第 20 卷第 12 期　　强　激　光　与　粒　子　束　　Vol. 20, No. 12
2008 年 12 月　　HIGH POWER LASER AND PARTICLE BEAMS　　Dec., 2008

文章编号： 1001-4322(2008)12-1993-04

初始相位对周期量级激光脉冲 Thomson 散射特性的影响*

田友伟[1]，　陆云清[2]，　邓德刚[3]

(1. 南京邮电大学 数理学院，南京 210003；　2. 南京邮电大学 光电工程学院，南京 210003；
3. 中国计量学院 材料学院，杭州 310018)

摘　要： 用电子 Thomson 散射的经典理论，研究了周期量级激光脉冲作用下电子 Thomson 散射的特性，讨论了不同激光强度下，激光脉冲的初始相位对电子辐射的空间分布以及特定方向上频谱分布特性的影响。计算表明：对弱激光脉冲，电子辐射的空间分布类似于偶极天线的对称双叶结构，初始相位对电子的辐射几乎没有影响；而对强激光脉冲，电子辐射的空间分布出现了三叶结构，初始相位对电子的辐射影响非常显著。

关键词： 初始相位；　周期量级脉冲；　Thomson 散射；　空间分布

中图分类号： O434.1　　**文献标志码：** A

20 世纪 90 年代以来，随着超短脉冲啁啾放大技术[1-3]的发展，人们已经能把激光脉冲的宽度压缩到 fs 量级，将峰值功率提高到 TW～PW 量级，通过适当聚焦后，激光场早已达到相对论光强，这就为研究相对论电子动力学有关问题提供了新的途径。根据 Thomson 散射的经典理论，当电子与低强度的激光相互作用时，激光的磁场对电子的作用力非常小，通常可以认为电子只受到电场的作用，其中产生辐射的过程是一个线性过程，散射光的频率等于入射光的频率。近几年来，超短超强激光脉冲的发展，重新引起了人们对这个经典问题——Thomson 散射的兴趣[4-11]，电子在相对论光强的激光场作用下，振荡速度接近光速，此时光场中的磁场对电子的作用可以与电子在电场中受到的作用相比，因此电子在这样的光场中作非线性的振荡运动，其 Thomson 散射就成了相对论、非线性的复杂问题。对脉宽只有几个周期的激光脉冲，电场和磁场随时间的变化非常快，初始相位可能会对电子的辐射过程产生显著的影响。

根据电子在激光场中 Thomson 散射的经典理论，我们忽略散射场对电子的反作用，从理论和计算机数值模拟上，对电子在周期量级的激光脉冲中的 Thomson 散射特性进行了分析。研究发现，对强度较弱的周期量级激光脉冲，初始相位对电子 Thomson 散射的影响非常微弱，而对周期量级强激光脉冲，初始相位对电子 Thomson 散射的空间分布以及特定方向上的频谱分布有非常显著的影响，利用这一特性，可以用来测定周期量级强激光场的初始相位。

1　作用模型和基本方程

线偏振高斯脉冲激光电场的归一化矢势方程为

$$\boldsymbol{a}(\eta) = a_0 \exp(-\eta^2/2L^2)\cos(\eta+\Theta)\boldsymbol{x} \tag{1}$$

式中：a_0 是被 mc^2/e 归一化的激光振幅，m 和 e 分别是电子的静止质量和电荷；$\eta=z-t$；$L=d/2$，d 是激光的脉冲宽度；Θ 是激光脉冲的初始相位，空间和时间坐标分别被 k_0^{-1} 和 ω_0^{-1} 归一化，ω_0 和 k_0 分别是激光的频率和波数。

图 1 是周期量级激光脉冲与电子相互作用的示意图。假设超短激光脉冲沿 z 轴传播，静止的电子位于坐标原点，当激光脉冲遇到电子时，电子在激光电场作用下除了在横向作高频振荡外，还被激光脉冲的有质动力推动向前运动，但是这种推动作用只对强激光脉冲有明显效果。在激光脉冲与电子相互作用的过程中，电子会向各个方向发出辐射，式中：$\boldsymbol{n}=\sin\theta\cos\phi\boldsymbol{x}+\sin\theta\sin\phi\boldsymbol{y}++\cos\theta\boldsymbol{z}$（$\boldsymbol{n}$ 为电子的辐射方向；θ 和 ϕ 如图 1 所示）。

电子在电磁场中的运动可以用拉格朗日方程和电子的能量方程描述[11]

* **收稿日期：**2008-04-23；　**修订日期：**2008-10-07
基金项目：国家自然科学基金项目(10576035)；南京邮电大学科研基金项目(NY207151 和 NY207006)；江苏省高校自然科学基础研究资助项目(KJD140145)
作者简介：田友伟(1980—)，男，博士，研究方向为激光与物质相互作用；ywtian2008@yahoo.com.cn。

$$d_t(\boldsymbol{p}-\boldsymbol{a}) = -\nabla_a(\boldsymbol{u}\cdot\boldsymbol{a}) \tag{2}$$

$$d_t\gamma = \boldsymbol{u}\partial_t\boldsymbol{a} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{u}$ 是用光速 c 归一化的电子速度；$\boldsymbol{a}$ 是用 mc^2/e 归一化的矢势；$\boldsymbol{p}=\gamma\boldsymbol{u}$ 是用 mc 归一化的电子动量，$\gamma=(1-|\boldsymbol{u}|^2)^{-1/2}$ 是相对论因子，也是用 mc^2 归一化的电子能量。方程(2)中的 ∇_a 只作用于 $\boldsymbol{a}$ 上，因此电子的运动可以通过 η 的函数来描述，且有 $\partial_z=\partial_\eta$ 和 $\partial_t=-\partial_n$，将方程(2)和(3)经过简单的代数变换，得到下面的方程组

$$\gamma\boldsymbol{u}_\perp = \boldsymbol{a}, \qquad \gamma(u_z-1) = \varepsilon \tag{4}$$

$$\gamma = -(1+|\boldsymbol{a}|^2+\varepsilon^2)/2\varepsilon \tag{5}$$

式中：假设当 $\boldsymbol{a}=0$ 时，电子的横向速度 $\boldsymbol{u}_\perp=0$；ε 是由初始条件决定的常数，由此电子运动可以被完全决定，电子的速度、位移可以表示为

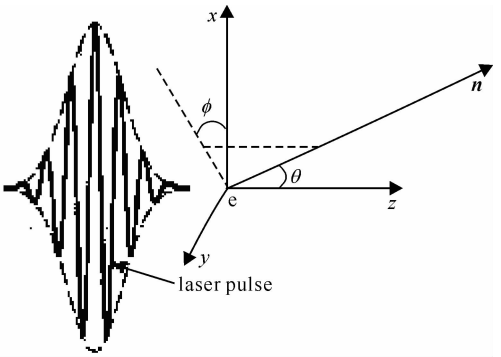


Fig. 1 Schematic of the interaction between a few-cycle laser pulse and an electron

图 1 周期量级激光脉冲与电子相互作用的示意图

$$\boldsymbol{u}_\perp = \boldsymbol{a}/\gamma, \qquad u_z = 1+\varepsilon/\gamma \tag{6}$$

$$\boldsymbol{\delta}_\perp = \frac{1}{\varepsilon}\int\boldsymbol{a}\mathrm{d}\eta, \qquad \delta_z = \frac{1}{2\varepsilon^2}\int(\varepsilon^2-1-|\boldsymbol{a}|^2)\mathrm{d}\eta \tag{7}$$

2 结果及讨论

通过求解方程(6)和(7)可以得到电子运动的轨迹和速度，在计算过程中，我们使用的参数为：$\gamma_0=1$，即电子初始静止，激光中心波长 $\lambda_0=1\ \mu\mathrm{m}$，激光脉冲宽度 $d=2\lambda_0$，即脉冲宽度约为 6.6 fs，激光强度 $a_0=0.1$（相当于激光强度 $I=1.38\times10^{16}\ \mathrm{W/cm^2}$，非相对论光强）和 $a_0=1.0$（相当于激光强度 $I=1.38\times10^{18}\ \mathrm{W/cm^2}$，相对论光强）。

图 2(a)和图 2(b)分别描述了激光强度为 $a_0=0.1$ 和 $a_0=1.0$，初始相位分别是 $\Theta=0$ 和 $\Theta=\pi/2$ 条件下电子在周期量级激光脉冲中的运动轨迹，从图中可以明显看出，在不同的初始相位条件下，电子的运动轨迹是有很大差别的，电子绕激光的传播轴作不同的“之”字型运动，对弱激光脉冲 $a_0=0.1$，电子偏离传播轴的横向最大径向距离不到 $0.15\lambda_0$，电子在激光传播方向上平移了大约 $0.035\lambda_0$，几乎可以忽略不计，而对强激光脉冲 $a_0=1.0$，电子偏离传播轴的横向最大径向距离大于 $1\lambda_0$，电子在激光传播方向上的平移达到了 $3.5\lambda_0$，这时电子的纵向运动不能忽略。

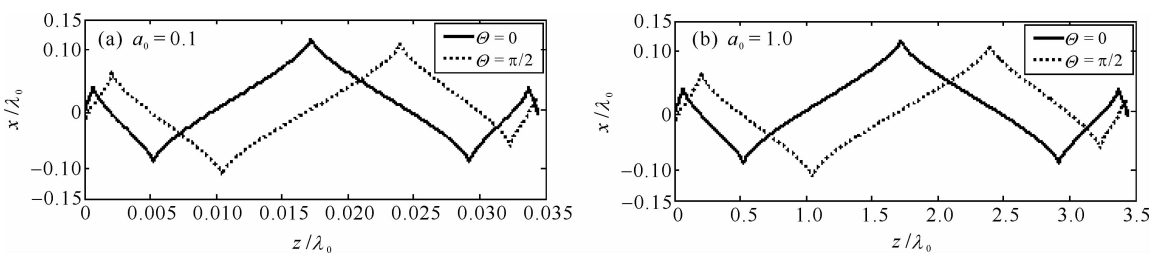


Fig. 2 Electron trajectories during the few-cycle laser pulse for different laser intensity and initial phase

图 2 电子在不同强度和不同初始相位的周期量级激光场中的运动轨迹

为了解释不同初始相位条件下，电子运动轨迹的差别，图 3(a)给出了入射激光脉冲的宽度为 2 个光周期时不同初始相位的入射激光场($a_0=1.0$)随时间变化的轮廓图，当 $\Theta=0$ 时，入射激光场在 时刻达到振幅最大值；而当 $\Theta=\pi/2$ 时，入射激光场分别在±2 fs 时刻两次达到振幅最大值。图 3(b)和图 3(c)分别是不同初始相位条件下电子横向速度 u_x 和纵向速度 u_z 随时间变化的轮廓图，可以看出，电子的横向速度是振荡变化的，而电子的纵向速度虽然也是振荡变化的，但是其数值一直大于零，即电子从不向后运动。

由电动力学知识可知，做相对论加速运动的电子会放出电磁辐射，单位立体角内的辐射功率可以表示为[12]

$$\frac{\mathrm{d}P(t')}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{|\boldsymbol{n}\times[(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{u})\times d_t\boldsymbol{u}]|^2}{(1-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{u})^5} \tag{8}$$

式中：辐射功率 $\mathrm{d}P(t')/(\mathrm{d}\Omega)$ 被 $e^2\omega_0^2/4\pi c$ 归一化；t' 是电子与激光脉冲相互作用的时间；t 是观察点的时间，也是相对于 t' 的推迟时间，t 与 t' 的关系为

$$t = t' + R \tag{9}$$

式中：R 是观察点和电子与激光脉冲作用点之间的距离，并且我们认为观测点离作用区域足够远。空间和时间坐标分别被 k_0^{-1} 和 ω_0^{-1} 归一化。

图 4 给出了不同激光强度 $a_0=0.1$(图 4(a))和 $a_0=1.0$(图 4(b))，不同初始相位($\Theta=0,\pi/4,\pi/2$)条件下归一化电子辐射功率在激光脉冲偏振面上的角分布。从图中可以明显看出，对弱激光脉冲，由于纵向有质动力比较小，因此可以忽略电子的纵向运动，仅考虑电子的横向振荡运动，这相当于 Esarey 的“quiver”模型[5]，电子将在与激光传播方向垂直的 xy 平面上作振荡运动，其辐射特性类似于偶极天线的辐射特性，即对称的双叶结构，激光脉冲的初始相位对电子辐射的影响几乎没有；而对强激光脉冲，激光脉冲的初始相位对电子辐射影响很大，电子辐射的空间分布和低强度情况下的完全不同，出现了三叶结构，对初始相位为 $\Theta=\pi/2$ 的激光脉冲，电子辐射的角分布是对称的，而对初始相位为 $\Theta=0$ 和 $\Theta=\pi/4$ 的激光脉冲，电子辐射的角分布是不对称的，由此特性我们可以在实验上通过测量电子辐射的角分布而确定入射激光脉冲的初始相位。

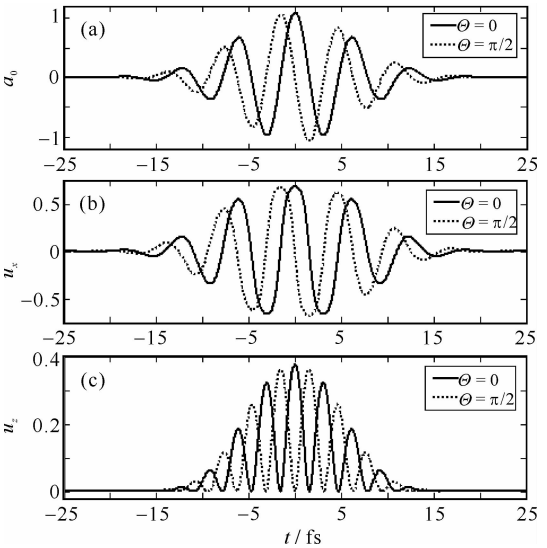
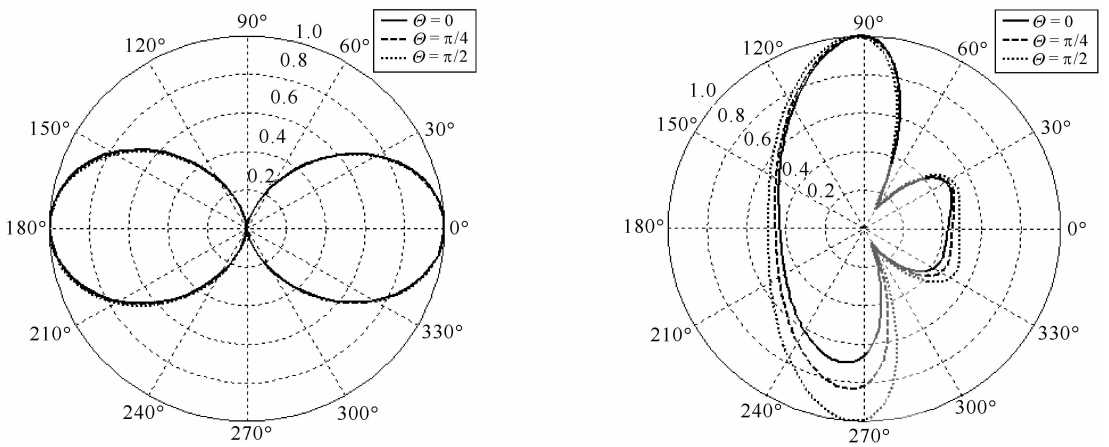


Fig. 3　Vector potential, the transverse of electron and longitudinal velocities for few-cycle laser pulses with different initial phase

图 3　脉冲宽度为 2 个周期时，不同初始相位入射的激光场的时间特性以及电子的横向速度和纵向速度随时间的变化



(a) $a_0=0.1$　　(b) $a_0=1.0$

Fig. 4　Angular distribution of normalized radiation power during the few-cycle laser pulse with different laser intensity and initial phase

图 4　电子在不同强度和不同初始相位的周期量级激光场中 Thomson 散射归一化辐射功率的空间分布

入射电子在与激光脉冲相互作用的过程中，其单位立体角单位频率间隔的辐射能公式可以表示为[12]

$$\frac{\mathrm{d}^2 I}{\mathrm{d}\omega \mathrm{d}\Omega} = s^2 \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \boldsymbol{n} \times (\boldsymbol{n} \times \boldsymbol{u}) \mathrm{e}^{\mathrm{i}s(t-\boldsymbol{n}\cdot\boldsymbol{r})} \mathrm{d}t \right|^2 \tag{10}$$

式中：$\mathrm{d}^2 I/(\mathrm{d}\omega\mathrm{d}\Omega)$ 被 $e^2/4\pi^2 c$ 归一化；$s=\omega_{\mathrm{sb}}/\omega_0$；$\boldsymbol{r}$ 为电子的位置。通过求解上述方程，就可以得到电子谐波辐射的频谱特性。

图 5 描述了激光强度为 $a_0=1.0$ 时，不同初始相位条件下，在 $\theta=90°$ 方向获得的电子辐射的频率谱。从图 5 中可以看出，电子的辐射频谱包含谐波成分，同时频谱的形状也发生了展宽和频移两种明显的效应，对不同的初始相位谐波辐射是不同的，当初始相位 $\Theta=0$ 时，谐波辐射的频移最大。

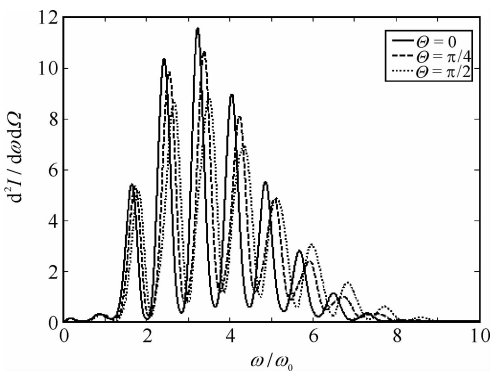


Fig. 5　Energy radiated per unit solid angle per unit frequency interval of the electron at $\theta=90°$

图 5　不同初始相位的周期量级激光脉冲中电子在 $\theta=90°$ 方向辐射的频谱

3 结 论

本文用电子在激光场作用下的 Thomson 散射的经典理论，通过求解电子在激光场中的拉格朗日方程、能量方程以及辐射方程，研究了不同强度周期量级激光脉冲作用下电子振荡谐波辐射的特性以及不同初始相位条件下电子辐射的空间分布以及特定方向上频谱的特性。研究表明，对脉宽仅为几个光周期的强激光脉冲，电子辐射的空间分布出现了三叶结构，不同初始位条件下电子散射的空间分布呈现出不对称性，特定方向上的频谱出现展宽和频移两种明显的效应，并且不同的初始相位谐波辐射是不同的，利用这一特性，可以用来测定周期量级强激光场的初始相位。

参考文献：

[1] Strickland D, Mourou G. Compression of amplified chirped optical pulses[J]. *Opt Commun*, 1985, **56**(7):219-223.

[2] Perry M D, Mourou G A. Terawatt to petawatt subpicosecond laser[J]. *Science*, 1994, **264**:917-924.

[3] Mourou G A, Batty C P, Perry M D. Ultrashort intensity lasers: physics of the extreme on a tabtop[J]. *Phys Today*, 1998, **51**:22-24.

[4] Pogorelsky I V, Ben-Zvi T, Hirose T, et al. Demonstration of 8×10^{18} photons/second peaked at 1.8 A in a relativistic Thomson scattering experiment[J]. *Phys Rev ST Accel Beams*, 2000, **3**:**090702**.

[5] Sarachik E S, Schappert G T. Classical theory of the scattering of intense laser radiation by free electrons[J]. *Phys Rev D*, 1970, **1**:2738-2753.

[6] Tian Y W, Yu W, He F, et al. Electron dynamics and harmonics emission spectra due to electron oscillation driven by intense laser pulses [J]. *Phys Plasmas*, 2006, **13**:**123106**.

[7] Lee K, Cha Y H, Shin M S, et al. Relativistic nonlinear Thomson scattering as attosecond X-ray source[J]. *Phys Rev E*, 2003, **67**:**026502**.

[8] 田友伟，余玮，陆培祥，等. 激光同步辐射作为阿秒 X 射线辐射源的特性研究[J]. 强激光与粒子束，2005，**17**(11):1630-1634.(Tian Y W, Yu W, Lu P X, et al. Laser synchrotron radiation as attosecond X-ray source. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(11):1630-1634)

[9] Tian Y W, Yu W, Lu P X, et al. Spectral distributions of harmonic generation from electron oscillation driven by intense femtosecond laser pulses[J]. *Opt Commun*, 2006, **261**:104-108.

[10] Yu W, Yu M Y, Ma J X, et al. Strong frequency up-conversion by nonlinear Thomson scattering from relativistic electrons[J]. *Phys Plasma*, 1998, **5**:406-409.

[11] Gibbon Paul. High-order harmonic generation in plasmas [J]. *IEEE J Quantum Electron*, 1997, **33**:1915-1924.

[12] Jackson J D. Classical electrodynamics[M]. New York: Wiley, 1975.

Initial-phase dependence of Thomson scattering spectrum for few-cycle laser pulse

TIAN You-wei[1], LU Yun-qing[2], DENG De-gang[3]

(1. *College of Mathematics and Physics*, *Nanjing University of Posts and Telecommunications*, *Nanjing* 210003, *China*;
2. *College of Optoelectronic Engineering*, *Nanjing University of Posts and Telecommunications*, *Nanjing* 210003, *China*;
3. *College of Materials Science and Engineering*, *China Jiliang University*, *Hangzhou* 310018, *China*)

Abstract: The scattering of few-cycle laser pulse by single electron has been investigated through the classical theory of Thomson scattering using free electrons. The temporal and spatial characteristics of the radiation are presented for different laser intensity and initial phase. For low power-intensity laser pulses, the radiation pattern is the same as that from a dipole antenna. However the radiation pattern is three leafs for the high laser intensity. The influence of the initial phase on the temporal and spatial characteristics of the radiation is stronger for the high intense laser pulse than for the low intense case.

Key words: initial phase; few-cycle pulse; Thomson scattering; spatial distribution