

用电光采样法测量相对论电子束团长度^{*}

孙大睿, 徐金强, 唐 坤

(中国科学院 高能物理研究所, 北京 100049)

摘 要: 介绍了电光采样法测量电子束团长度的实验原理和装置, 理论分析并模拟计算了被测电子束团库仑场分布、ZnTe 晶体的电光效应与束团电场的关系, 并利用琼斯矩阵法分析了探测光通过电光晶体时在束团电场作用下的偏振变化、测量信号与束团长度的关系等。分析表明: 测量中应使束团库仑场垂直于 ZnTe 的[001]方向, 探测光偏振方向与 ZnTe 晶体 y'' 轴成 45° 或者 135° 夹角, $1/4$ 波片快轴与探测光偏振方向夹角应取 45° , 这时平衡探测器输出信号与束团库仑场 E_b 成正比。 $1/4$ 波片的作用是将电光晶体的工作点从非线性段移到线性段, 平衡探测的作用是简化信号与 E_b 的关系, 并提高信噪比。为实际测量应用提供参考。

关键词: 电光采样; 强流相对论电子束; 束团长度; 库仑场; 琼斯矩阵

中图分类号: O532; O436.1 **文献标识码:** A

高能正负电子对撞机、X 射线自由电子激光(XFEL)以及先进的同步光源等技术的发展, 对相对论电子束团性能的要求不断提高, 亚皮秒量级的超短脉冲强流相对论电子束团成为新的发展方向。于是, 超短脉冲强流束团诊断成为先进加速器新发展的关键技术之一, 电子束团长度的测量是其中重要部分。

测量相对论电子束团长度的方法有条纹相机法、相干辐射法、电光采样(EOS)法等。高分辨率的条纹相机成本很高, 且操作复杂; 相干辐射测量法(CTR, CDR, CUR, CSR)大多需要插入测量元件, 对电子束有干扰, 而且不能实现实时测量, 因此都存在一定局限。电光采样法是一种非侵入测量法, 通过测量电子束库仑场分布实现束团长度测量, 能够在几 μs 内完成测量, 因此可以实现实时监测^[1]。采用不同的探测方法, 由电光采样法衍生出了光谱法、互相关法等测量方法, 分辨率得到提高, 并可以实现单脉冲测量^[2-4]。因此, 电光采样测量法具有非破坏性、非侵入性、实时监测、高分辨率等特点, 是一种有潜力的束团长度测量方法。

1 电光采样法测量束团长度的原理

相对论电子束团的库仑场主要集中在其运动的垂直方向上, 沿运动方向的电场可以忽略不计, 电光采样法是通过测量束团垂直方向库仑场的分布来确定电子束团的长度和电子分布的。实验装置见图 1, 线偏振光依次通过电光晶体 ZnTe, $1/4$ 波片($1/4$ 波片也可以放置在 ZnTe 晶体前面)和渥拉斯顿棱镜, 分为偏振方向相互垂直的两束, 用平衡探测器接收, 得到二者的光强差。当没有外加电场作用时, 电光晶体表现为各向同性, 通过晶体的线偏光保持偏振态不变, 经过 $1/4$ 波片后变为圆偏光, 因此平衡探测器的信号为零。当与探测光平行运动的电子束团经过 ZnTe 晶体上方时, 电光晶体在束团库仑场作用下产生电光效应, 表现为双折射晶体, 此时通过晶体的线偏振光变成椭圆偏光, 经过 $1/4$ 波片调整偏振态, 平衡探测器测得的光强差信号反映了束团电场的强度。利用激光脉冲扫描电子束团, 探测束团库仑场的分布, 由此确定束团长度。

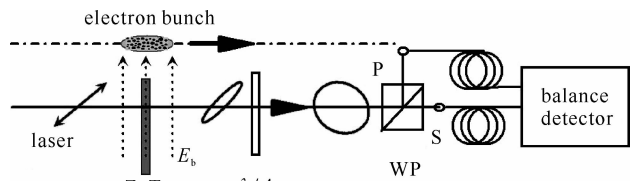


Fig. 1 Measurement of electron bunch length by electro-optic sampling
图 1 电光采样法测量电子束团长度装置图

2 电光采样法测量束团长度理论分析和模拟计算

2.1 电子束团的库仑场分布

根据电动力学, 能量为 γ 的电子沿 z 轴运动, 在距离 z 轴为 b 处且垂直于 z 的库仑场 E 。在 z 方向的分布

* 收稿日期: 2007-06-15; 修订日期: 2007-09-04

基金项目: 国家自然科学基金资助课题(10575116)

作者简介: 孙大睿(1977—), 女, 助理研究员, 主要从事飞秒激光和自由电子激光的研究; sunray@ihep.ac.cn。

及其 FWHM 分别为

$$E_e(b, z) = (\gamma q / 4\pi\epsilon_0) b / (\gamma^2 z^2 + b^2)^{3/2} \quad (1)$$

$$\Delta z_{\text{FWHM}} = 2b \sqrt{2^{2/3} - 1} / \gamma \quad (2)$$

电荷密度分布为 $\rho(x, y, z)$ 的运动束团的垂直方向库仑场 E_b 是束团中所有电子库仑场的积分

$$E_b(x_1, y_1, z_1, t) = \frac{\gamma}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{(x_1 - x)\rho(x, y, z)}{[\gamma^2(z_1 - z - \beta t)^2 + (x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2]^{3/2}} dV \quad (3)$$

由于电光采样法是通过测量 E_b 间接得到束团长度的, 因此, 单电子 E_e 的理想分布应为 δ 函数, Δz_{FWHM} 趋于零。只有当 γ 趋于无穷或者 $b=0$ 时 E_e 的分布才为 δ 函数, 这在实际测量中是不能实现的。但是在 γ 较大, b 较小的情况下, E_b 分布可以表征束团分布, 而且这时 E_b 较强, 电光效应作用较大, 有利于电光采样测量。由于单电子的 E_e 发散角在 $1/\gamma$ 的区域内, 因此, 在距离 z 轴为 b 的位置观测束团电场时, 瞬时场 E_b 主要由观测点对应的束团中范围为 $\pm b/\gamma$ 的电子库仑场叠加而成, 所以理论上电光采样法的时间分辨率为 $\Delta\tau = 2b/\gamma c$ ^[5]。

本文选用北京自由电子激光装置(BFEL)产生的电子束束团参数进行模拟计算, 参数如下: 束团电荷 $Q=80$ pC, 束团长度 $l_{\text{FWHM}}=4$ ps(1.2 mm), 束团能量 $\gamma=60$ 。为了简化计算, 进行理想化处理, 电子束团分别以 1 维均匀分布和 1 维高斯分布来计算。图 2 给出了不同情况下 E_b 沿 z 轴的分布曲线。两条实线分别为均匀分布和高斯分布束团的电场, 观测点到 z 轴距离 $b=3$ mm, E_b 分布与束团的电荷分布相对应, E_b 的 FWHM 也代表了束团长度。空心点曲线为 $b=5$ mm 时 1 维均匀分布电子束团的 E_b 分布, 可见 b 越大 E_b 越小, 并且 E_b 波形越偏离电荷分布。另外, 图中的实心点曲线还给出了 $\gamma=10$ 的 1 维均匀分布电子束团在 $b=3$ mm 时的 E_b 分布, γ 减小也导致 E_b 波形偏离电荷分布, 甚至使 E_b 的 FWHM 大于束团长度。因此, 电光采样测量束团长度适用于 γ 较大的情况, 在实验中应尽量减小测量点到束团的距离 b 。

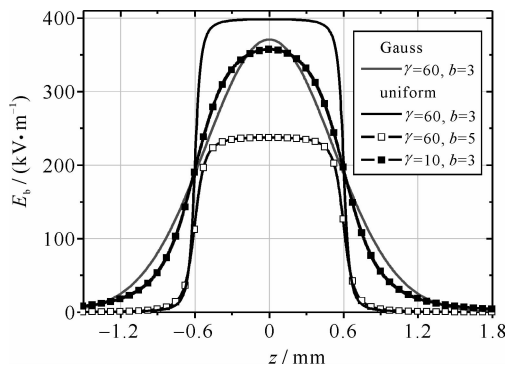


Fig. 2 Relativistic electron bunch's vertical E_b as function of z

图 2 相对论电子束团垂直运动方向电场强度 E_b 分布曲线

根据 BFEL 装置产生的电子束团能量 $\gamma=60$, 并考虑到电子束的尺度和探测光光斑尺寸等因素, 在 EOS 测量束团长度的实验设计中取 $b=3$ mm, 则时间分辨率可达到 0.33 ps。在实际测量中, 时间分辨率还受到探测光脉冲宽度、探测光脉冲与电子束同步的时间抖动、电光晶体的材料和长度等因素的影响^[2]。

2.2 电光晶体的折射率椭球

在电光采样测量中, 通常选用立方晶系 $\bar{4}3m$ 点群结构的 ZnTe 晶体, 并以(110)面切割, ZnTe 晶体的线性电光张量的非零项为 $\gamma_{41}=\gamma_{52}=\gamma_{63}$ 。无外电场作用时, 晶体 ZnTe 表现为光学各向同性。当外电场 \mathbf{E} 的方向平行于(110)面, 与 $[001]$ 方向夹角为 φ 时, 将坐标轴做如图 3 所示旋转, 其中角度 $\beta = [\arctan(-2\tan\varphi)]/2$, 得到 $x''y''z''$ 坐标系, 该坐标系下折射率椭球方程变换为

$$\left(\frac{1}{n^2} + \gamma_{41} E \cos\varphi\right) x''^2 + \left(\frac{1}{n^2} - \frac{\gamma_{41}}{2} E \cos\varphi + \frac{\gamma_{41}}{2} E \sqrt{1+3\sin^2\varphi}\right) y''^2 + \left(\frac{1}{n^2} - \frac{\gamma_{41}}{2} E \cos\varphi - \frac{\gamma_{41}}{2} E \sqrt{1+3\sin^2\varphi}\right) z''^2 = 1 \quad (4)$$

y'' 轴、 z'' 轴上的折射率差值为

$$\Delta n'' = n_{z''} - n_{y''} = n^3 \gamma_{41} E \sqrt{1+3\sin^2\varphi} / 2 \quad (5)$$

当 \mathbf{E} 平行于(110)面且垂直于 $[001]$ 方向时, $\varphi=90^\circ$, 获得最大的电光效应, $\Delta n'' = n^3 \gamma_{41} E$ 。在 EOS 测量中, 设电光晶体厚度为 L , 激光波长为 λ , 则 y'' 轴、 z'' 轴上的相位延迟 Γ 与 E_b 成正比

$$\Gamma = (2\pi/\lambda_0) L \Delta n'' = (2\pi/\lambda_0) L n^3 \gamma_{41} E_b \quad (6)$$

因此使用电光采样法测量束团长度时, 应使束团库仑场 E_b 垂直于 ZnTe 的 $[001]$ 方向。这要求电子束团运动

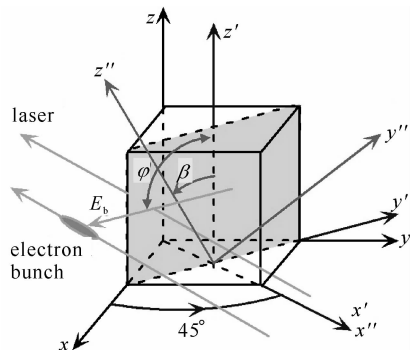


Fig. 3 Reference frame transform of EO crystal ZnTe

图 3 电光晶体 ZnTe 坐标系变化示意图

方向垂直于电光晶体(110)面,并且探测光的观测点与束团运动轨迹形成的平面垂直于[001]方向,如图3所示。

2.3 探测光偏振态与电子束束团电场的关系

线偏光垂直于 ZnTe 的(110)面入射,偏振方向与 y'' 轴夹角为 θ ,在电光效应作用下,输出光变为椭圆偏光。可以用琼斯矩阵描述上述激光电场的变化^[6],设探测光初始电场为 E_{L0} ,并由输出光电场得到与原偏振方向垂直的分量的光强

$$E'_L = \begin{bmatrix} E'_{L//} \\ E'_{L\perp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E_{L0} = \begin{bmatrix} \cos^2\theta + \sin^2\theta \times e^{i\Gamma} \\ (e^{i\Gamma} - 1)\sin\theta\cos\theta \end{bmatrix} E_{L0} \quad (7)$$

$$I'_\perp = |E'_{L\perp}|^2 = I_0 \sin^2 2\theta \sin^2(\Gamma/2) \quad (8)$$

式中: I_0 为探测光初始光强。当 $\theta=45^\circ$ 时 I'_\perp 取得最大值, $I'_{\perp\max} = I_0 \sin^2(\Gamma/2)$ 。在电光采样法测量电子束团长度时,束团能量 γ 有限,探测距离 b 受实验限制不能任意减小,因此 E_b 的幅值有限,导致电光效应较弱, $\Gamma \ll 1$,因此有 $I'_\perp \propto (\Gamma/2)^2$ 。以BFEL装置EOS测量束团长度的实验设计参数为例, $\gamma=60, b=3$ mm,为简化计算仍然取1维高斯分布电子束团,并取晶体厚度 $L=0.5$ mm,探测光波长 $\lambda=800$ nm。在 $z=0$ 处 E_b 最大,这时相位延迟 Γ 取最大值 $\Gamma_{\max}=0.145$,但 $I'_{\perp\max}$ 尚不足 I_0 的0.55%,对于 $z \neq 0$ 的位置则比例更低。可以通过提高 I_0 来提高 I'_\perp ,但是通常会增加测量成本,另外还可以采用灵敏度高、最低响应光强低的探测器,否则测量结果信噪比低,误差大。

因此在测量中通常使用图1所示的实验装置,不但可以提高测量精度,还简化了探测信号与束团电场的关系。 θ, δ, ξ 三个角度分别表示探测光初始偏振方向与 y'' 的夹角、 y'' 与波片快轴的夹角和波片快轴与探测光初始偏振方向的夹角(见图4),三者满足关系 $\delta + \xi = \theta$,利用琼斯矩阵得到输出光电场为

$$E_L = \begin{bmatrix} \cos\xi & \sin\xi \\ -\sin\xi & \cos\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\pi/2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\delta & \sin\delta \\ -\sin\delta & \cos\delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} E_{L0} \quad (9)$$

由电场 E_L 得到与原偏振方向垂直的分量的光强为

$$I_\perp = I_0 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\theta \cos(2\theta - 2\xi) \cos 2\xi - \frac{1}{2} \sin 2\theta [\sin(2\theta - 2\xi) \cos 2\xi \cos \Gamma - \sin 2\xi \sin \Gamma] \right\} \quad (10)$$

图5(a)给出了 I_\perp 随 θ 和 ξ 变化的曲面,图中 $\Gamma=0.145, I_0=1$ 。从图中可以看出,当 θ 一定, $\xi=45^\circ$ 时1/4波片的旋光作用最大, I_\perp 最大。 I_\perp 的增高可以降低对探测器最低响应光强的要求,因此在电光采样测量中应取 $\xi=45^\circ$ 。当 $\theta=45^\circ$ 时, I_\perp 取得极大值 $I_{\perp\max} = I_0(1 + \sin\Gamma)/2$,因此,实验中应使探测光的偏振方向与 y'' 轴成 45° 。通常 $\Gamma \ll 1, I_\perp \approx I_0(1 + \Gamma)/2, I_\perp$ 与 Γ 成线性关系,因此分辨率有所提高。由式(9)也可以得到平行分量的光强和两偏振分量光强差

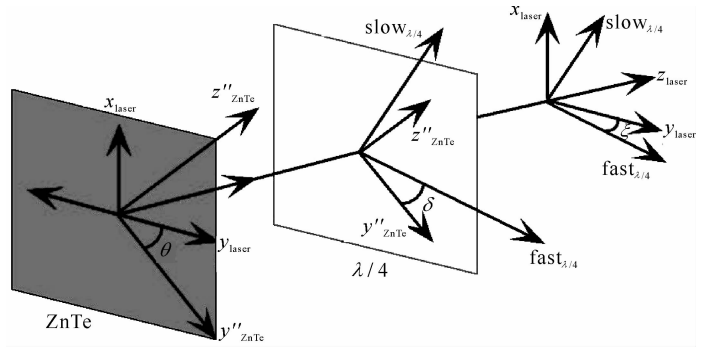


Fig. 4 Reference frame relation of laser, ZnTe crystal and 1/4 wave plate
图4 探测光偏振方向、ZnTe 晶体坐标系和 1/4 波片快慢轴相互关系示意图

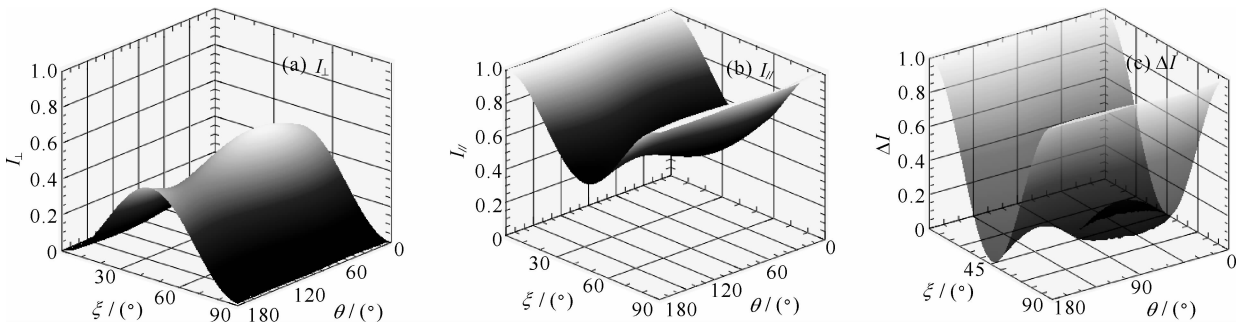


Fig. 5 Curves of $I_\perp, I_{//}$, and ΔI vs ξ and θ

图5 $I_\perp, I_{//}, \Delta I$ 与 ξ, θ 的关系曲面

$$I_{//} = I_0 \left\{ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2\theta \cos(2\theta - 2\xi) \cos 2\xi + \frac{1}{2} \sin 2\theta [\sin(2\theta - 2\xi) \cos 2\xi \cos \Gamma - \sin 2\xi \sin \Gamma] \right\} \quad (11)$$

$$\Delta I = I_0 | \cos 2\theta \cos(2\theta - 2\xi) \cos 2\xi + \sin 2\theta [\sin(2\theta - 2\xi) \cos 2\xi \cos \Gamma - \sin 2\xi \sin \Gamma] | \quad (12)$$

图 5(b)和(c)给出了 $I_{//}$, ΔI 随 θ, ξ 变化的曲面, 当 $\xi=45^\circ, \theta=45^\circ$ 时, $I_{//}$ 取得极小值, ΔI 取得极大值 $\Delta I_{\max} = I_0 \sin \Gamma$, 而这时由于 Γ 很小, 因此有 $\Delta I \propto \Gamma \propto E_b$, ΔI 与 E_b 的关系得到简化。

图 6 给出了 $I'_{\perp}/I_0, I_{\perp}/I_0$ 以及 $\Delta I/I_0$ 与 Γ 的关系曲线, 1/4 波片的作用是将电光晶体的工作点从非线性段移到线性段, 平衡探测的作用是简化信号与 E_b 的关系, 并提高信噪比。 ΔI 与 I'_{\perp} 的比值为

$$\Delta I/I'_{\perp} = I_0 \sin \Gamma / I_0 \sin^2(\Gamma/2) \approx 4/\Gamma \quad (13)$$

平衡探测器测量到的信号提高了 $4/\Gamma$ 倍, 提高了测量的信噪比。因此用平衡探测的方法测量不但简化了探测信号与 E_b 的关系, 而且可以提高测量精度。另外当 $\xi=45^\circ, \theta=135^\circ$ 时, $I_{//}$ 取得极小值, I_{\perp} 取得最大值, ΔI 也取得极大值, 因此, 也可以使探测光的偏振方向与 y'' 轴成 135° 。

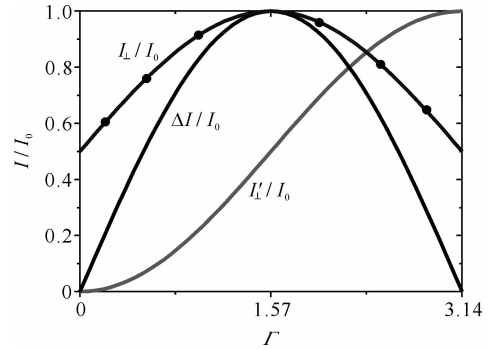


Fig. 6 Curves of $I'_{\perp}/I_0, I_{\perp}/I_0, \Delta I/I_0$ vs Γ

图 6 $I'_{\perp}/I_0, I_{\perp}/I_0, \Delta I/I_0$ 与 Γ 的关系曲线

3 结 论

本文对电光采样法测量相对论电子束团长度的物理过程做了分析。通过模拟计算, 得知在满足 γ 较大, b 较小的情况下, 相对论电子束团垂直于运动方向的库仑场 E_b 分布与束团电子分布一致, 并可以通过测量该方向库仑场来测量电子束团长度, 测量的时间分辨率为 $\tau = 2b/\gamma c$ 。对晶体电光效应和探测信号的分析 and 计算表明, 测量中应使束团库仑场 E_b 垂直于 ZnTe 的 $[001]$ 方向, 探测光偏振方向与 ZnTe 晶体 y'' 轴成 45° 或者 135° 夹角, 1/4 波片快轴与探测光偏振方向夹角应取 45° , 这时平衡探测器输出信号与束团库仑场 E_b 成正比。1/4 波片的作用是将电光晶体的工作点从非线性段移到线性段, 平衡探测的作用是简化信号与 E_b 的关系, 并提高信噪比。

参考文献:

- [1] Yan X, MacLeod A M, Gillespie W A, et al. Subpicosecond electro-optic measurement of relativistic electron pulse[J]. *Phys Rev Lett*, 2000, **85**(16):3404-3407.
- [2] Berden G, Knippels G M H, Oepts D, et al. Single shot electron-beam bunch length measurements[C]//Proc DIPAC. 2003, **IT05**:20-24.
- [3] Wilke I, MacLeod A M, Gillespie W A, et al. Single-shot electron-beam bunch length measurements[J]. *Phys Rev Lett*, 2002, **88**:124801.
- [4] Berden G, Redlich B, Van der Meer A F G. High temporal resolution, single-shot electron bunch-length measurements[C]//Proc FEL. 2004:343-346.
- [5] Oepts D, Knippels G M H. Direct measurement of the shape of short electron bunches[C]//Proc 20th International FEL Conference. 1998.
- [6] Yariv A. Optical electronics in modern communications[M]. Oxford: Oxford University Press, 1997:17-38.

Measurement of relativistic electron beam bunch length by electro-optic sampling method

SUN Da-ru, XU Jin-qiang, TANG Kun

(Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Electro-optic sampling measurement of relativistic electron pulses is promising. In this paper the theory and the experiment setup of the measurement are introduced. The coulomb field of electron bunch is analyzed and simulated. The relation of this field with the electro-optic effect of ZnTe crystal is studied. The polarization change of the probe light and the relation of the electron bunch length and the detected signal are calculated by Jones calculus. The results show that the coulomb field of electron bunch should be perpendicular to the $[001]$ axis of ZnTe crystal, the initial polarization of probe light should lie at an angle of 45° or 135° with y'' axis of ZnTe crystal and the fast axis of 1/4 wave plate should lie at an angle of 45° with z'' axis of ZnTe crystal. In such situation, the signal of balance detector will be directly proportional to the coulomb field of electron bunch E_b . The purpose of 1/4 wave plate is to move the working point from the nonlinear region to the linear region. The balance detector is used to simplify the relation of the signal of E_b and enhance the SNR. This paper provides a reference for the experiment.

Key words: Electro-optic sampling; Intense relativistic electron beam; Electron bunch length; Coulomb field; Jones matrix