

文章编号: 1001-4322(2008)07-1173-04

# TM<sub>01</sub>-TE<sub>11</sub> 三弯曲圆波导模式转换器\*

张 强, 袁成卫, 刘 列

(国防科学技术大学 光电科学与工程学院, 长沙 410073)

**摘 要:** 从理论推导、理论设计和数值模拟 3 个方面对三弯曲圆波导模式转换器进行分析, 得到了 TM<sub>01</sub>-TE<sub>11</sub> 模的功率转换效率解析公式和转换效率达到最高时的取值条件。以中心工作频率为 4.25 GHz、波导半径分别为 3.0 cm 和 3.5 cm 的两个转换器为例进行了理论计算和数值模拟, 模拟结果表明: 它们的转换效率分别达到了 99.64% 和 98.62%, 高于 90% 的相对带宽分别达到了 9.88% 和 12.71%。

**关键词:** 圆波导; 模式转换; 模式耦合; 数值模拟

**中图分类号:** TN811; TN814 **文献标志码:** A

许多高功率微波源产生的微波模式为轴对称模, 如虚阴极振荡器(VCO)<sup>[1]</sup>、相对论返波管(RBWO)<sup>[2]</sup>、磁绝缘线振荡器(MILO)<sup>[3]</sup>等, 它们的输出模式为圆波导 TM<sub>01</sub> 模, 这些模式旁瓣电平高, 能量分散, 增益低, 如果直接将这些模式辐射出去, 将不利于微波能量的有效利用, 而 TE<sub>11</sub> 模具有轴向最大值和确定的极化方向, 因此研究微波模式从 TM<sub>01</sub> 模到 TE<sub>11</sub> 模的转换具有实际意义。文献[4-7]对双弯形圆波导模式转换器做了一些有益的研究, 但在输入输出共轴的实验系统中, 这种模式转换器不能满足使用条件, 而三弯曲模式转换器<sup>[8]</sup>不失为一种可行的选择, 它不仅具有内部空心、光滑, 功率容量高的优点, 而且满足输入输出共轴的条件, 可以使整个微波系统更加紧凑。本文利用模式耦合理论, 对三弯曲模式转换器的结构进行理论分析和设计, 得到了功率转换效率公式, 并以两个转换器为例进行了理论计算和数值模拟, 结果吻合较好。

## 1 理论分析

三弯曲圆波导模式转换器的结构如图 1 所示, 在这个结构中, 三段弯曲状圆波导(把它们分为 I, II, III 区)相切连接, 从而避免在连接处产生附加的耦合或反射。圆波导的内半径为  $a$ , 轴线曲率半径分别为  $R_1, -R_2, R_3$ , 对应的弯曲角度分别为  $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ , 其中负号表示第二段圆波导与其它两段弯曲方向相反, 其纵向长度和横向长度分别为  $L', L''$ 。

波导中的内半径变化、轴线弯曲等不均匀性会引起波导内传输模式间的能量耦合, 从而产生模式转换。根据模式耦合理论<sup>[6]</sup>可知, 波导内不同模式之间前行波的耦合方程为

$$\frac{dA_m}{dz} = -\gamma_m A_m - j \sum_{n, m \neq n} C_{nm} A_n \quad (1)$$

式中:  $A_m, A_n$  表示由于波导弯曲所引起的前行波第  $m, n$  模式的复振幅;  $\gamma_m$  为第  $m$  模式的传播常数;  $C_{nm}$  表示第  $m, n$  模式之间的耦合系数<sup>[5-7, 9]</sup>; 在波模传输过程中, 考虑模式转换装置无损耗, 即  $\gamma_m = j\beta_m, \beta_m$  为相位常数 ( $m = 1, 2$ ), 考虑对 TM<sub>01</sub>, TE<sub>11</sub> 模两个模式求解, 则方程变化为

$$\begin{cases} \frac{dA_1}{dz} = -j\beta_1 A_1 - jC_{12} A_2 \\ \frac{dA_2}{dz} = -j\beta_2 A_2 - jC_{21} A_1 \end{cases} \quad (2)$$

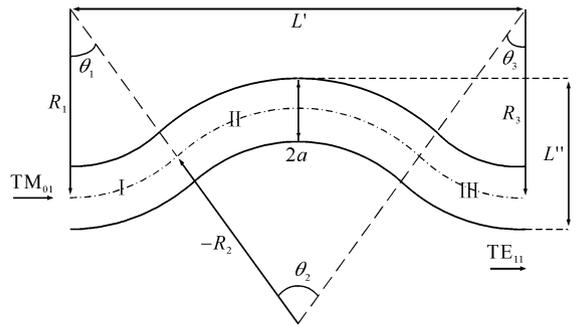


Fig. 1 Geometry scheme of tri-bend circular waveguides mode converter

图 1 三弯曲圆波导模式转换器结构简图

\* 收稿日期: 2007-11-19; 修订日期: 2008-05-08

基金项目: 国家高技术发展计划项目

作者简介: 张 强(1984—), 男, 硕士, 主要从事高功率微波模式转换和天线研究; zqiang1984@163.com。

式中:  $A_1, A_2$  分别表示  $\text{TM}_{01}$  模和  $\text{TE}_{11}$  模的复振幅;  $C_{12}, C_{21}$  的显式表达为<sup>[6]</sup>

$$C = C_{12} = C_{21} = \frac{\beta_1 + \beta_2}{\sqrt{2\beta_1\beta_2(\nu_{11}^2 - 1)(\nu_{11}^2 - \mu_{01}^2)}} \frac{ka}{R} \quad (3)$$

式中:  $\mu_{01}, \nu_{11}$  分别为 Bessel 函数  $J_0$  和  $J'_1$  的第一个根;  $k$  为自由空间波数;  $\beta_1, \beta_2$  分别为  $\text{TM}_{01}, \text{TE}_{11}$  模的相位常数。

设  $A_i^I, A_2^I$  分别表示图 1 中第  $i$  区弯曲圆波导中  $\text{TM}_{01}$  和  $\text{TE}_{11}$  模的复振幅;  $|z_i|$  为第  $i$  区弯曲圆波导线长度;  $C_i$  为第  $i$  区弯曲圆波导内  $\text{TM}_{01}$  模与  $\text{TE}_{11}$  模式间的耦合系数。对于 I 区, 在  $A_1^I(0) = 1, A_2^I(0) = 0$  时, 即  $\text{TM}_{01}$  模的输入幅值为 1,  $\text{TE}_{11}$  模的输入幅值为 0, I 区的弯曲圆波导输出的模式幅值

$$\begin{cases} A_1^I(z_1) = [-\lambda_1 \frac{\sin(\Omega_1 z_1)}{\Omega_1} + \exp(j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} z_1) - j\beta_1 \frac{\sin(\Omega_1 z_1)}{\Omega_1}] \exp(-j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} z_1) \\ A_2^I(z_1) = -j \frac{\sin(\Omega_1 z_1)}{\Omega_1} C_1 \exp(-j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} z_1) \end{cases} \quad (4)$$

对于 II 区的弯曲圆波导输出的模式幅值

$$\begin{cases} A_1^II(z_2) = \left\{ j \left[ \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} A_1^I(z_1) - A_2^I(z_1) C_2 \right] \frac{\sin(\Omega_2 z_2)}{\Omega_2} + A_1^I(z_1) \cos(\Omega_2 z_2) \right\} \exp(-j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} z_2) \\ A_2^II(z_2) = \left\{ -j \left[ \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} A_2^I(z_1) + A_1^I(z_1) C_2 \right] \frac{\sin(\Omega_2 z_2)}{\Omega_2} + A_2^I(z_1) \cos(\Omega_2 z_2) \right\} \exp(-j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} z_2) \end{cases} \quad (5)$$

对于 III 区的弯曲圆波导输出的模式幅值

$$\begin{cases} A_1^III(z_3) = \left\{ j \left[ \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} A_1^II(z_2) - A_2^II(z_2) C_3 \right] \frac{\sin(\Omega_3 z_3)}{\Omega_3} + A_1^II(z_2) \cos(\Omega_3 z_3) \right\} \exp(-j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} z_3) \\ A_2^III(z_3) = \left\{ -j \left[ \frac{\beta_2 - \beta_1}{2} A_2^II(z_2) + A_1^II(z_2) C_3 \right] \frac{\sin(\Omega_3 z_3)}{\Omega_3} + A_2^II(z_2) \cos(\Omega_3 z_3) \right\} \exp(-j \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} z_3) \end{cases} \quad (6)$$

其中  $\Omega_i = \sqrt{C_i^2 + \epsilon^2}$ ,  $\epsilon = (\beta_2 - \beta_1)/2$ ,  $z_i = R\theta_i$ 。

将式(4), (5)代入式(6)可得  $\text{TE}_{11}$  模的功率转换效率为

$$\eta = \frac{|A_2^III(z_3)|^2}{|A_1^I(0)|^2} = |A_2^III(z_3)|^2 = \text{Re}^2[A_2^III(z_3)] + \text{Im}^2[A_2^III(z_3)] \quad (7)$$

其中

$$\begin{aligned} \text{Re}[A_2^III(z_3)] &= \alpha \epsilon \theta_2 \text{sinc}(\Omega_2 z_2) [\text{sinc}(\Omega_1 z_1) \cos(\Omega_3 z_3) z_1 - \cos(\Omega_1 z_1) \text{sinc}(\Omega_3 z_3) z_3] + \\ &\quad \alpha \epsilon \theta_1 \text{sinc}(\Omega_1 z_1) [\text{sinc}(\Omega_2 z_2) \cos(\Omega_3 z_3) z_2 + \cos(\Omega_2 z_2) \text{sinc}(\Omega_3 z_3) z_3] - \\ &\quad \alpha \epsilon \theta_3 \text{sinc}(\Omega_3 z_3) [\text{sinc}(\Omega_2 z_2) \cos(\Omega_1 z_1) z_2 + \cos(\Omega_2 z_2) \text{sinc}(\Omega_1 z_1) z_1] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \text{Im}[A_2^III(z_3)] &= \left[ \frac{\alpha^3}{R_1 R_2 R_3} - \left( \frac{\alpha}{R_1} + \frac{\alpha}{R_2} + \frac{\alpha}{R_3} \right) \epsilon^2 \right] \text{sinc}(\Omega_1 z_1) \text{sinc}(\Omega_2 z_2) \text{sinc}(\Omega_3 z_3) z_1 z_2 z_3 + \\ &\quad a \theta_1 \text{sinc}(\Omega_1 z_1) \cos(\Omega_2 z_2) \cos(\Omega_3 z_3) - a \theta_2 \cos(\Omega_1 z_1) \text{sinc}(\Omega_2 z_2) \cos(\Omega_3 z_3) + \\ &\quad a \theta_3 \cos(\Omega_1 z_1) \cos(\Omega_2 z_2) \text{sinc}(\Omega_3 z_3) \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $\alpha = \frac{(\beta_1 + \beta_2)ka}{\sqrt{2\beta_1\beta_2(\nu_{11}^2 - 1)(\nu_{11}^2 - \mu_{01}^2)}}$ ,  $\text{sinc}(\Omega_i z_i) = \frac{\sin(\Omega_i z_i)}{\Omega_i z_i}$ 。

在实际应用中, 为了方便加工, 常有  $R_1 = -R_2 = R_3 = R_0$ ,  $2\theta_1 = \theta_2 = 2\theta_3 = 2\theta_0$ , 将式(8), (9)代入式(7), 得到功率转换效率的公式为

$$\eta = \frac{16\alpha^2 R_0^4 \epsilon^4}{(\alpha^2 + R_0^2 \epsilon^2)^3} \sin^4(\sqrt{\alpha^2 + R_0^2 \epsilon^2} \theta_0) \sin^2(2\sqrt{\alpha^2 + R_0^2 \epsilon^2} \theta_0) \quad (10)$$

令  $\zeta = \sqrt{\alpha^2 + R_0^2 \epsilon^2} \theta_0$ , 考虑到

$$\begin{aligned} \frac{16\alpha^2 \epsilon^4 R_0^4}{(\alpha^2 + \epsilon^2 R_0^2)^3} &\leq \frac{64}{(\alpha^2 + \epsilon^2 R_0^2)^3} \left( \frac{\alpha^2 + \epsilon^2 R_0^2/2 + \epsilon^2 R_0^2/2}{3} \right)^3 = \frac{64}{27} \\ \sin^4(\zeta) \sin^2(2\zeta) &= 4 \times 27 \frac{\sin^2(\zeta)}{3} \frac{\sin^2(\zeta)}{3} \frac{\sin^2(\zeta)}{3} [1 - \sin^2(\zeta)] \\ &\leq 4 \times 27 \left[ \frac{\sin^2(\zeta)/3 + \sin^2(\zeta)/3 + \sin^2(\zeta)/3 + 1 - \sin^2(\zeta)}{4} \right]^4 = \frac{27}{64} \end{aligned}$$

$\eta_{\max} = \frac{64}{27} \times \frac{27}{64} = 1$ , 其中满足  $\eta_{\max} = 1$  的条件是  $\alpha^2 = \epsilon^2 R_0^2 / 2$ ,  $\sin^2(\zeta) = 3/4$ , 即当

$$R_0 = \left| \frac{\sqrt{2}\alpha}{\epsilon} \right|, \quad \theta_0 = \frac{\pi}{3 \sqrt{\alpha^2 + \epsilon^2 R_0^2}} \quad (11)$$

时, 功率转换效率的理论值  $\eta_{\max} = 100\%$ 。从公式(11)中可以看出, 曲率半径  $R_0$  的取值决定于工作的频率和圆波导的半径尺寸, 并进而可以确定圆波导的弯曲角度  $\theta_0$ 。

## 2 理论计算和数值模拟

由公式(11)可得到功率转换效率达到 100% 的结构参数, 表 1 为圆波导内半径  $a = 3.0$  cm, 工作中心频率  $f_0$  不同的条件下的结构参数, 以及高频模拟软件(HFSS)的数值模拟结果。

表 1 模式转换器的理论结构参数

Table 1 Theoretical parameters of converter geometry structure

$a/\text{cm}$	$f_0/\text{GHz}$	$R_0/\text{cm}$	$\theta_0/\text{rad}$	$\eta_{\text{sim}}/\%$
3.0	4.2	11.087	0.576 88	99.273
3.0	4.4	13.142	0.559 77	99.513
3.0	4.6	15.242	0.539 57	98.925
3.0	4.8	17.396	0.519 27	99.146
3.0	5.0	19.611	0.499 79	98.875

由表 1 可以看出, 多数设计结果的转换效率都在 99% 左右, 这说明由模式耦合理论得出的结果和数值模拟的结果吻合较好, 理论推导结果对转换器的设计有重要意义。存在偏差的原因是: 在推导过程中只考虑的是 TM<sub>01</sub> 模到 TE<sub>11</sub> 模的转换, 忽略了高阶模的影响(在  $a = 3.0$  cm 的条件下, TE<sub>21</sub> 模的截止频率为 4.857 6 GHz); 另一方面数值模拟过程也存在计算误差。这些因素带来了理论计算和数值模拟结果之间的偏差。

以  $f_0 = 4.25$  GHz 为例, 分别设计了圆波导内半径  $a = 3.0$  cm 和  $a = 3.5$  cm 的两个三弯曲模式转换器, 它们的结构参数和计算结果如表 2 所示。由表 2 可见, 在中心频率处的功率转换效率  $\eta$  和  $\eta \geq 90\%$  的带宽两方面, 理论计算结果和数值模拟结果吻合较好。其功率转换效率随频率的变化关系如图 2 所示。

表 2 模式转换器的结构参数及其模拟结果

Table 2 Geometry of two converters and their simulation results

$a/\text{cm}$	$R_0/\text{cm}$	$\theta_0/\text{rad}$	$L'/\text{cm}$	$L''/\text{cm}$	conversion efficiency/%		bandwidth( $\eta \geq 90\%$ )/GHz	
					theoretical	simulated	theoretical	simulated
3.0	11.596	0.573 26	25.158 1	9.707 7	100	99.64	4.09~4.49	4.11~4.53
3.5	22.335	0.503 76	43.125 6	12.549 1	100	98.62	3.99~4.63	4.03~4.57

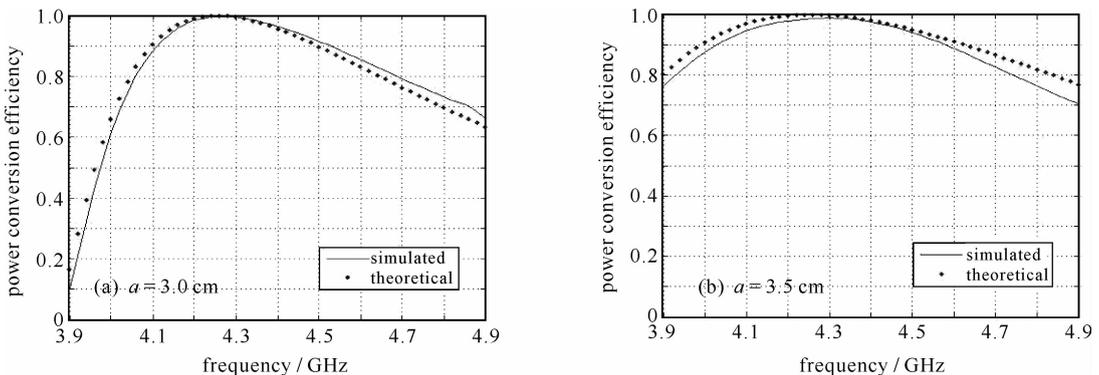


Fig. 2 Power conversion efficiency vs frequency

图 2 不同内半径条件下功率转换效率随频率的变化

由图 2 可以看到:  $a = 3.0$  cm 时, 模式转换器功率转换效率超过 90% 的工作频率范围为 4.09~4.49 GHz, 数值模拟的结果为 4.11~4.53 GHz, 偏差小于 0.9%, 相对带宽有 9.88%;  $a = 3.5$  cm 时, 模式转换器功率转换效率超过 90% 的工作频率范围为 3.99~4.63 GHz, 数值模拟的结果为 4.03~4.57 GHz, 偏差小于 1.4%, 相对带宽为 12.71%。

### 3 结 论

本文从理论推导、理论设计和数值模拟 3 个方面对输入输出共轴的三弯曲圆波导模式转换器进行了研究,给出了此类模式转换器的设计公式,并对其进行了验证。以波导半径分别为 3.0 cm 和 3.5 cm 的转换器为例,在中心频率处进行理论计算和数值模拟,二者吻合得较好。模拟结果显示:在中心工作频率 4.25 GHz 处,两种结构的功率转换效率分别达到 99.64%,98.62% 以上,转换效率超过 90% 的相对带宽分别达到了 9.88% 和 12.71%。

### 参考文献:

- [1] 舒挺,李志强,袁成卫,等.  $TM_{01}$  模虚阴极振荡器实验研究[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(8):1163-1166. (Shu T, Li Z Q, Yuan C W, et al. Experiment on vircator operated in  $TM_{01}$  mode. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(8):1163-1166)
- [2] 牛洪昌,钱宝良. 紧凑型 L 波段同轴相对论返波振荡器的粒子模拟[J]. 强激光与粒子束, 2006, **18**(11):1879-1882. (Niu H C, Qian B L. Particle simulation of compact L-band coaxial relativistic backward wave oscillator. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, **18**(11):1879-1882)
- [3] 张晓萍,钟辉煌,舒挺,等. C 波段磁绝缘线振荡器的理论设计与实验[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(8):1129-1132. (Zhang X P, Zhong H H, Shu T, et al. Theoretical design and experiment studies of C-band MILO. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(8):1129-1132)
- [4] 张玉文,舒挺,袁成卫.  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  弯形圆波导模式转换器的优化设计[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(4):591-594. (Zhang Y W, Shu T, Yuan C W. Optimization design of bent circular waveguide  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  mode converter. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(4):591-594)
- [5] 张玉文,舒挺,袁成卫. 组合型  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  弯形圆波导模式转换器研究[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(1):117-120. (Zhang Y W, Shu T, Yuan C W. Study on a combined  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  mode converter of bent circular waveguides. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(1):117-120)
- [6] 张玉文.  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  弯形圆波导模式转换器的研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2004. (Zhang Y W. Study on bent circular waveguides  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  mode converter. Changsha: National University of Defense Technology, 2004)
- [7] 牛新建,李宏福,谢仲怜. 高功率毫米波圆波导  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  模式变换分析[J]. 强激光与粒子束, 2002, **12**(2):90-94. (Niu X J, Li H F, Xie Z L. Analysis of high-power millimeter wave circular waveguide  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  mode converter. *High Power Laser and Particle Beams*, 2002, **12**(2):90-94)
- [8] 袁成卫,钟辉煌,钱宝良. 输入输出共轴的三弯曲型  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  模式转换器[J]. 强激光与粒子束, 2006, **18**(11):1864-1868. (Yuan C W, Zhong H H, Qian B L. Tri-bend  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  mode converter with input-output aligned on the same axis. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, **18**(11):1864-1868)
- [9] 林为干. 微波理论与技术[M]. 北京:科学出版社, 1979:140-144. (Lin W G. Microwave theory and technology. Beijing: Science Press, 1979:140-144)
- [10] Thumm M J, Ayzas M S. Design of short high-power  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  mode converters in highly overmoded corrugated waveguide[J]. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1991, **39**(2):301-309.

## $TM_{01}$ - $TE_{11}$ mode converter of tri-bend circular waveguides

ZHANG Qiang, YUAN Cheng-wei, LIU Lie

(College of Optoelectric Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The structure of tri-bend circular waveguides was studied by theoretical calculation, theoretical design and numerical simulation. The  $TM_{01}$ - $TE_{11}$  conversion efficiency formula were derived and the condition for the highest conversion efficiency was obtained. Two mode converters of this kind with an inner radius of 3.0 cm and 3.5 cm were analyzed. The conversion efficiency exceeded 99.64% and 98.62% at 4.25 GHz and its bandwidth of power conversion efficiency exceeding 90% reached 9.88% and 12.71%, respectively. The simulation verified the theoretical design.

**Key words:** Circular waveguides; Mode conversion; Mode coupling; Numerical simulation