

文章编号: 1001-4322(2008)12-1965-06

非傍轴矢量异常空心光束的传输特性*

黎昌金^{1,2}, 吕百达²

(1. 内江师范学院 物理与电子信息工程学院, 四川 内江 641112; 2. 四川大学 激光物理与化学研究所, 成都 610064)

摘 要: 将 Cai 提出的异常空心光束的理论模型推广到非傍轴范畴, 推导出非傍轴矢量异常空心光束传输的解析表达式, 用以研究它在自由空间中的传输特性。研究表明, 异常空心光束在传输过程中光束形状会发生变化。与高斯光束不同, 非傍轴异常空心光束傍轴近似成立条件依赖于传输距离, 这与异常空心光束光强分布随传输距离的变化有关。非傍轴异常空心光束远场的光束质量可用桶中功率来描述, 桶中功率随 f 参数(波长与束腰宽度的比值)的增大而减小。

关键词: 非傍轴矢量异常空心光束; 自由空间传输; 远场; 桶中功率; 光束质量

中图分类号: O435 **文献标志码:** A

异常空心光束是最近 Cai^[1] 提出描写有椭圆对称和椭圆实心核的一类在储存环实验中观察到的电子束^[2] 理论模型, Cai 将之推广到光频段, 并推导出异常空心光束通过近轴光学系统的传输公式。异常空心光束可看作像散高斯模和像散筒并模的叠加, 可用以解释异常空心光束随传输距离变化的特性。众所周知, 当光束束宽接近或小于 1 个波长时, 傍轴近似失效, 此时光束传输不再满足 Collins 公式, 且其纵向分量一般不能忽略, 即具有非傍轴矢量光束特性^[3-7]。本文将异常空心光束理论模型推广到非傍轴范畴, 研究了其在自由空间中的传输特性, 比较了这类光束与非傍轴矢量高斯光束的不同, 并研究了异常空心光束的远场光束质量。

1 非傍轴矢量异常空心光束的传输方程

设在 $z=0$ 面上沿 x 方向偏振的异常空心光束的场分布为^[1]

$$E_x(x, y, 0) = \exp(-x^2/\omega_{0x}^2 - y^2/\omega_{0y}^2) H_2(\sqrt{2x^2/\omega_{0x}^2 + 2y^2/\omega_{0y}^2}) \quad (1a)$$

$$E_y(x, y, 0) = 0 \quad (1b)$$

式中: ω_{0x} 和 ω_{0y} 分别表示像散高斯光束在 x 和 y 方向的束腰宽度; $H_2(\cdot)$ 为二阶厄米多项式。

非傍轴光束在自由空间中的传输由矢量瑞利-索末菲衍射积分公式描述, 它给出在 $z>0$ 半空间波动方程的严格解为^[8]

$$E_x(\mathbf{r}_1) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} E_x(\boldsymbol{\rho}, 0) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\exp(ikR)}{R} \right] d^2\boldsymbol{\rho} \quad (2a)$$

$$E_y(\mathbf{r}_1) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} E_y(\boldsymbol{\rho}, 0) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\exp(ikR)}{R} \right] d^2\boldsymbol{\rho} \quad (2b)$$

$$E_z(\mathbf{r}_1) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \left\{ E_x(\boldsymbol{\rho}, 0) \frac{\partial}{\partial x_1} \left[\frac{\exp(ikR)}{R} \right] + E_y(\boldsymbol{\rho}, 0) \frac{\partial}{\partial y_1} \left[\frac{\exp(ikR)}{R} \right] \right\} d^2\boldsymbol{\rho} \quad (2c)$$

式中: k 为波数, $k=2\pi/\lambda$; $R=|\mathbf{r}_1-\boldsymbol{\rho}|$, $\boldsymbol{\rho}=xi+yj$ 为 $z=0$ 面上的矢量, $\mathbf{r}_1=x_1\mathbf{i}+y_1\mathbf{j}+z\mathbf{k}$ 为 z 面上矢量, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 分别是 x, y 和 z 方向的单位矢量, $r=|\mathbf{r}_1|=\sqrt{x_1^2+y_1^2+z^2}$ 。将式(1)代入式(2), 并将 $|\mathbf{r}_1-\boldsymbol{\rho}|$ 近似为^[6]

$$|\mathbf{r}_1-\boldsymbol{\rho}| \approx r + \frac{x^2+y^2-2x_1x-2y_1y}{2r} \quad (3)$$

将式(2)指数中的 $R=|\mathbf{r}_1-\boldsymbol{\rho}|$ 用式(3)代替, 其余部分的 $R=|\mathbf{r}_1-\boldsymbol{\rho}|$ 用 r 代替得

$$E_x(x_1, y_1, z) = -\frac{iz}{\lambda r} \frac{\exp(ikr)}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(x, y, 0) \exp(ik \frac{x^2+y^2-2x_1x-2y_1y}{2r}) dx dy \quad (4a)$$

$$E_y(x_1, y_1, z) = 0 \quad (4b)$$

$$E_z(x_1, y_1, z) = \frac{i}{\lambda r} \frac{\exp(ikr)}{r} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_x(x, y, 0) (x_1-x) \exp(ik \frac{x^2+y^2-2x_1x-2y_1y}{2r}) dx dy \quad (4c)$$

* 收稿日期: 2008-06-26; 修订日期: 2008-10-13

作者简介: 黎昌金(1965—), 男, 硕士, 副教授, 主要从事激光光束传输与变换研究; lcj2255628@126.com。

令 $p_x = \sqrt{1/\omega_{0x}^2 - ik/2r}$, $p_y = \sqrt{1/\omega_{0y}^2 - ik/2r}$, $q_x = ik/2p_x r$, $q_y = ik/2p_y r$, 经积分计算, 最后结果可整理为

$$E_x(x_1, y_1, z) = -\frac{ikz}{p_x p_y r^2} \left[\frac{2(1 + 2q_x^2 x_1^2)}{p_x^2 \omega_{0x}^2} + \frac{2(1 + 2q_y^2 y_1^2)}{p_y^2 \omega_{0y}^2} - 1 \right] \exp(ikr) \exp(q_x^2 x_1^2 + q_y^2 y_1^2) \quad (5a)$$

$$E_y(x_1, y_1, z) = 0 \quad (5b)$$

$$E_z(x_1, y_1, z) = \frac{ikx_1}{p_x p_y r^2} \exp(ikr) \exp(q_x^2 x_1^2 + q_y^2 y_1^2) \times \left\{ \left[\frac{2(1 + 2q_y^2 y_1^2)}{p_y^2 \omega_{0y}^2} + \frac{2(1 + 2q_x^2 x_1^2)}{p_x^2 \omega_{0x}^2} - 1 \right] + \frac{q_x}{p_x} \left[\frac{2(3 + 2q_x^2 x_1^2)}{p_x^2 \omega_{0x}^2} + \frac{2(1 + 2q_y^2 y_1^2)}{p_y^2 \omega_{0y}^2} - 1 \right] \right\} \quad (5c)$$

式(5)是本文的主要解析结果, 它描述了非傍轴矢量异常空心光束在自由空间中的传输。由式(5)知, 一般有 $E_z(x_1, y_1, z) \neq 0$, 且 x_1 和 y_1 在 $E_x(x_1, y_1, z)$ 与 $E_z(x_1, y_1, z)$ 中不可分离, 即光场具有矢量非傍轴特性。矢量场 $\mathbf{E}(x_1, y_1, z)$ 与 p_x, p_y, q_x, q_y 参数以及位置坐标 (x_1, y_1, z) 有关。而 $p_x = \sqrt{k^2 f_x^2 - ik/2r}$, $p_y = \sqrt{k^2 f_y^2 - ik/2r}$, 其中 $f_x = 1/k\omega_{0x}$, $f_y = 1/k\omega_{0y}$ 。所以, 光场与 f_x 和 f_y 参数以及位置坐标 (x_1, y_1, z) 有关。 $f_{x,y}$ 参数是表征光束非傍轴性的一个重要参数^[3], $f_{x,y}$ 越大, 光束偏离傍轴结果越大, $f_{x,y}$ 小于某值时(见第 3 节), 傍轴近似成立。

现讨论式(5)的一些特殊情况。

(i) 远场近似。在远场近似下^[9]

$$|\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}| \approx r - (x_1 x - y_1 y)/r \quad (6)$$

得到式(6)的远场形式为

$$E_{xf}(x_1, y_1, z) = -\frac{iz}{kr^2 f_x f_y} \left(3 - \frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} \right) \exp(ikr) \exp\left(-\frac{x_1^2}{4r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{4r^2 f_y^2}\right) \quad (7a)$$

$$E_{yf}(x_1, y_1, z) = 0 \quad (7b)$$

$$E_{zf}(x_1, y_1, z) = \frac{ix_1}{kr^2 f_x f_y} \left[\left(3 - \frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} \right) + \frac{i}{2kr f_x^2} \left(7 - \frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} \right) \right] \times \exp(ikr) \exp\left(-\frac{x_1^2}{4r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{4r^2 f_y^2}\right) \quad (7c)$$

(ii) 轴上光场。在式(5)中令 $x_1 = y_1 = 0$, 得轴上光场

$$E_x(0, 0, z) = (ik/t_x t_y z) (1 - 2/t_x^2 \omega_{0x}^2 - 2/t_y^2 \omega_{0y}^2) \exp(ikz) \quad (8a)$$

$$E_y(0, 0, z) = 0 \quad (8b)$$

$$E_z(0, 0, z) = 0 \quad (8c)$$

式中: $t_x = \sqrt{1/\omega_{0x}^2 - ik/2z}$, $t_y = \sqrt{1/\omega_{0y}^2 - ik/2z}$, $s_x = ik/2t_x z$, $s_y = ik/2t_y z$ 。

(iii) 傍轴近似。若对式(6) $\exp(ikr)$ 中 r 作傍轴近似^[7], 即

$$r \approx z + (x_1^2 + y_1^2)/2z \quad (9)$$

其余部分的 r 用 z 代替, 则式(5)简化为

$$E_{xp}(x_1, y_1, z) = \frac{ik}{t_x t_y z} \left[1 - \frac{2(1 + 2s_x^2 x_1^2)}{t_x^2 \omega_{0x}^2} - \frac{2(1 + 2s_y^2 y_1^2)}{t_y^2 \omega_{0y}^2} \right] \exp(ikz) \times \exp\left(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}\right) \exp(s_x^2 x_1^2 + s_y^2 y_1^2) \quad (10a)$$

$$E_{yp}(x_1, y_1, z) = 0 \quad (10b)$$

$$E_{zp}(x_1, y_1, z) = \frac{ikx_1}{t_x t_y z^2} \exp(ikz) \exp\left(ik \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}\right) \exp(s_x^2 x_1^2 + s_y^2 y_1^2) \times \left\{ \left[\frac{2(1 + 2s_x^2 x_1^2)}{t_x^2 \omega_{0x}^2} + \frac{2(1 + 2s_y^2 y_1^2)}{t_y^2 \omega_{0y}^2} - 1 \right] + \frac{s_x}{t_x} \left[\frac{2(3 + 2s_x^2 x_1^2)}{t_x^2 \omega_{0x}^2} + \frac{2(1 + 2s_y^2 y_1^2)}{t_y^2 \omega_{0y}^2} - 1 \right] \right\} \quad (10c)$$

式(10a)与文献[1]中公式(9)计算结果是一致的。

在式(10)中令 $x_1 = y_1 = 0$, 得到轴上光场

$$E_{xp}(0, 0, z) = \frac{ik}{t_x t_y z} \left[1 - \frac{2}{t_x^2 \omega_{0x}^2} - \frac{2}{t_y^2 \omega_{0y}^2} \right] \exp(ikz) \quad (11)$$

比较式(8)、式(11)知,与非傍轴近似轴上光场式(8a)是相同的。实际上,当用 $|\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}|$ 的近似式(3)后,在轴上有 $|\mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\rho}|_{x_1=y_1=0} = z + (x^2 + y^2)/2z$,这即为傍轴近似。

2 非傍轴矢量异常空心光束的桶中功率

非傍轴矢量光束的远场光束质量可用桶中功率(PIB)评价,其定义为^[10]

$$P_{IB} = \int_{-d_x}^{d_x} \int_{-d_y}^{d_y} \langle S_z \rangle dx_1 dy_1 / \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle S_z \rangle dx_1 dy_1 \quad (12)$$

式中: d_x, d_y 分别为桶在 x 和 y 方向的半宽; $\langle S_z \rangle$ 为时间平均坡印廷矢量的 z 分量^[11],有

$$\langle S_z \rangle = \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_z \quad (13)$$

式中: \mathbf{E}, \mathbf{H} 分别为光场的电矢量和磁矢量;Re 表示取实部;* 表示复共轭。磁场矢量为

$$\mathbf{H} = -\frac{i}{k} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \nabla \times \mathbf{E} \quad (14)$$

式中: ϵ 和 μ 分别为介质的介电常数和磁导率。

PIB 描述了光束的可聚焦能力,PIB 的值越大,光束在远场的能量(功率)集中度越高,光束质量越好。

将式(7)代入式(12)~(14),可得到 $\langle S_z \rangle$ 在远场的解析表达式

$$\begin{aligned} \langle S_z \rangle = & \frac{z}{k^2 r^5 f_x^2 f_y^2} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \left(3 - \frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} \right) \exp\left(-\frac{x_1^2}{2r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{2r^2 f_y^2}\right) \times \\ & \left[\frac{x_1^2}{2k^2 r^2 f_x^2} \left(\frac{3x_1^2}{r^2 f_x^2} + \frac{3y_1^2}{r^2 f_y^2} - \frac{2}{f_x^2} - 7 \right) + \frac{1}{2k^2 f_x^2} \left(1 - \frac{x_1^2}{r^2} \right) \left(7 - \frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} \right) + \right. \\ & \left. \frac{x_1^2}{4k^2 r^2 f_x^2} \left(7 - \frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} \right) \left(\frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} + \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} - \frac{1}{f_x^2} \right) + z^2 \left(3 - \frac{x_1^2}{r^2 f_x^2} - \frac{y_1^2}{r^2 f_y^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (15)$$

3 数值计算和分析

利用式(5)进行了大量数值计算,以说明非傍轴矢量异常空心光束在自由空间中的传输特性,计算中令 $\omega_{0x} = \omega_{0y} = \omega_0$,即 $f_x = f_y = f$ 。图 1、图 2 给出了非傍轴矢量异常空心光束的归一化光强 $I_R(x_1, 0, z)/I_R(x_1, 0, z)_{\max}$, $I_R(x_1, 0, z)_{\max}$ 为光强 $I_R(x_1, 0, z)$ 的最大值。为做比较,将傍轴近似结果 $I_P(x_1, 0, z)/I_P(x_1, 0, z)_{\max}$

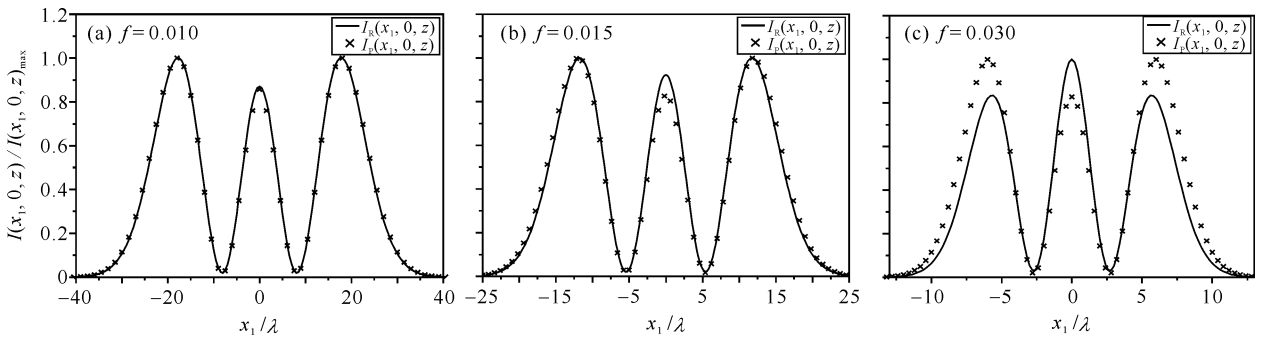


Fig. 1 Normalized intensity distributions of vectorial anomalous hollow beams when $z/z_R = 0.1$

图 1 当 $z/z_R = 0.1$, 矢量异常空心光束的归一化光强分布

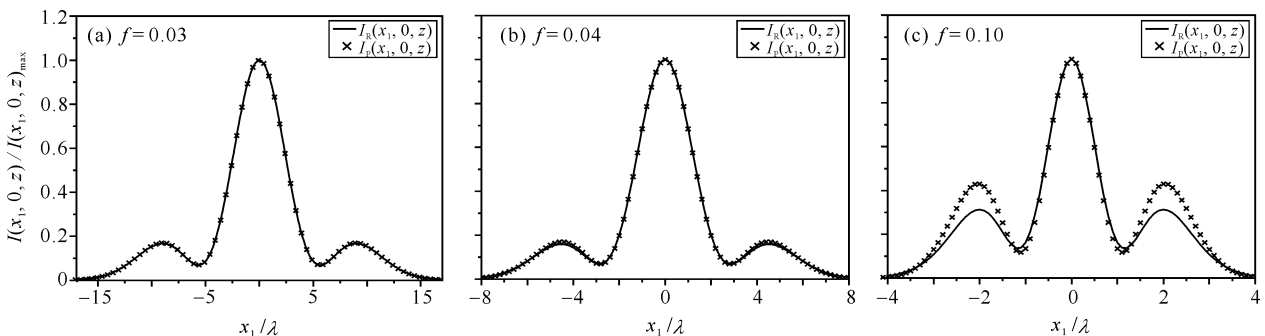


Fig. 2 Normalized intensity distributions of vectorial anomalous hollow beams when $z/z_R = 1.0$

图 2 当 $z/z_R = 1.0$, 矢量异常空心光束的归一化光强分布

也示于图中, $I_P(x_1, 0, z)_{\max}$ 为光强 $I_P(x_1, 0, z)$ 的最大值。 $I_R(x_1, 0, z) = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$; $I_P(x_1, 0, z) = |E_{xp}|^2$ 。 由图 1 知, 在 $z/z_R = 0.1$ ($z_R = \omega_0^2/\lambda$, 为瑞利长度) 处, 当 f 参数较小时, $f \leq 0.01$, I_R 和 I_P 几乎无差别, 傍轴近似成立, 随着 f 参数的增加, I_R 和 I_P 之间的差别逐渐增加, 傍轴近似不再成立。 但是由图 2 知, 在 $z/z_R = 1.0$ 处, 当 $f \leq 0.03$ 时, 傍轴近似成立, 即异常空心光束傍轴近似条件与光束传输距离 z/z_R 有关, 当 z/z_R 增加时, 傍轴近似对应的 f 参数值增大。

图 3 为非傍轴矢量异常空心光束归一化光强 $I_R(x_1, 0, z)/I_R(x_1, 0, z)_{\max}$ 和傍轴近似下 $I_P(x_1, 0, z)/I_P(x_1, 0, z)_{\max}$ 随传输距离的变化, $f=0.1$ 。 可以看出, 当 $z/z_R \leq 1$ 时, 傍轴近似与非傍轴光强分布有明显差别, $z/z_R = 0.1$ 时, 在傍轴近似下, 中心有一实心核, 而非傍轴情况时中心光强为主极大。 随传输距离的增加, 光强分布发生变化, 且这种差别逐渐消失。 为做比较, 图 4 中给出了非傍轴高斯光束随传输距离的变化, $f=0.3$ 。

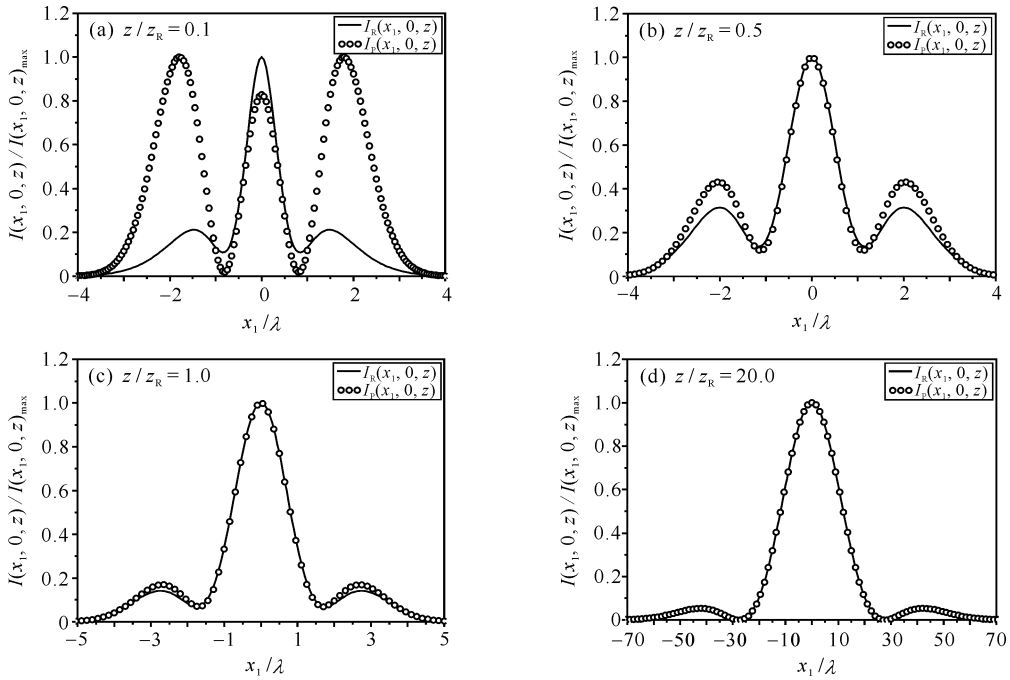


Fig. 3 Normalized intensity distributions of nonparaxial and paraxial anomalous hollow beams vs normalized propagation distance z/z_R

图 3 非傍轴与傍轴异常空心光束的归一化光强随 z/z_R 的变化

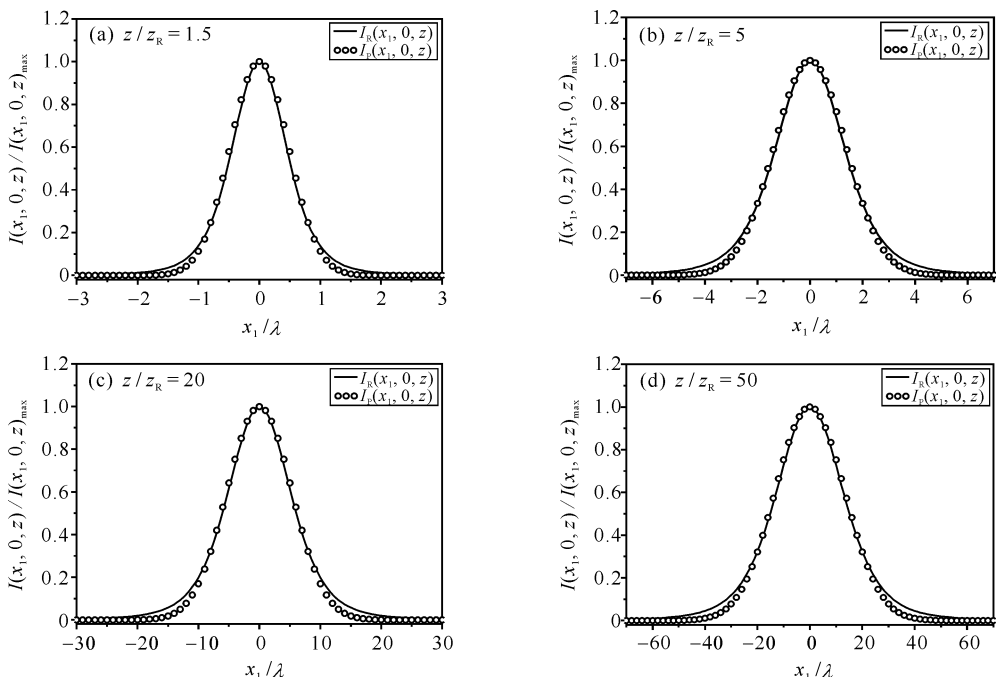


Fig. 4 Normalized intensity distributions of nonparaxial and paraxial Gaussian beams vs normalized propagation distance z/z_R

图 4 非傍轴与傍轴高斯光束归一化光强分布随 z/z_R 的变化

由图 4 知,不同于异常空心光束的是,对非傍轴高斯光束与对应近轴高斯光束的差异不随传输距离而变化。

为说明非傍轴矢量异常空心光束光强 z 分量 $I_z(x_1, 0, z)$ 在非傍轴近似下对光强的影响,图 5 给出了 $z/z_R = 0.5$ 处非傍轴矢量异常空心光束光强 $I_R(x_1, 0, z)$ 及其 z 分量 $I_z(x_1, 0, z)$ 的归一化曲线,其中, $I_z(x_1, 0, z) = |E_z|^2$ 。为做比较,把傍轴近似下的光强 $I_P(x_1, 0, z)$ 也示于图 5 中。由图 5(a) 所示,当傍轴近似成立时, $I_z(x_1, 0, z)_{\max}/I(0, 0, z) = 0.03\%$, $I_z(x_1, 0, z)$ 对总光强影响可以忽略。由图 5(b) 知,在非傍轴 ($f=0.2$) 情况下, $I_z(x_1, 0, z)_{\max}/I(0, 0, z) = 11.86\%$, $I_z(x_1, 0, z)$ 分量不能忽略。

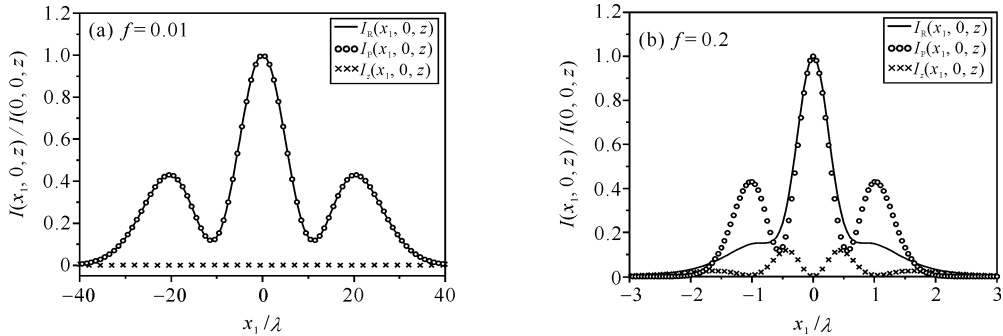


Fig. 5 Normalized intensity distributions of anomalous hollow beams

图 5 傍轴近似和非傍轴条件下异常空心光束归一化光强分布

图 6 给出了非傍轴矢量异常空心光束桶中功率和 $\langle S_z(x_1, 0, z) \rangle$ 曲线,图中 $d_x = d_y = d$, $\lambda = 1.06 \times 10^{-3}$ mm, $z = 100$ mm。由图 6(a) 知,在所计算 f 参数范围内,非傍轴矢量异常空心光束的 P_{IB} 值随 f 参数的增大而减小,光束在远场的能量(功率)集中度增加,光束质量变好。当 $f=0.02$ 时, P_{IB} 曲线趋于 1。这也可直观地从图 6(b) 的 $\langle S_z(x_1, 0, z) \rangle$ 分布得到解释。

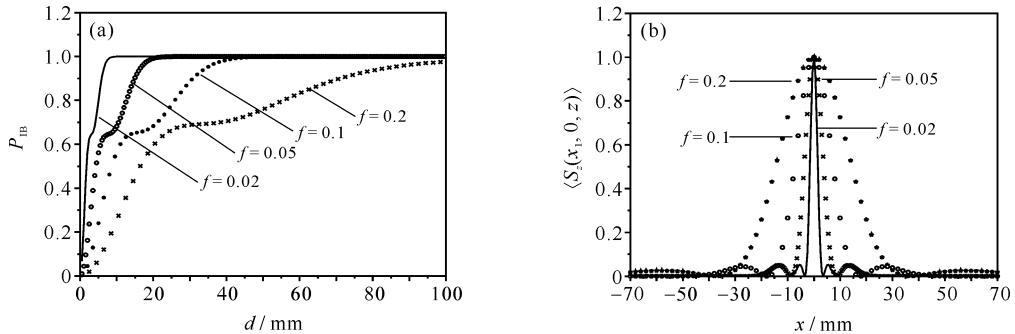


Fig. 6 Power in bucket curve and normalized $\langle S_z(x_1, 0, z) \rangle$ distributions of nonparaxial vectorial anomalous hollow beams

图 6 非傍轴矢量异常空心光束的桶中功率曲线和 $\langle S_z(x_1, 0, z) \rangle$ 曲线

4 结 论

本文从矢量瑞利-索末菲衍射积分出发,推导出非傍轴矢量异常空心光束在自由空间中的解析传输方程,分析了非傍轴矢量异常空心光束在自由空间中的传输特性。数值计算和分析说明,当 f 参数较小时,傍轴近似成立,所得结果与文献[1]一致。在轴上,非傍轴与傍轴近似的结果无差异。与高斯光束不同,非傍轴异常空心光束傍轴近似成立条件依赖于传输距离,这与异常空心光束光强分布随传输距离变化有关。非傍轴异常空心光束远场光束质量可用桶中功率来描述, P_{IB} 值随 f 参数的增大(束宽 w_0 的减小)而减小。

参考文献:

- [1] Cai Y. Model for an anomalous hollow beam and its paraxial propagation[J]. *Opt Lett*, 2007, **32**(21):3179-3181.
- [2] Wu Y K, Li J, Wu J. Observations and measurements of anomalous hollow electron beams in the Duke Storage Ring[J]. *Phys Rev Lett*, 2005, **94**:134802.
- [3] Lax M, Louisell W H, McKnight W B. From Maxwell to paraxial wave optics[J]. *Phys Rev A*, 1975, **11**(4):1365-1370.
- [4] Agrawal G P, Pattanatak D N. Gaussian beam propagation beyond the paraxial approximation[J]. *J Opt Soc Am A*, 1979, **68**(4):575-578.
- [5] Chen C G, Konkola P T, Ferrera J, et al. Analyses of vector Gaussian beam propagation and the validity of paraxial and spherical approximations[J]. *J Opt Soc Am A*, 2002, **19**(2):404-412.

- [6] Lü B D, Duan K L. Nonparaxial propagation of vectorial Gaussian beams diffracted at a circular aperture[J]. *Opt Lett*, 2003, **28**(24):2440-2442.
- [7] 高曾辉, 吕百达. 矢量非傍轴双曲余弦-高斯光束[J]. 强激光与粒子束, 2005, **17**(10):1479-1483. (Gao Z H, Lü B D. Vectorial nonparaxial cosh-Gaussian beams. *High Power Laser and Particle Beams*, 2005, **17**(10):1479-1483)
- [8] Luneburg R K. Mathematical theory of optics[M]. Berkeley: University of California, 1966.
- [9] Zeng X, Liang C, An Y. Far-field radiation of planar Gaussian sources and comparison with solutions based on the parabolic approximation [J]. *Appl Opt*, 1997, **36**:2042-2047.
- [10] Kang X P, Lü B D. Vectorial nonparaxial flattened Gaussian beams and their beam quality in terms of the power in the bucket[J]. *Opt Commun*, 2006, **262**:1-7.
- [11] 曹清, 邓锡铭, 郭弘. 横截面上光强的精确表述[J]. 光学学报, 1996, **16**(7):897-902. (Cao Q, Deng X M, Guo H. Accurate expression of light intensity at transverse plane. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(7):897-902)

Propagation of nonparaxial vectorial anomalous hollow beams

LI Chang-jin^{1,2}, LÜ Bai-da²

- (1. School of Physics and Electronic Information Engineering, Neijiang Normal University, Neijiang 641112, China;
2. Institute of Laser Physics and Chemistry, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: The theoretical model of anomalous hollow beams proposed by Cai in the paraxial approximation is extended to the nonparaxial regime. The closed-form propagation expression for nonparaxial vectorial anomalous hollow beams in free space is derived and used to study their propagation properties in free space. It is found that anomalous hollow beams can not preserve their shape upon propagation, but the paraxial approximation condition for anomalous hollow beams additionally depends on the propagation distance, which is different from Gaussian beams. The far-field beam quality of nonparaxial vectorial anomalous hollow beams can be described by the power in the bucket (PIB), which decreases with increasing the f parameter (the ratio between wavelength and beam waist width).

Key words: nonparaxial vectorial anomalous hollow beam; free-space propagation; far-field; power in the bucket (PIB); beam quality