

变像管相机中空间电荷效应的统计动力学分析^{*}

王 超¹, 康轶凡², 唐天同¹

(1. 西安交通大学 电子物理与器件教育部重点实验室, 西安 710049; 2. 西安空军工程大学 理学院, 西安 710051)

摘 要: 从 Boltzmann 积分微分方程出发推出了保守势场中电子数密度按势能的分布规律, 即 Boltzmann 统计分布。以此为基础, 从统计动力学的角度详细分析了变像管相机中超短电子脉冲内部的空间电荷效应, 通过求解 Poisson 方程得出了表征空间电荷效应的两个特征参量: 空间电荷密度分布函数和速度分布函数, 并对其按电位的动态变化规律进行了定性讨论。结果表明, 限制变像管中的低电位区域和其中光电子脉冲从高电位向低电位传输的区域都将有助于优化整个变像管的性能。同时也重新讨论了光电阴极附近强加速场对光电子脉冲时间弥散的抑制作用, 最终确定了其物理机制为不等位区间中电子脉冲空间分布的高度集中性。

关键词: 高速变像管相机; 空间电荷效应; Boltzmann 积分微分方程; Poisson 方程; 时间分辨

中图分类号: O463.1 **文献标志码:** A

时间分辨的超快现象正在基础研究、高新技术研究的许多领域展开。作为目前唯一的高时间分辨率的超快现象线性诊断工具, 扫描变像管相机在时间分辨的超快现象研究中发挥着难以替代的作用^[1-7]。为了提高其时间分辨率, 能够产生超短电子脉冲的光电子枪的研制工作早已被提上日程。然而, 产生脉宽 100 fs 且每个脉冲包含 $10^3 \sim 10^4$ 个电子、电子能量 10~50 keV 而脉冲能量弥散仅为几个 eV 的超短电子脉冲技术仍处于研究阶段, 尚未引入实际应用中。其研制的瓶颈主要是光电子初能量和高浓度电子脉冲内部的空间电荷效应, 这两个因素会在脉冲的传输过程中导致严重的脉冲展宽效应。相关的理论分析和实验结果还表明, 对变像管相机的一个重要的性能参数动态范围而言, 其高强度端的限制因素主要是空间电荷效应, 因而对其进行详细的分析是很有必要的。而如今对空间电荷效应所致脉冲展宽的定量分析, 要么分别考虑电子脉冲不同部位的电子的运动状态, 要么基于脉冲在空间分布的连续性而仅考虑其前部和后部电子的速度差异而得出整个脉冲的时间展宽。这样的分析方法不仅计算过程复杂, 而且, 一些有助于全面理解空间电荷效应所致光电子脉冲展宽现象的重要参数 (如其内部电荷密度和相对速度在空间的分布函数) 无法得以体现。

本文基于两个特征参数——电荷体密度和相对速度的空间分布函数, 从统计动力学的角度分析了超短电子脉冲内部的空间电荷效应。对其动态变化规律的定性分析阐明了抑制空间电荷效应的有效方法, 同时也为高时间分辨变像管相机的工程设计提供了参考。

1 理论分析

我们知道, 空间电荷效应是对外加场与其内部带电粒子之间相互作用这一内涵相当复杂的物理过程的统称^[8]。其物理本质为: 对置于外加场中具有某一初始状态, 包括空间分布状态和速度分布状态的带电粒子群体, 其内部粒子的运动所产生的场会即刻改变外加场的空间分布; 而这个被改变的外加场反过来又会同时影响其中粒子的状态。严格说来, 所及空间的电位分布将由 Poisson 方程而非自由空间的 Laplace 方程决定。对于变像管相机中的非相对论性低能强流电子脉冲, 可仅考虑其内部运动电荷所产生的电场而忽略其磁场对外场的修正作用。考虑沿某一方向行进电子脉冲, 其内部电荷之间的库仑斥力将使前部的电子受到加速的作用而尾部电子受到减速的作用。因而对空间电荷效应基本的理解, 就是确定已知分布状态的电子脉冲在空间电荷效应作用下其内部电子状态的重新分布。

1.1 保守势场中电子按能量的分布

在非平衡态的统计理论中, 首要的问题是确定非平衡态的分布函数。尚未达到平衡态时, 分子数空间分布改变的原因有两个, 一个是分子在外力场作用下的运动, 另一个是分子的相互作用。在分子密度很小以致于分

* 收稿日期: 2008-02-26; 修订日期: 2008-07-09

基金项目: 中国科学院西安光学精密机械研究所瞬态光学技术国家重点实验室基金资助课题(YAK200601)

作者简介: 王 超(1982—), 男, 博士, 从事扫描变像管理论及实验研究; ksu.wang@gmail.com。

子之间的相互作用主要是两体碰撞的假设下,其分布函数满足如下的 Boltzmann 积分微分方程^[9]

$$\frac{\partial f}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\mathbf{v}f) - \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} \cdot (\dot{\mathbf{v}}f) + \iint (f'f'_1 - ff_1) d\mathbf{v}_1 \Delta d\Omega \quad (1)$$

式中: $\int d\Omega = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{2\pi} \sin\theta d\theta$; $\Lambda = d_{12}^2 v_r \cos\theta$, $\int d\mathbf{v}_1 = \iiint d\mathbf{v}_{1x} d\mathbf{v}_{1y} d\mathbf{v}_{1z}$ 。其中, F 是作用在单位分子质量上的外力, Ω 为球坐标下的立体角, \mathbf{r} 和 \mathbf{v} 分别为电子的空间位置矢量和速度矢量。则根据牛顿第二定律有 $\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}$ 。对带电粒子而言,在电磁场中所受的 Lorentz 力为 $m\mathbf{F} = e(\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ 。Lorentz 力虽与速度有关,但某方向的分力与该方向的分速度却无关,因此 \dot{v}_i 与 v_i 无关 ($i = x, y, z$)。于是如下约束条件得以成立

$$\frac{\partial}{\partial v} F = 0 \quad (2)$$

若这一条件成立,并注意到 r 和 v 是互相独立的变量,则可以将式(1)约化成

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \mathbf{F} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{v}} = \iint (f'f'_1 - ff_1) d\mathbf{v}_1 \Delta d\Omega \quad (3)$$

考虑稳定态, $\partial f / \partial t = 0$ 。可以求出此时 Boltzmann 积分微分方程的解是 Maxwell-Boltzmann 分布函数,即

$$f = \exp[\beta(\mu - \epsilon_k - \epsilon_p)], \quad \beta = 1/k_B T \quad (4)$$

式中: μ 为系统的化学势; ϵ_k 与 ϵ_p 分别为电子的动能和势能; k_B 为 Boltzmann 常数; T 为热力学温度。通过式(4),我们可以进一步推得保守势场中粒子数密度按势能的分布特点,即

$$n = n_0 \exp(-\beta \epsilon_p) \quad (5)$$

这里, n_0 为零势能位置处的带电粒子数密度。

根据统计物理学中的描述,我们可以将置于外加势场中的电子脉冲视为一系统,系统中的每一电子将受到两种力的作用:脉冲内部的库仑斥力和外场施加的势场力。由于电子之间相对距离的微小变化将导致其间库仑斥力的极大改变,因而在 1 维约束条件下,即使对于一电子密度极高的电子脉冲,在净库仑斥力的物理意义上我们仍然可以将其等效为一分子密度很小的系统,电子之间的库仑作用力仍以两体作用为主。因而此电子脉冲内部电子数密度按势能的分布规律仍由式(5)描述。很显然,其分布满足 Boltzmann 统计分布。

1.2 不等电位区间的空间电荷效应

正如文献[3]所指出的那样,由飞秒、皮秒甚至亚皮秒光脉冲通过光电发射所产生的电子脉冲,其在变像管轴向仅占据一个非常小的空间,因而 Child 定律在此是不适用的。为问题处理简便起见,在随后的分析中我们引入了如下的假设:(1)对高密度超短电子脉冲内部任意电子而言,其所受到的外力如此之大以致于整个脉冲系统能够在非常短的时间内达到相对稳定的状态。因而对任一给定时刻,电子脉冲系统均可视为处于稳态;(2)对给定的脉冲系统和外部施加的初始电位分布,系统可能的稳定状态与其初始状态没有关系;(3)脉冲系统的状态参量在任一与脉冲传输方向垂直的横截面内是均匀的,而不同横截面之间存在着差异,也就是说, $\rho(r) = \rho(z)$, z 为脉冲的传输方向。因此,空间电荷效应可以简化为容易处理的 1 维问题。

基于以上的假定,我们所要研究的问题可以描述为:具有 0 初速的脉冲系统占据一轴向长度为 d 的不等位区间,在电子脉冲沿 z 向进入此区间之前,其中的电位线性地从低电位 ϕ_b 增加到高电位 ϕ_t 。如图 1 所示。考虑到变像管中所施加的电极电位往往较高,我们认为此脉冲系统内部的空间电荷效应仅轻微影响到此区间电位的变化,而其端电位近似保持不变。因而上述区域内的电位分布满足如下的 Poisson 方程

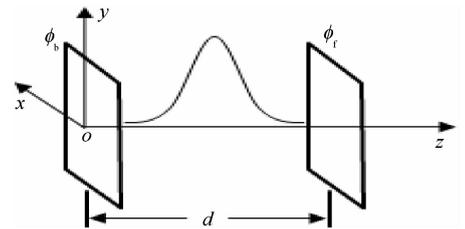


Fig. 1 Model for space charge effects on electron pulse located in externally supported potential field

图 1 置于外加电势场中电子脉冲空间电荷效应的物理模型

$$\begin{cases} \nabla^2 \phi(x) = -\rho(x)/\epsilon_0 \\ \rho(x) = \rho_0 \exp[-e\phi(x)/(k_B T)] \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \phi(0) = \phi_b \\ \phi'(0) = 0 \\ \phi'(1) = m(\phi_t - \phi_b) \\ \phi(1) = \phi_t \end{cases} \quad (7)$$

式中: x 为以 d 为归一化变量的归一化坐标, $x = z/d$ 。 d 为描述脉冲宽度的量, 脉冲宽度因脉冲展宽效应而随时间有所变化。对比由 Child-Langmuir 方程描述的空间电荷限制电流情况^[10], 我们认为此种情况下高电位边界处具有较小的电位扰动, 因而有 $m = 1.3$ (略小于空间电荷限制电流情况下的 $4/3$)。解上述方程, 可得其数值拟合解

$$\phi(x) = \phi_b + (\phi_t - \phi_b)x \exp(1 - x^{-3/10}) \quad (8)$$

伴随着在空间的重新分布, 不同横向界面内的电子也将获得不同的纵向速度。这里, 相对任一电子, 我们将外界场力的作用等效为将电子从电位为 0 的地方加速到其所在的电位处, 即处于归一化空间坐标 x 处的电子, 其速度和电位满足

$$0.5mv^2(x) = e\phi(x) \quad (9)$$

2 讨 论

根据以上所分析的空间电荷效应对脉冲系统的影响可知, 脉冲系统的空间电荷密度分布和速度分布可以作为分析空间电荷效应的两个重要参量。考虑到本文所侧重的定性统计分析以及下面必要的分析计算的简便性, 相关的物理量均进行了归一化处理。由 Poisson 方程(6)~(7)知, 其解的正确性可通过方程自洽性的满足程度而得以验证, 如图 2 所示, 上述方程的解在定性分析的意义上是完全可以接受的。

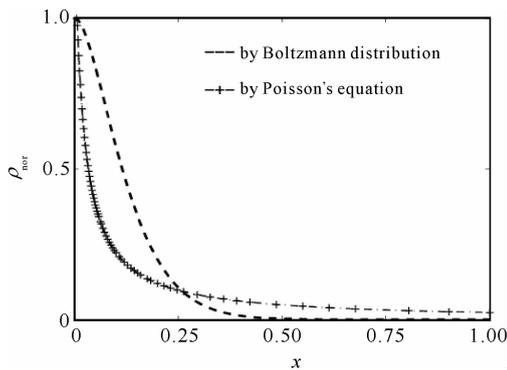


Fig. 2 Validation for the self-consistent characteristic of the solution to Poisson's equation in case of unequal-potential space

图 2 非等势空间中 Poisson 方程解的自洽性验证

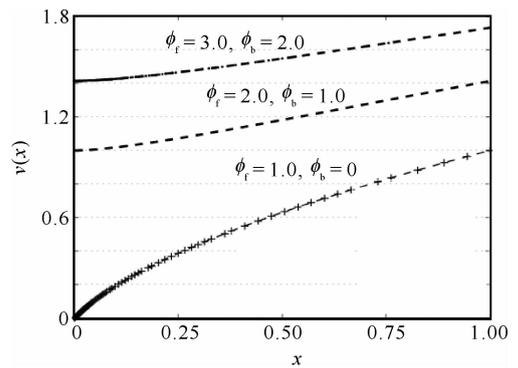


Fig. 3 Velocity dispersion vs different accelerating potential for an electron pulse system with a zero initial velocity

图 3 脉冲系统速度分布随外加电位的定性变化规律

我们知道, 脉冲展宽最直接的原因就是空间电荷效应所导致的电子速度弥散, 也就是说, 是不同位置处电子的相对速度而非绝对速度的改变导致了脉冲展宽。也正是在这个意义上, 可通过上述物理模型来分析变像管中任一区间中的空间电荷效应, 且由关系式(8)所得的速度可视为变像管任一区间电子脉冲内部电子的相对速度。不同区间内电子相对速度, 也即速度弥散随区间电位的变化规律如图 3 所示, 其中, 图中所用速度关系式为 $v^2(x) = \phi(x)$ 而非式(9)。很显然, 这样的简化不影响定性分析的结果。图 3 表明随着区间所在电位的增加, 不同位置处电子的绝对速度以及电子脉冲的平均速度都随之增加, 但脉冲整体的速度弥散降低, 也即速度的均匀性得到改善。这意味着脉冲展宽效应的减弱。这同时也表明, 变像管电子光学设计中, 低电位区域范围的缩减将有助于抑制空间电荷效应所致的电子脉冲展宽, 从而起到改善其性能的优化作用。

现在重新考虑变像管中光电阴极附近所施强加速电场对电子脉冲渡越过程时间弥散的改善作用。电荷密度和速度的空间分布分别如图 4 和图 5 所示。为了半定量地比较, 我们针对同一电子脉冲进行分析, 且以其中之一电荷密度空间分布的极值进行了归一化。由图 4 可看出, 随着光阴极附近加速电场强度的增加, 电子脉冲内部电子在空间的分布更加集中。而图 5 则说明, 电场强度的增加意味着电子能量弥散的增加。这与被广泛认可的结论是不一致的, 普遍认为光阴极附近所施强场对变像管性能的优化是由于其对光电子脉冲时间弥散的抑制作用, 该抑制作用是此强加速场减小了电子脉冲内部的能量弥散。综合两图可以看出, 虽然光阴极附近场强的增加会导致电子脉冲密度弥散, 也即能量弥散的增大, 但由于随之而产生的电子脉冲内部电子在空间分布的进一步集中, 如对图 4 中的强弱场强, 可以认为大部分电子分别位于 $x = 0 \sim 0.25$ 与 $x = 0 \sim 0.5$ 之间, 这仍将使大部分电子所在的区域内其能量弥散, 即速度弥散减小, 如图 5 所示。因此, 光电阴极附近强加速电场对变像管性能参数的优化作用的物理机制在于不等位区间中电子脉冲空间分布的高度集中性。

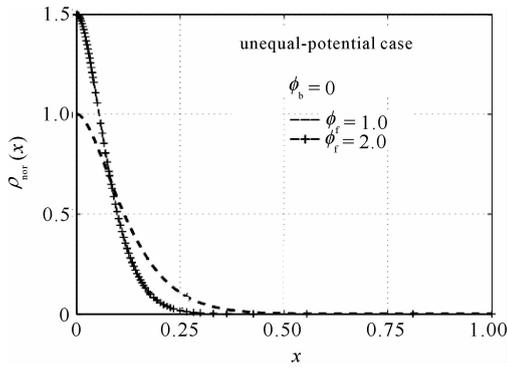


Fig. 4 Impact of external electric field strength on charge density distribution in the vicinity of photocathode

图 4 光阴极附近外加加速场强对光电子脉冲内部电荷密度空间分布的影响

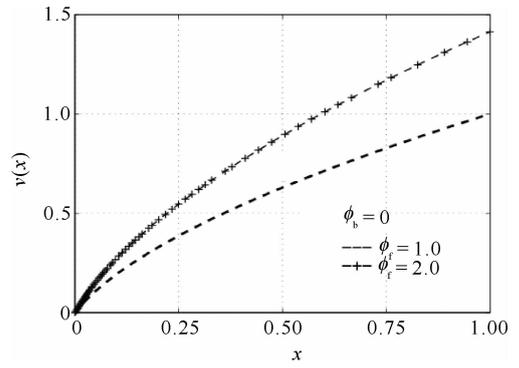


Fig. 5 Impact of external electric field strength on velocity dispersion of electron pulse in the vicinity of photocathode

图 5 光阴极附近外加加速场强对光电子脉冲内部电子速度空间分布的影响

前面我们分析了光电子脉冲从低电位向高电位的渡越,同样值得注意的还有另一种情况:电子脉冲先从低电位向高电位传输,然后又向低电位渡越。如图 6 所示的变像管三电极透镜所组成的电子脉冲渡越区间。其中, V_G, V_F, V_A 分别代表栅极、聚焦极和阳极的电位,虚线代表变像管的对称轴,带箭头的曲线为其中表示电场指向的电场线。为了达到较好的聚焦效果,往往选择 $V_F < V_G < V_A$ 。根据前面的分析知,当电子脉冲从高电位向低电位传输时,如图中的 a 和 b 段,虽然其内部电子的整体速度弥散有所减小,但由于电子脉冲在空间分布的集中性受到破坏,电子在空间的分布趋于均匀,如图 7 所示。这将导致通过此区间的电子脉冲的时间弥散增加,也即电子脉冲展宽效应增强。因此可以认为,除了已知的电子脉冲展宽现象较为严重的两个区域——光阴极附近和偏转后的等电位漂移空间之外,其中光电子脉冲从高电位向低电位传输的区间内部,光电子脉冲的展宽效应也是非常显著的。这与文献中所报道的结果是非常吻合的^[3]。当然,在保证不削弱电子透镜的聚焦效果的前提下,如果能够通过改变变像管中电极的结构及电位设置以减小甚至去除该电子脉冲渡越区间,那么这无疑将对变像管性能的优化起到有益的作用。

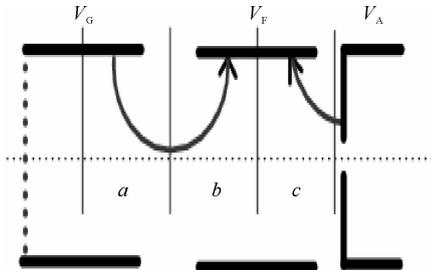


Fig. 6 Configuration of electron lens in streak image tubes

图 6 变像管相机电子透镜结构图

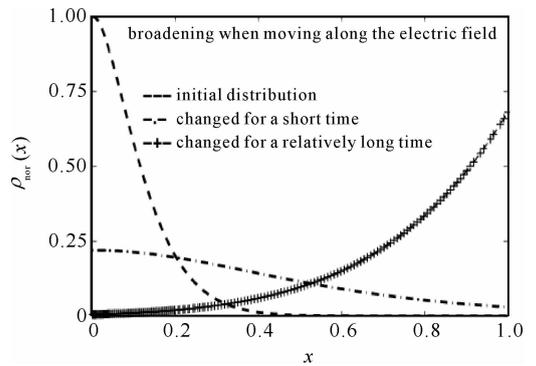


Fig. 7 Variation of spatial charge density distribution with time for an electron pulse moving along the external electric field

图 7 沿电场线渡越的电子脉冲系统其内部空间电荷密度再分布随时间的变化

3 结 论

本文从 Boltzmann 积分微分方程出发推出了电子按势能的分布规律。以此为基础,从统计动力学的角度详细分析了空间电荷效应,求出了表征空间电荷效应的两个特征参量:空间电荷密度分布函数和速度分布函数。以这两个参量为研究手段,重新考虑了光电阴极附近所施强加速电场对电子脉冲时间弥散的改善作用。并定性讨论这两个参量按电位的动态变化规律,得出了变像管性能优化用的结构设置方案。

参考文献:

[1] Linden B R, Snell P A. Shutter image converter tubes[C]//Proc of IRE. 1957, 45(3):513-523.

- [2] Chang T H P, Kern D P, Muray L P. Microminiaturization of electron optical system[J]. *J Vac Sci Technol B*, 1990, **8**(6):1698-1704.
- [3] Niu H, Sibbett W. Theoretical analysis of space-charge effects in photochron streak cameras[J]. *Rev Sci Instrum*, 1981, **52**(12):1830-1836.
- [4] Qian B L, Elsayed-Alil H E. A new compensating element for a femtosecond photoelectron gun[J]. *Rev Sci Instrum*, 2001, **72**(9):3507-3513.
- [5] Qian B L, Elsayed-Alil H E. Acceleration element for femtosecond electron pulse compression[J]. *Phys Rev E*, 2002, **65**:046502.
- [6] Klevin M W. Image converters and image intensifier for military and scientific use[C]//Proc of IRE. 1959, **11**(5):904-909.
- [7] Bradley D J, Bryant S F, Sibbett W. Intensity dependent time resolution and dynamic range of photochron picosecond streak cameras[J]. *Appl Phys Lett*, 1980, **51**(8):824-831.
- [8] 刘祖平. 束流光学[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社, 2005:179-181. (Liu Z P. Beam optics. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2005:179-181)
- [9] 薛增泉. 热力学与统计物理[M]. 北京:北京大学出版社, 1995:202-214. (Xue Z Q. Thermodynamics and statistical physics. Beijing: Peking University Press, 1995:202-214)
- [10] Alfrey G F. Physical electronics[M]. London: Van D Nostrand Company LTD, 1964:62-73.

Statistical-dynamic analysis of space-charge effects in streak cameras

WANG Chao¹, KANG Yi-fan², TANG Tian-tong¹

(1. *Key Laboratory of Electronic Physics and Device of Ministry of Educations,*

Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China;

2. *School of Science, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China)*

Abstract: Based on Boltzmann distribution law which is the derived distribution characteristic of electrons by potential energy in a conservative field from Boltzmann integrally differential equation in equilibrium state, the distribution functions of volume charge density and the velocity of electron pulse system in the externally supported unequal-potential space are achieved from the perspective of statistical physics by solving Poisson's equation. And the qualitative analysis of the dynamic variation characteristics of the two parametric distributions indicates that a higher external potential will restrain the unwelcome space charge effects which cause electron pulse broadening and energy spread. The physical mechanism of the optimization effect of higher electric field in the vicinity of the photocathode on the temporal resolution is proved to be the enhanced concentration of electrons in a streak camera, and it is not the well-recognized reduction of photoelectron energy spread. What's more, an inferential conclusion is also available that limiting the extent of the regions where the photoelectron pulse moves along the electric field will greatly improve the functional performance of streak cameras.

Key words: High-speed image-converter camera; Space charge effects; Boltzmann integrally differential equation; Poisson's equation; Time-resolved