8\sigma_0$ ，高程 $2.0\sigma_0 \sim 4.4\sigma_0$ ，达到自检校光束法区域网平差精度
2. 实际精度：平面 $1.6\sigma_0 \sim 4.3\sigma_0$ ，高程 $1.3\sigma_0 \sim 3.1\sigma_0$ ，高程方面与理论精度完全符合，平面位置由于内业判点误差等导致与理论精度有一定差距。但平差结果完全满足测图控制对加密成果的精度要求
3. 无地面控制GPS辅助光束法区域网平差具有较大的系统误差，实际精度与理论精度相差较远。但成果仍能满足了1:25000地形图航测成图精度要求

GPS航空摄影测量技术20年回眸

❖ 我国西部困难地区测图最经济、最成熟的方法

利用区域两端加飞垂直构架航线的航摄方案，在四角带有地面控制点时，完全可以满足1:10000比例尺地形测图的加密精度要求；无地面控制时，完全可以满足1:50000比例尺地形测图的加密精度要求

GPS辅助航空摄影测量技术应用于1:10000地形图测绘，粗略估算，可减少外业30%—40%工作量，可极大地缩短航测成图周期

❖ 已完成新疆地区552幅1:10000地形图的测绘任务

2004年，新疆巴州测区174幅

2005年，新疆阿克陶测区30幅、喀什测区131幅、阿图什测区89幅和库尔勒测区128幅

GPS航空摄影测量技术用于西部测图展望

❖ 配合数码航空摄影可以明显提高测图效率

在沙漠、地势较为平坦地区可考虑采用数码航空摄影

在山区、高山区可考虑采用短焦距的模拟航空摄影

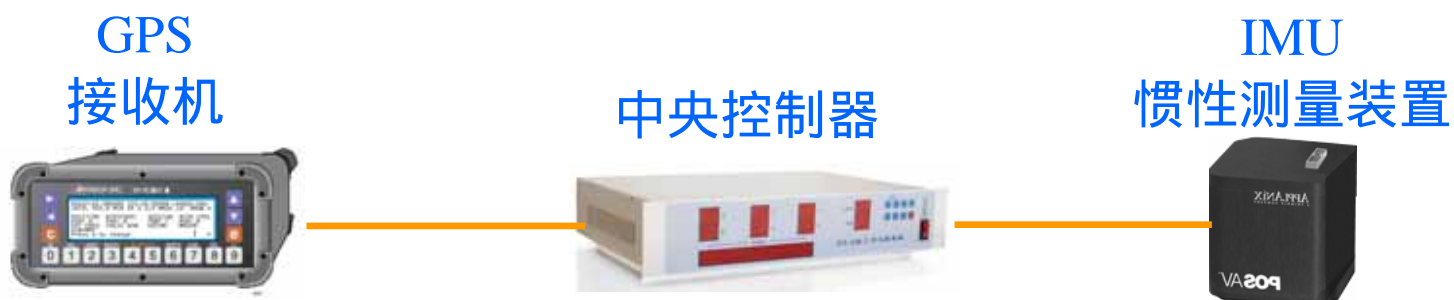
❖ 采用精密单点定位技术可以显著降低作业难度

初步试验证实，在带有四角地面控制的GPS辅助光束法区域网平差中，采用单点定位与差分定位所获取的地面目标点的精度是一致的

如果在西部地区布设适量的GPS地面跟踪站，采用GPS航空摄影技术可以不用设置地面基准站

POS

Position Orientation System



测定传感器的**位置**和**姿态**

POS系统



AEROcontrol机载定位定姿系统

3套



POS机载定位定姿系统

8套

IMU 安装



POS航空摄影系统

航摄仪

天线

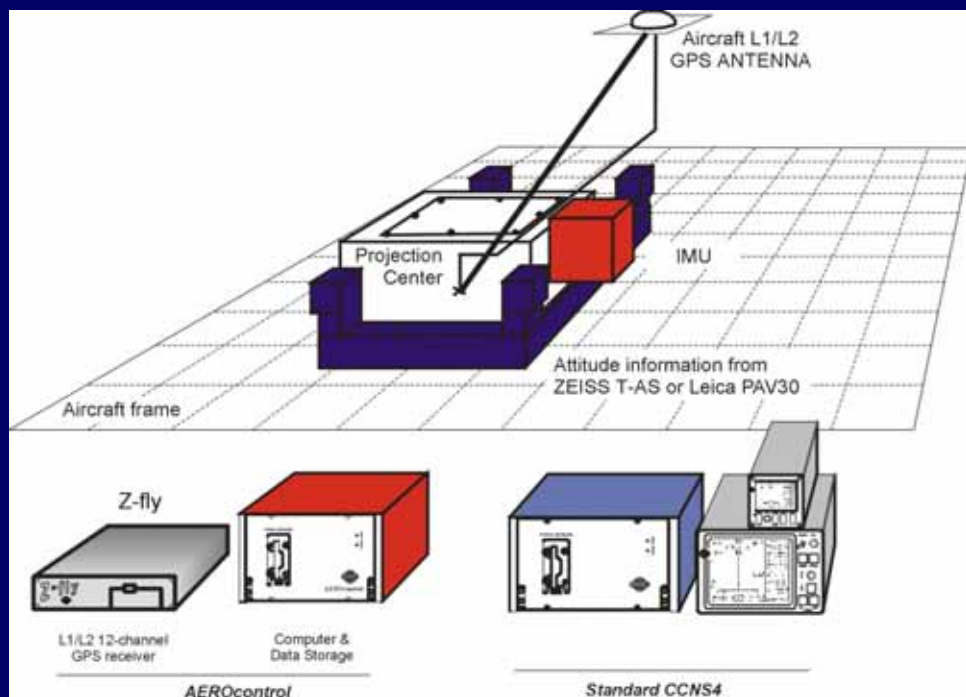


GPS接收机



POS系统

- ❖ 航摄相机
- ❖ 导航控制系统
- ❖ IMU高精度姿态测量系统
- ❖ IMU与相机连接架
- ❖ 机载DGPS天线
- ❖ 地面DGPS基站接收机



目前国际商用系统：

1、加拿大POS系统

2、德国Aerocontrol IIId系统

POS系统

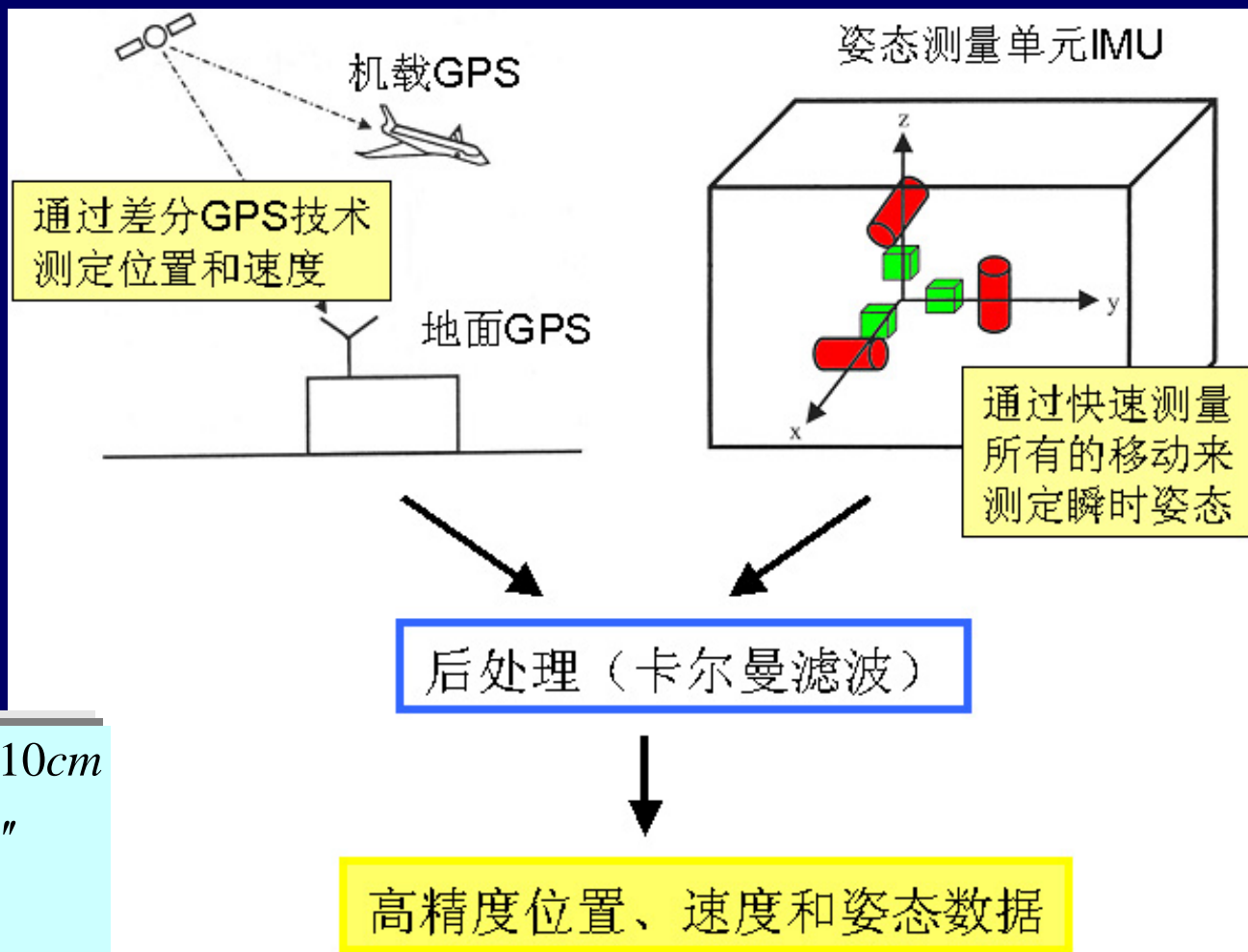
直接测量摄影时刻像片位置与姿态

精度

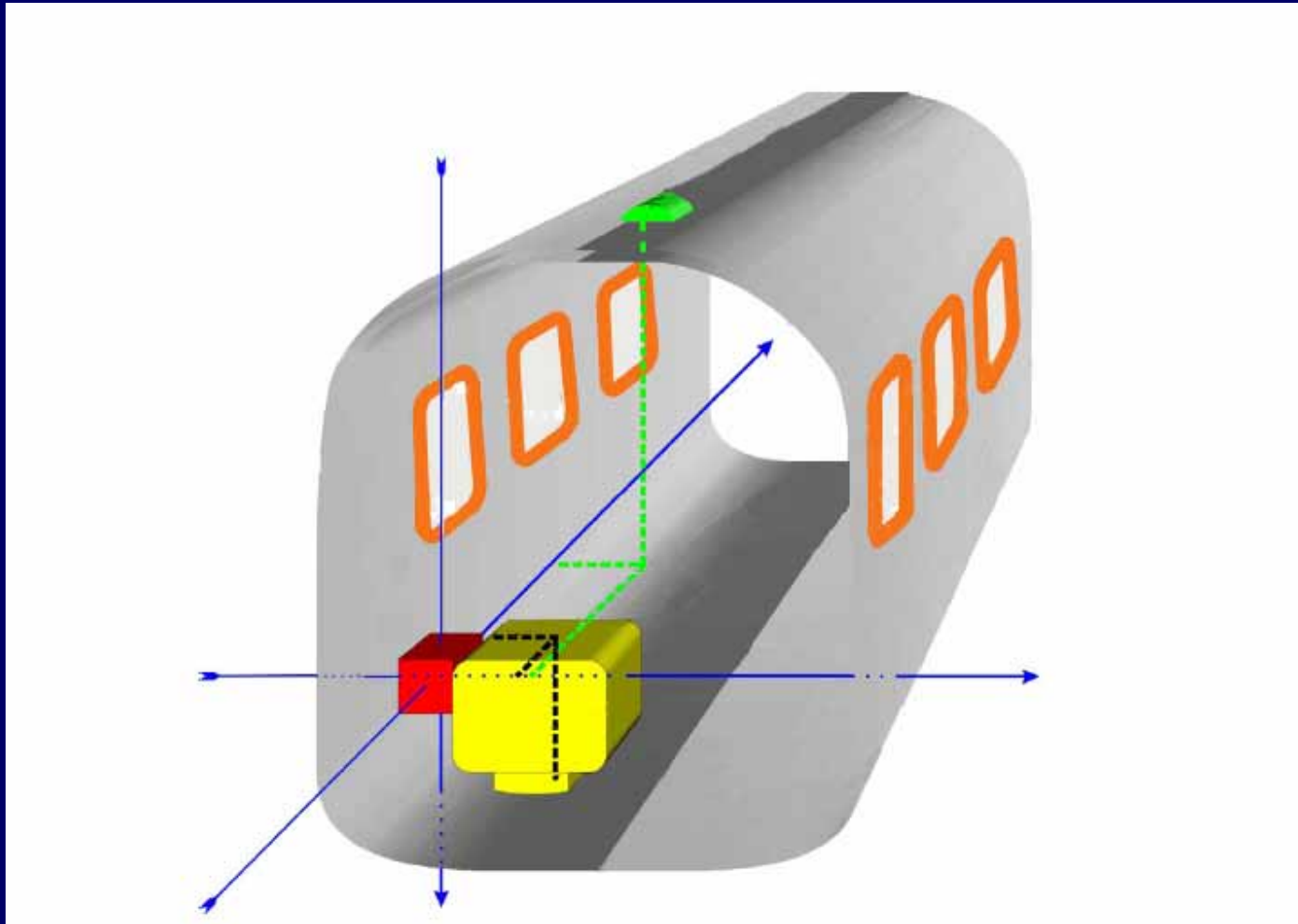
$$m_{X_s} = m_{Y_s} = m_{Z_s} = 5 \sim 10cm$$

$$m_{\varphi} = m_{\omega} = 0.005^{\circ} = 18''$$

$$m_{\kappa} = 0.01^{\circ} = 36''$$



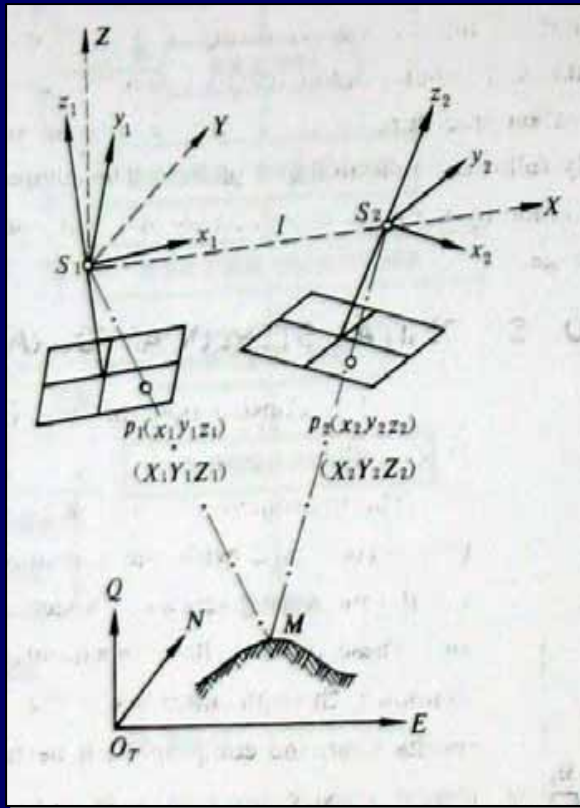
POS航空摄影系统的空间偏移



POS系统处理软件

- ❖ POSRT™ 数据下载软件
- ❖ POSProc™ GPS辅助惯性导航与回归平滑模块
- ❖ POSGPS™ 差分GPS数据处理模块
- ❖ POSEO™ 像片外方位元素计算模块
- ❖ POSCal™ POS系统检校与质量控制模块
- ❖ STG™ 连接点半自动量测模块

POS在摄影测量中的应用



- POS系统测定像片外方位元素
 $X_s, Y_s, Z_s, \varphi, \omega, \kappa$
- 空间前方交会解算地面点坐标
(直接传感器定向)
- POS辅助空中三角测量
(集成传感器定向)

空间前方交会

• 单模型点投影系数法

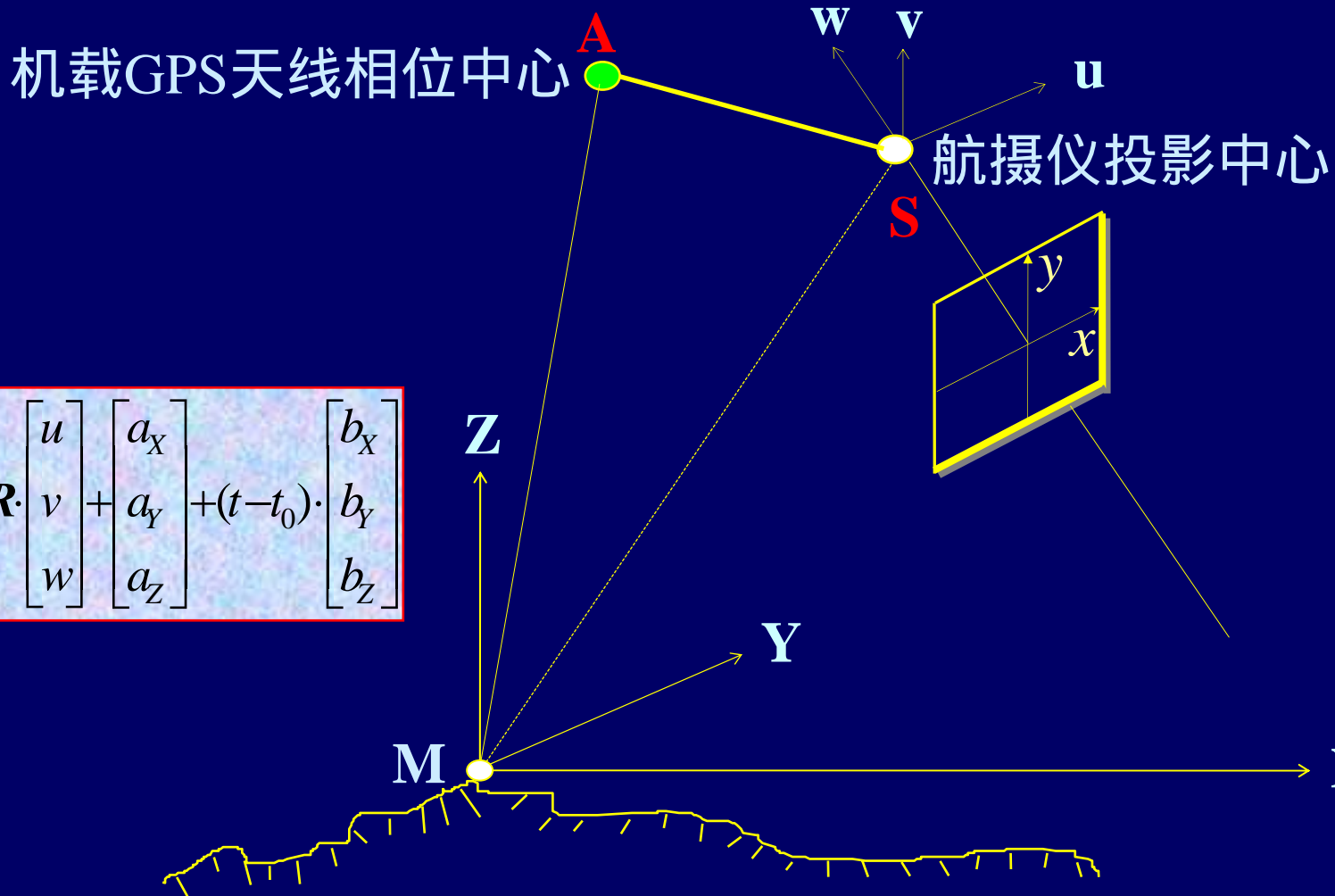
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_{s_1} \\ Y_{s_1} \\ Z_{s_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1 X_1 \\ (N_1 Y_1 + N_2 Y_2 + B_Y)/2 \\ N_1 Z_1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} B_X = X_{s_2} - X_{s_1} \\ B_Y = Y_{s_2} - Y_{s_1} \\ B_Z = Z_{s_2} - Z_{s_1} \\ N_1 = \frac{B_X Z_2 - B_Z X_2}{X_1 Z_2 - X_2 Z_1} \\ N_2 = \frac{B_X Z_1 - B_Z X_1}{X_1 Z_2 - X_2 Z_1} \end{cases}$$

• 多片最小二乘平差法

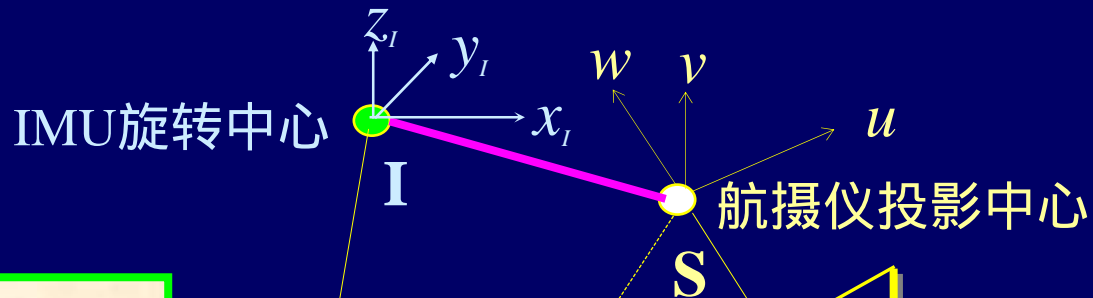
$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{13} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x - x^0 \\ y - y^0 \end{bmatrix}$$

POS辅助空中三角测量



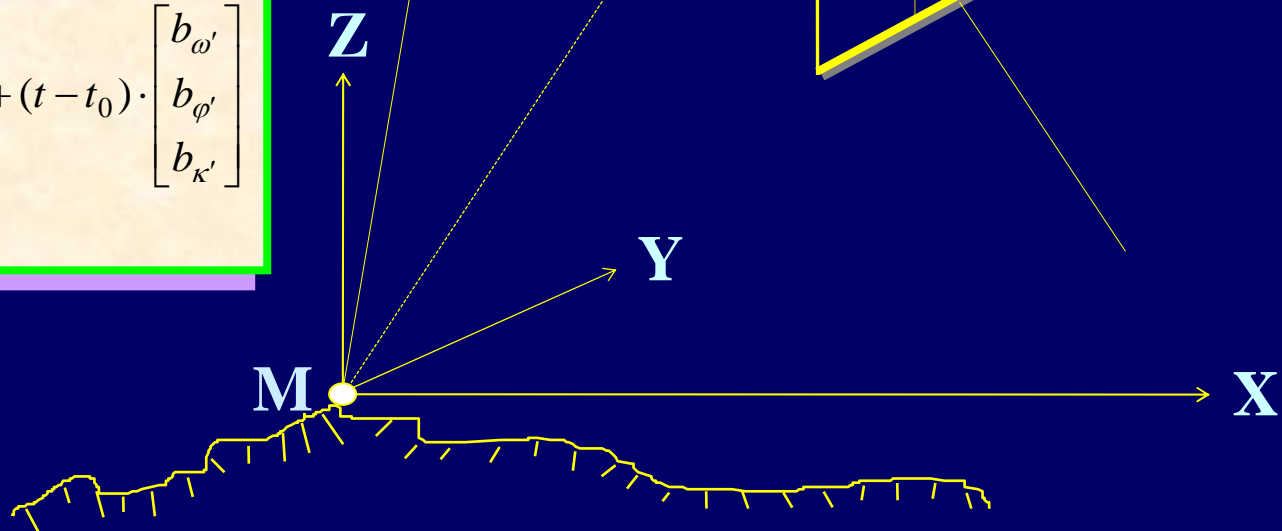
$$\begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} + \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_X \\ a_Y \\ a_Z \end{bmatrix} + (t-t_0) \cdot \begin{bmatrix} b_X \\ b_Y \\ b_Z \end{bmatrix}$$

POS辅助空中三角测量

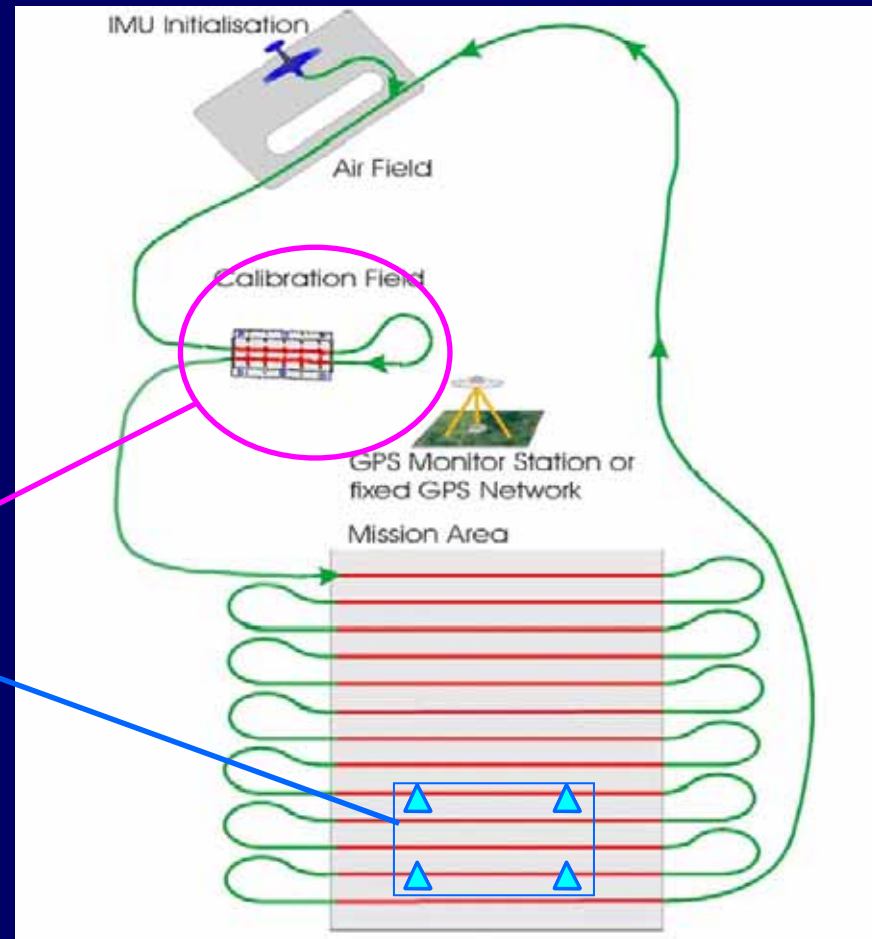


$$R = R_{IMU} \cdot R_B$$

$$\begin{bmatrix} \omega' \\ \varphi' \\ \kappa' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \operatorname{arctg}(-\frac{b_3}{c_3}) \\ \operatorname{arcsin}(-a_3) \\ \operatorname{arctg}(-\frac{a_2}{a_1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{\omega'} \\ a_{\varphi'} \\ a_{\kappa'} \end{bmatrix} + (t - t_0) \cdot \begin{bmatrix} b_{\omega'} \\ b_{\varphi'} \\ b_{\kappa'} \end{bmatrix}$$

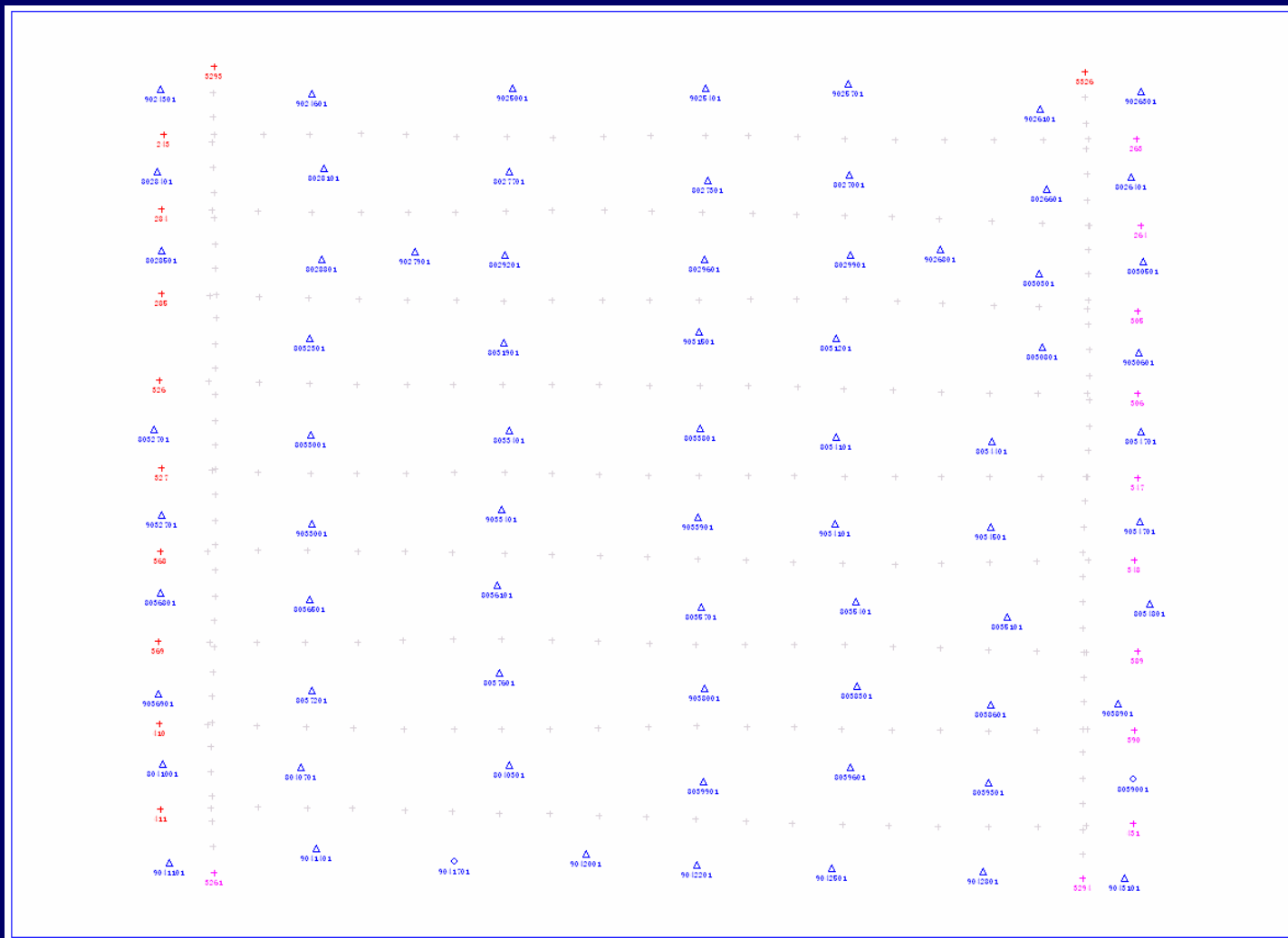


POS系统误差的检校



检校场

POS辅助光束法区域网平差实例



区域网基本参数

项目	参数
航摄飞机	运-12
航摄仪	Leica RC-30
航摄胶片	Kodak 2444
航摄仪主距	153.84 mm
摄影比例尺	1:2500
航向重叠	61%
旁向重叠	32%
航线	9条
构架航线	2条
像片	255张
地面控制点	72个
加密点	3632个
区域范围	4km × 5km

平差计算实例

- ❖ POS外方位元素观测值文件
- ❖ 各种观测值权的设定
- ❖ 直接定向法立体模型恢复
- ❖ POS辅助光束法区域网平差



WuCAPS

POS试验结论

- ❖ POS 系统提供的像片外方位元素可直接用于制作 DOM
- ❖ 1:50000比例尺航测成图可无需地面控制点和空三加密
- ❖ 利用 POS 系统提供的像片外方位元素恢复立体模型时会产生较大的上下视差
- ❖ 1:1000和1:2000比例尺航测成图可大大减少野外像控测量工作量

POS系统与各种传感器的集成



RC30 框幅模拟航摄仪



DMC 面阵数字航摄仪



ADS40 线阵数字航摄仪



ASL50机载激光扫描仪

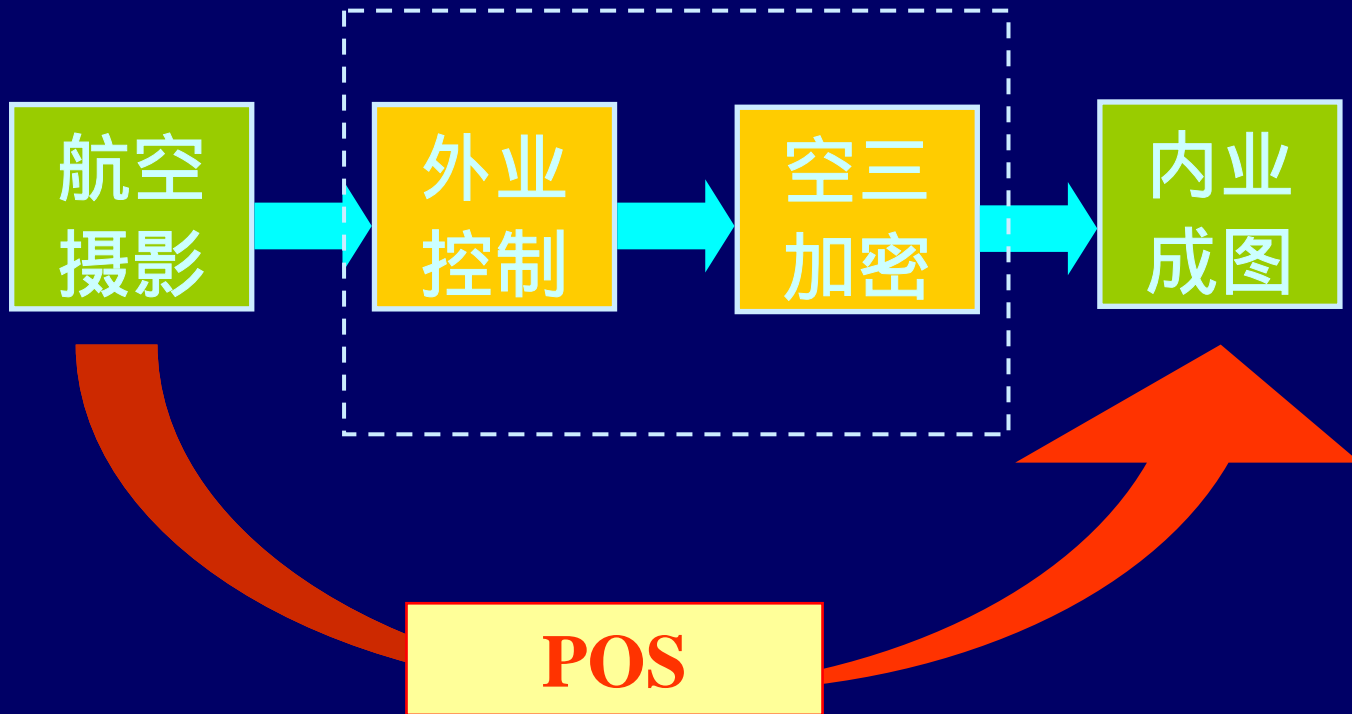


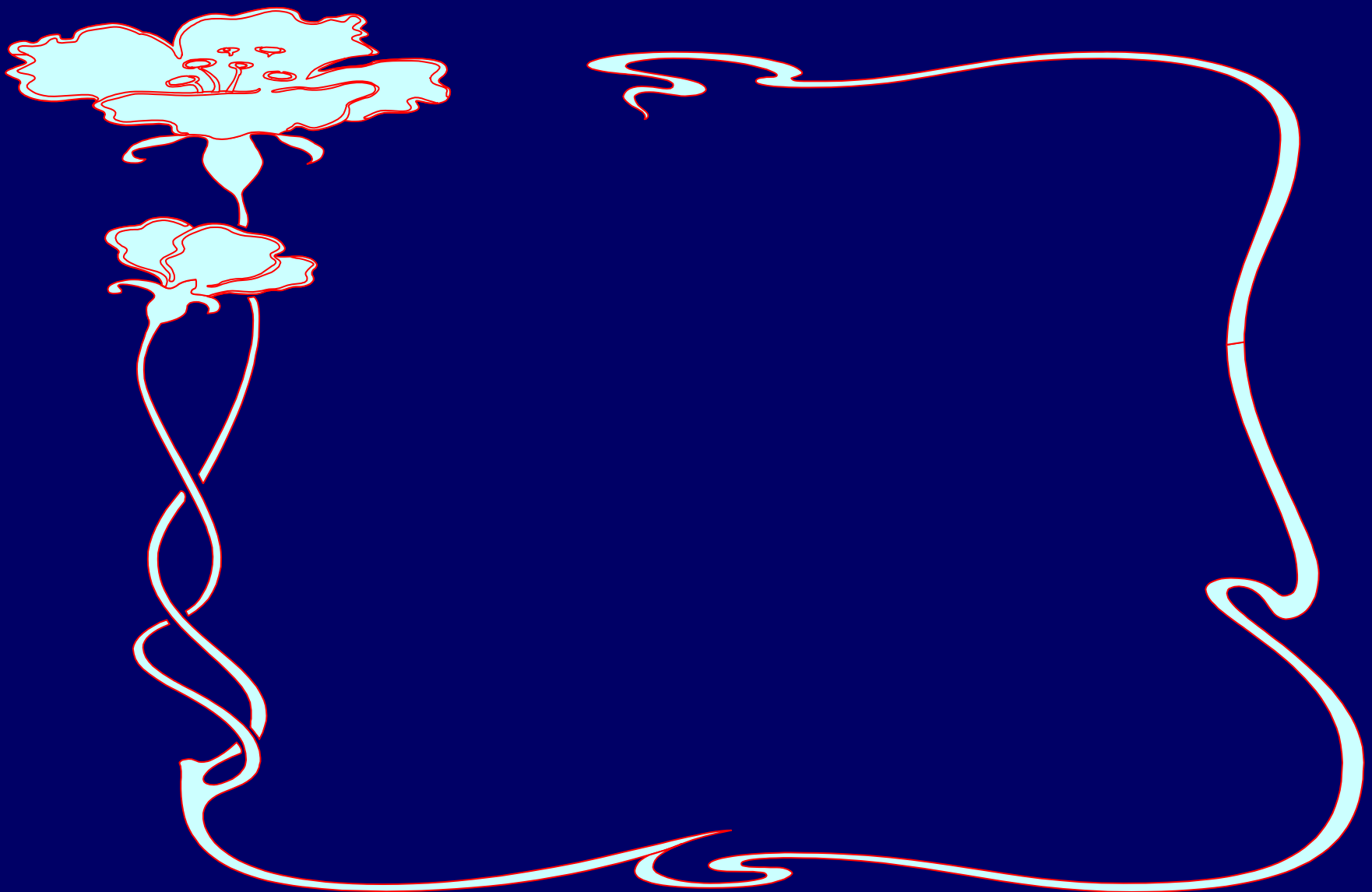
POS传感器定位定姿系统



机载合成孔径雷达

航空摄影测量作业



A decorative border in white and light blue. On the left, a light blue flower with a yellow center is on a stem with two smaller buds. A white scrollwork line starts from the top right, curves around the text, and ends at the bottom right.

谢谢大家