

# 同轴周期慢波结构色散特性的通用数值解法\*

董 焯, 董志伟, 杨温渊, 周海京

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

**摘 要:** 运用场匹配法和傅里叶级数理论, 提出一种原则上可数值求解任意同轴周期慢波结构色散特性的方法, 给出了同轴慢波结构  $TM_{0n}$  模的色散方程。基于该方法, 编制了 Matlab 程序, 给出了同轴波纹波导和同轴双波纹波导色散特性, 以算例形式分析计算了同轴盘荷波导的色散特性。数值计算结果与多维全电磁模拟软件结果进行比较, 证明了该数值算法的准确性和可靠性。

**关键词:** 同轴周期慢波结构; 色散特性; 场匹配法; 傅里叶级数; 数值计算; 高功率微波

**中图分类号:** TN816 **文献标志码:** A

同轴周期慢波结构具有很多优点: (1) 相同工作频率下, 同轴结构相对于无内导体结构, 其截面积大得多, 具有更高的功率容量, 从而具有提高微波输出功率的能力; (2) 相互作用空间大, 微波功率密度较低, 可以防止束波相互作用中强非线性过程的产生, 可有效提高相互作用效率; (3) 同轴型器件的电子束半径大, 空间电荷效应大大减小, 聚束磁场可以显著减小, 因此有望采用永磁聚束系统, 这可使系统的体积、重量和造价都大大减少。因此, 同轴周期慢波结构在高功率微波源器件设计中起到越来越重要的作用, 而其色散特性分析是进行相应器件设计的基础。

目前, 周期慢波结构色散特性的场匹配求解方法已经发展得较为成熟<sup>[1-3]</sup>。同轴周期慢波结构色散特性的求解, 大都针对具体的器件结构进行的, 缺乏普适性和扩展性。有些还引入了假设条件, 计算结果的准确性难以得到保证。如, 文献[4]中的同轴盘荷波导色散特性, 是假定盘荷区域为径向线的近似模型条件下得到的; 文献[5]中计算同轴双波纹波导色散特性是在大口径条件下, 采用双平板波纹波导的模型进行的; 文献[6]的方法只适用于同轴波纹波导色散关系的求解, 不具备通用性; 文献[7]分析同轴双波纹波导色散特性的方法较为复杂, 不属于场匹配法, 不具推广性, 且未详细讨论我们所关心的结构参数对色散特性影响。

本文将传统的场匹配法与傅里叶级数理论结合起来<sup>[8-10]</sup>, 推导出一种可求解任意同轴周期慢波结构色散特性的数值方法。该方法原则上可求解通过傅里叶级数拟合出周期边界形状的任意同轴周期慢波结构的色散曲线。因此, 该方法具备更强的普适性和扩展性。通过编制程序, 数值计算并讨论了同轴波纹、同轴双波纹波导以及用于 MILO 器件的同轴盘荷波导的色散特性, 并对该算法的可靠性进行了算例验证。

## 1 同轴周期慢波结构色散方程的理论推导

图 1 为同轴周期结构示意图,  $R_1(z)$  和  $R_2(z)$  均为周期函数, 分别表示同轴内导体的外半径和外导体的内半径; 保持内外导体结构的周期长度  $L_0$  相同;  $h_0 = 2\pi/L_0$ , 其中  $h_0$  为周期慢波系统的结构波数。

$R_i(z)$  ( $i=1, 2$ ) 是以  $L_0$  为周期的任意函数, 可通过傅里叶级数加以表示。我们定义轴向坐标均从零开始, 并且  $R_i(z)$  为偶函数, 则  $R_i(z)$  可以简化为

$$R_i(z) = \sum_{p=0}^{\infty} a_p \cos(ph_0 z) \quad (p = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

$$a_p = (2/L_0) \int_{-L_0/2}^{L_0/2} R_i(z) \cos(ph_0 z) dz \quad (p = 0, 1, 2, \dots) \quad (2)$$

慢波类高功率微波器件中, 与电子束相互作用的主要电磁模

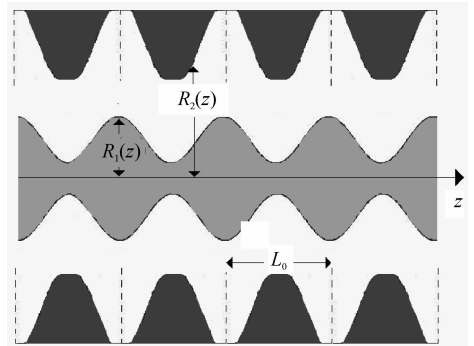


Fig. 1 Schematic of coaxial periodic slow-wave structure

图 1 同轴周期慢波结构示意图

\* 收稿日期: 2008-07-26; 修订日期: 2009-04-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(10705006); 中国工程物理研究院基金项目(2005Z0403)

作者简介: 董焯(1981—), 男, 西安市人, 硕士, 研究实习员, 从事高功率微波技术方面的研究; dongye0682@sina.com。

为  $TM_{0n}$  模,所以本文仅讨论  $TM_{0n}$  模色散方程。

周期慢波系统满足 Floquet 定理。根据 Floquet 定理<sup>[1]</sup>,  $TM_{0n}$  本征模的各场分量可以表示为

$$\varphi = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \varphi_n(r) \exp[j(\omega t - k_n z)] \quad (3)$$

式中:  $\varphi$  代表电场或磁场的某方向分量;  $\varphi_n(r)$  为组成该场方向分量的  $n$  次空间谐波分量的径向分布;  $\omega$  为工作角频率,  $t, z$  和  $r$  分别代表时间坐标、空间轴向和径向坐标;  $k_n = k_0 + nh_0$ , 其中  $k_0$  和  $k_n$  分别为基波和  $n$  次空间谐波的纵向波数。

冷腔中, 本征场轴向电场分量  $E_z$  的任意谐波分量  $E_{zn}(r, z)$  应满足无源波动方程

$$\nabla^2 E_{zn}(r, z) + k^2 E_{zn}(r, z) = 0 \quad (4)$$

式中:  $k$  为波数;  $E_{zn}$  为  $E_z$  的  $n$  次谐波分量。

在柱坐标系中, 应用 Floquet 定理及分离变量法<sup>[1]</sup>, 将式(4)中的纵横关系分离, 可得

$$E_{zn}(r, z) = E_{zn}(r) \exp(-jk_n z) \quad (5)$$

$$(1/r) \partial(r \partial E_{zn}(r) / \partial r) / \partial r + T_n^2 E_{zn}(r) = 0 \quad (6)$$

$$T_n^2 = k^2 - k_n^2 = \omega^2 / c^2 - k_n^2 \quad (7)$$

式中:  $T_n$  为各谐波横向波数;  $c$  为真空中光速。

求解式(6)~(7), 解的形式为

$$E_{zn}(r) = A_n J_0(T_n r) + B_n N_0(T_n r), \quad R_1(z) \leq r \leq R_2(z) \quad (8)$$

式中:  $A_n, B_n$  为常数, 表示各谐波轴向电场分量的无径向分布幅值;  $J_0(T_n r)$  和  $N_0(T_n r)$  分别为 0 阶第一类和第二类 Bessel 函数。

$TM_{0n}$  模各谐波其它场分量的径向分布可以通过  $E_{zn}(r)$  表示为

$$E_{rn}(r) = (-jk_n / T_n^2) \partial E_{zn}(r) / \partial r \quad (9)$$

$$H_{\varphi n}(r) = (-j\omega \epsilon_0 / T_n^2) \partial E_{zn}(r) / \partial r \quad (10)$$

式中:  $E_{rn}(r), H_{\varphi n}(r)$  分别表示各谐波的径向电场分量和角向磁场分量的径向分布;  $\epsilon_0$  为真空介电常数。

定解的边界条件是内外导体金属壁切向电场分量为零, 即

$$E_z(R_i(z), z) + E_r(R_i(z), z) d(R_i(z)) / dz = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (11)$$

$$E_z(R_i(z), z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_{zn}(R_i(z)) \exp(-jk_n z) \quad (i = 1, 2) \quad (12)$$

$$E_r(R_i(z), z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} E_{rn}(R_i(z)) \exp(-jk_n z) \quad (i = 1, 2) \quad (13)$$

式中:  $E_z(R_i(z), z)$  为  $TM_{0n}$  模各谐波项  $E_{zn}$  叠加后的轴向总电场;  $E_r(R_i(z), z)$  为  $TM_{0n}$  模各谐波项  $E_{rn}$  叠加后的径向总电场。

将式(12)和式(13)代入式(11), 两边同乘以  $\exp(jmh_0 z)$ , 其中  $m$  为整数, 然后沿整个轴向进行积分, 就可以得出同轴周期慢波结构  $TM_{0n}$  模色散方程为

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \{A_n \int_L \exp[j(m-n)h_0 z] [1 - (jk_n / T_n^2) d/dz] J_0(T_n R_i(z)) dz + B_n \int_L \exp[j(m-n)h_0 z] [1 - (jk_n / T_n^2) d/dz] N_0(T_n R_i(z)) dz\} = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (14)$$

式中:  $L$  表示同轴周期慢波结构的轴向总长度。

利用分部积分法以及各区域内部结构的周期特性, 式(14)可以化简为

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} [1 - (m-n)h_0 k_n / T_n^2] \{A_n \int_0^{L_0} \cos[(m-n)h_0 z] J_0(T_n R_i(z)) dz + B_n \int_0^{L_0} \cos[(m-n)h_0 z] N_0(T_n R_i(z)) dz\} = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (15)$$

式(15)可以表示为矩阵形式, 即

$$\sum_{m, n=-\infty}^{+\infty} [\mathbf{D}_{nm}^{(11)} A_n + \mathbf{D}_{nm}^{(12)} B_n] = 0, \quad \sum_{m, n=-\infty}^{+\infty} [\mathbf{D}_{nm}^{(21)} A_n + \mathbf{D}_{nm}^{(22)} B_n] = 0 \quad (16)$$

$$\mathbf{D}_{mm}^{(11)} = [1 - (m - n)h_0 k_n / T_n^2] \int_0^{L_0} \cos[(m - n)h_0 z] J_0(T_n R_1(z)) dz \quad (17)$$

$$\mathbf{D}_{mm}^{(12)} = [1 - (m - n)h_0 k_n / T_n^2] \int_0^{L_0} \cos[(m - n)h_0 z] N_0(T_n R_1(z)) dz \quad (18)$$

$$\mathbf{D}_{mm}^{(21)} = [1 - (m - n)h_0 k_n / T_n^2] \int_0^{L_0} \cos[(m - n)h_0 z] J_0(T_n R_2(z)) dz \quad (19)$$

$$\mathbf{D}_{mm}^{(22)} = [1 - (m - n)h_0 k_n / T_n^2] \int_0^{L_0} \cos[(m - n)h_0 z] N_0(T_n R_2(z)) dz \quad (20)$$

令  $\mathbf{D}_{mm}$  均为  $M$  阶方阵,  $A_n$  和  $B_n$  不全为零的条件为

$$\det(\mathbf{D}) = 0, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{(11)} & \mathbf{D}^{(12)} \\ \mathbf{D}^{(21)} & \mathbf{D}^{(22)} \end{bmatrix} \quad (21)$$

式中:  $m$  和  $n$  的取值范围为  $-(M - 1)/2 \leq m, n \leq (M - 1)/2, M$  为奇数。

由于程序计算 Bessel 函数是利用多项式逼近方法, 在计算大幅值复宗量的第二类 0 阶 Bessel 函数时, 计算结果为复数, 其虚数部分计算结果误差较大, 在进行行列式计算时, 这种误差会急剧增长, 造成数值上无法正确求解色散关系。但是其实数部分的计算结果误差较小, 所以我们可以将式(21)的有效解化为

$$\det(\mathbf{D}_{\text{Re}}) = 0, \quad \mathbf{D}_{\text{Re}} = \text{Real} \begin{bmatrix} \mathbf{D}^{(11)} & \mathbf{D}^{(12)} \\ \mathbf{D}^{(21)} & \mathbf{D}^{(22)} \end{bmatrix} \quad (22)$$

式中:  $\text{Real}[\quad]$  代表对  $[\quad]$  内所有复数矩阵元素取实部的运算。

式(22)即为最终简化后的同轴周期慢波结构  $\text{TM}_{0n}$  模色散方程。

## 2 数值求解步骤

- (1) 在一定范围内, 对  $k_0$  离散取值, 确定基波纵向波数  $k_0$  后, 则可确定各谐波纵向波数  $k_n = k_0 + nh_0$ 。
- (2) 对一个给定的  $k_0$ , 针对  $\det(\mathbf{D}_{\text{Re}}) = 0$ , 运用二分法<sup>[11]</sup>求解相应的  $k$  值。
- (3) 对应某  $k_0$  的不止有一个  $k$  值, 而是具有多个解, 按从小到大的顺序依次标记为:  $k^{(0)}, k^{(1)}, \dots, k^{(n)}$ 。  
( $k_0, k^{(0)}$ ) 为  $\text{TM}_{00}$  色散线上的点, ( $k_0, k^{(1)}$ ) 为  $\text{TM}_{01}$  色散线上的点,  $\dots$ , ( $k_0, k^{(n)}$ ) 为  $\text{TM}_{0n}$  色散线上的点。
- (4) 连接所有 ( $k_0, k^{(n)}$ ) 点, 就构成完整的  $\text{TM}_{0n}$  色散曲线。

采用 Gauss-Legendre 数值积分法<sup>[11]</sup>求解式(17)~(20), 该数值积分的代数精度较高,  $n$  个结点的该数值积分, 理论上可达  $2n - 1$  阶代数精度。 $\mathbf{D}_{mm}$  阶数  $M$  和 Gauss 数值积分结点的取值原则: (1) 随着阶数  $M$  增大, 计算矩阵元素增多, 直到计算出的色散曲线收敛到一个稳定值; (2) 计算出的色散曲线 ( $k_0, k$ ) 为严格周期函数, 周期为  $2\pi/L_0$ 。一般来说,  $\mathbf{D}_{mm}$  方阵的阶数  $M$  取 5~9, Gauss 数值积分结点数  $n$  取 8~15 个较为合适。

## 3 计算结果

### 3.1 同轴波纹波导的色散特性

同轴波纹波导的特点是: 外导体为波纹周期慢波结构, 内导体为同轴圆柱体结构, 如图 2 所示, 其中  $R_{\text{in}}$  为同轴内导体半径,  $R_{\text{out}}$  为外导体平均半径,  $R_w$  为波纹幅值。

同轴波纹波导结构表达式为

$$R_1(z) = R_{\text{in}} = C, \quad R_2(z) = R_{\text{out}} + R_w \cos(2\pi z/L_0) \quad (23)$$

式中:  $C$  表示常数。

表 1 同轴波纹波导几何结构参数

Table 1 Geometric parameters of coaxial sinusoidal ripple waveguide

structure/cm	$R_{\text{in}}$ /cm	$R_{\text{out}}$ /cm	$R_w$ /cm	$L_0$ /cm
model_1	1.1	2.9	0.2	1.2
model_2	1.5	2.9	0.2	1.2
model_3	1.1	2.9	0.2	1.6
model_4	1.1	2.5	0.2	1.2
model_5	1.1	2.9	0.1	1.2

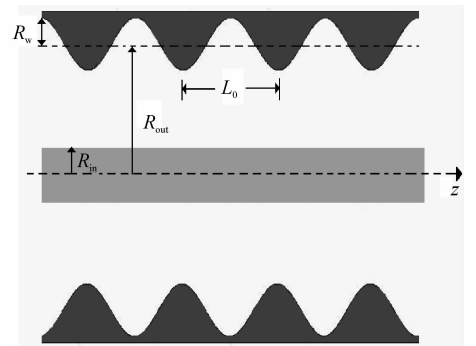


Fig. 2 Schematic of coaxial sinusoidal ripple waveguide

图 2 同轴波纹波导示意图

将表 1 的几何结构参数代入 Matlab<sup>[12]</sup> 程序, 求解的同轴波纹

波导 model\_1 的色散特性如图 3 所示。由图可见:  $TM_{00}$  为主模,截止频率为 0。具有 TEM 的无截止特性,但是存在纵向电场分量  $E_z$ ,因此可称该模式为准 TEM 模。同轴行波管主要利用该模式为工作模式,同轴返波管主要利用  $TM_{01}$  为工作模式。

图 4 为内导体半径对同轴波纹波导色散特性的影响。由图可见:增加内导体半径,对主模  $TM_{00}$  模无影响,其它模式的色散曲线均有所上移; $TM_{01}$  模上限截止频率不变,下限截止频率有所增加,通频带被压缩。因此,通过增大内导体半径,可以增加主模与其它高阶模的隔离度,对于  $TM_{01}$  模可以提高器件的工作频率。

图 5 为周期长度对同轴波纹波导色散特性的影响。由图可见:增加周期长度,各个模式的色散曲线均有所下移,主模  $TM_{00}$  和  $TM_{01}$  下限截止频率不变,通频带被压缩。因此,增加周期长度可以降低主要工作模式的上限截止频率,使器件可以工作在更低的频率。

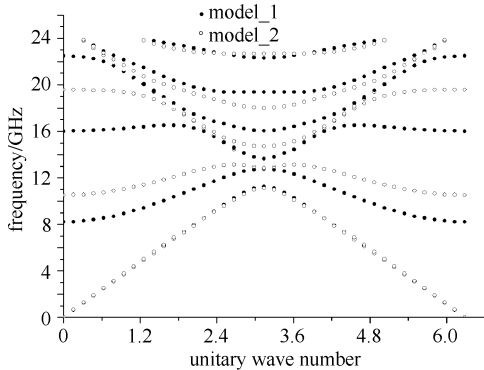


Fig. 4 Dispersion curves of coaxial sinusoidal ripple waveguide with different inner radius

图 4 内导体半径对同轴波纹波导色散曲线的影响

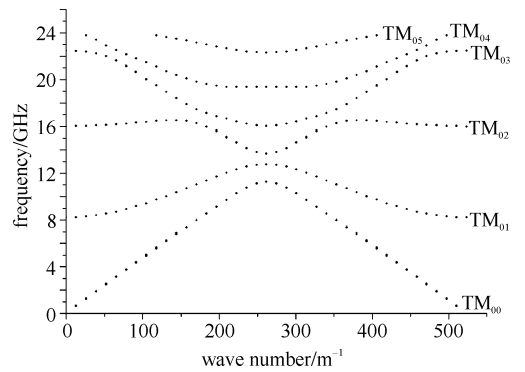


Fig. 3 Dispersion curves of coaxial sinusoidal ripple waveguide  
图 3 同轴波纹波导色散曲线

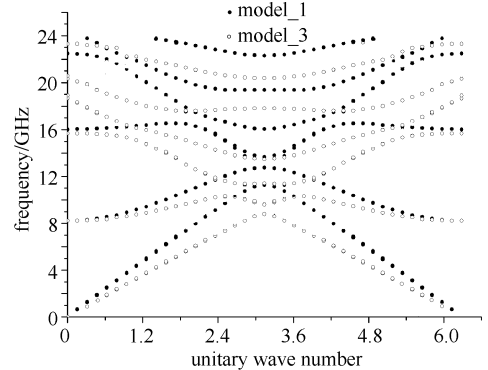


Fig. 5 Dispersion curves of coaxial sinusoidal ripple waveguide with different periodic length

图 5 周期长度对同轴波纹波导色散曲线的影响

图 6 为外导体平均半径对同轴波纹波导色散特性的影响。由图可见:减小外导体平均半径,对主模  $TM_{00}$  模无影响,其它模式色散曲线均有所上移; $TM_{01}$  模上限截止频率不变,下限截止频率有所增加,通频带被压缩。因此,减小外导体平均半径可以增加主模与其它高阶模的隔离度,对于  $TM_{01}$  模可以提高器件的工作频率。

图 7 为波纹幅值对同轴波纹波导色散特性的影响。由图可见:减小波纹幅值,各个模式的色散曲线均有所上移,主模  $TM_{00}$  和  $TM_{01}$  下限截止频率不变,通频带被展宽。因此,减小波纹幅值可以增加主要工作模式的上限截止频率,使器件可以在更高的频率工作。

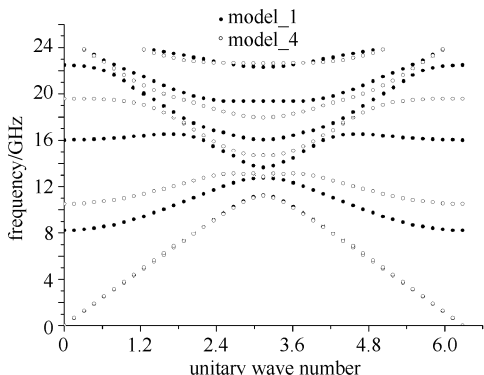


Fig. 6 Dispersion curves of coaxial sinusoidal ripple waveguide with different average outer radius

图 6 外导体平均半径对同轴波纹波导色散曲线的影响

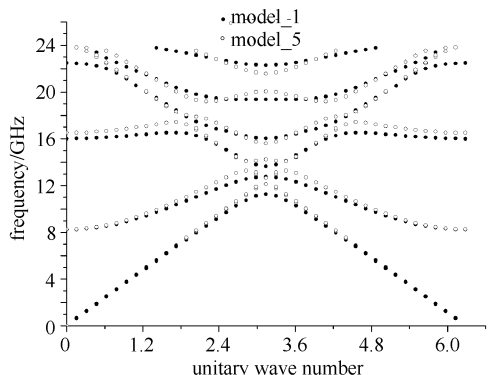


Fig. 7 Dispersion curves of coaxial sinusoidal ripple waveguide with different sinusoidal amplitude

图 7 波纹幅值对同轴波纹波导色散曲线的影响

表 1 中的 model\_1 结构如图 8 所示。我们分别运用本文的数值算法和多维全电磁模拟软件计算了 model

1 的主模  $TM_{00}$  色散曲线,结果如图 9 所示。可以看出:数值结果与软件模拟结果基本吻合。这验证了数值算法的可靠性。运用多维全电磁模拟软件进行色散关系求解的缺点是:几何结构建模复杂,相关设置繁琐,计算时间长,还要在众多计算结果中根据场分布特性来寻找出需要的  $TM_{0n}$  模式。

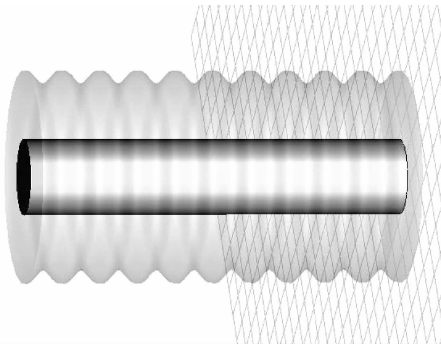


Fig. 8 3-D figure of coaxial sinusoidal ripple waveguide

图 8 同轴波纹波导的 3 维结构图

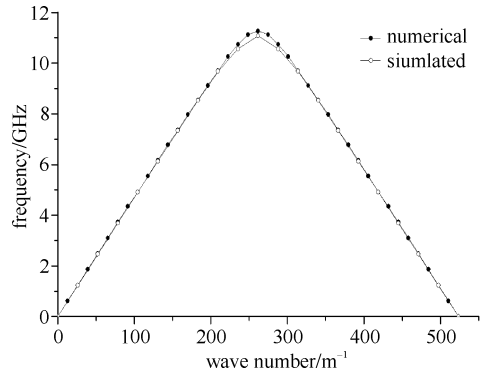


Fig. 9 Comparison of  $TM_{00}$  dispersion curves in coaxial sinusoidal ripple waveguide

图 9 同轴波纹波导  $TM_{00}$  色散曲线对比图

### 3.2 同轴双波纹波导的色散特性

同轴双波纹波导结构的特点是:内、外导体均为波纹周期慢波结构,如图 10 所示。其表达式为

$$R_1(z) = R_{in} + R_{w1} \cos(2\pi z/L_0), \quad R_2(z) = R_{out} + R_{w2} \cos(2\pi z/L_0) \quad (24)$$

式中: $R_{w1}$  和  $R_{w2}$  分别为内外导体的波纹幅值。

将表 2 的几何结构参数代入 Matlab<sup>[12]</sup> 程序,求解了同轴双波纹波导的色散特性。

表 2 同轴双波纹波导几何结构参数

Table 2 Geometric parameters of coaxial dual sinusoidal ripples waveguide

structure/cm	$R_{in}$ /cm	$R_{w1}$ /cm	$R_{out}$ /cm	$R_{w2}$ /cm	$L_0$ /cm
model_1	1.1	0.2	2.9	0.2	1.2
model_2	1.1	0.2	2.5	0.2	1.2
model_3	1.1	0.2	2.9	0.1	1.2
model_4	1.5	0.2	2.9	0.2	1.2
model_5	1.1	0.1	2.9	0.2	1.2
model_6	1.1	0.2	2.9	0.2	1.6

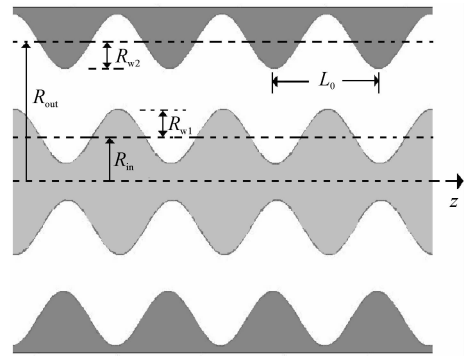


Fig. 10 Schematic of coaxial dual sinusoidal ripples waveguide

图 10 同轴双波纹波导示意图

图 11 为外导体平均半径对同轴双波纹波导色散特性的影响。由图可见:减小外导体平均半径,对主模  $TM_{00}$  模无影响,其它模式的色散曲线均有所上移; $TM_{01}$  模上限截止频率不变,下限截止频率有所增加,通频带被压缩。因此,减小外导体平均半径,可以增加主模与其它高阶模的隔离度,对于  $TM_{01}$  模,可以使器件工作于更高的频率上。

图 12 为外导体波纹幅值对同轴双波纹波导色散特性的影响。由图可见:减小外导体波纹幅值,对主模  $TM_{00}$  模无影响,其它模式的色散曲线均有所上移, $TM_{01}$  下限截止频率不变,通频带被展宽。因此,减小外导体波纹幅值,可以增加主模与其它高阶模的隔离度,对于  $TM_{01}$  模可以使器件工作于更高的频率上。

图 13 为内导体平均半径对同轴双波纹波导色散特性的影响。由图可见:增加内导体平均半径,对主模  $TM_{00}$  模无影响,其它模式的色散曲线均有所上移; $TM_{01}$  模下限截止频率有所增加,通频带被压缩。因此,增加内导体平均半径,可以增加主模与其它高阶模的隔离度,对于  $TM_{01}$  模可以使器件工作于更高的频率上。

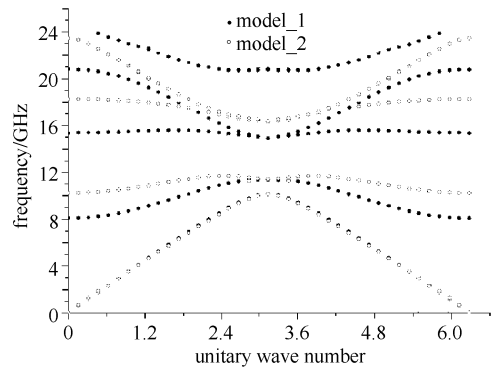


Fig. 11 Dispersion curves of coaxial dual sinusoidal ripples waveguide with different average outer radius

图 11 外导体平均半径对同轴双波波导色散曲线的影响

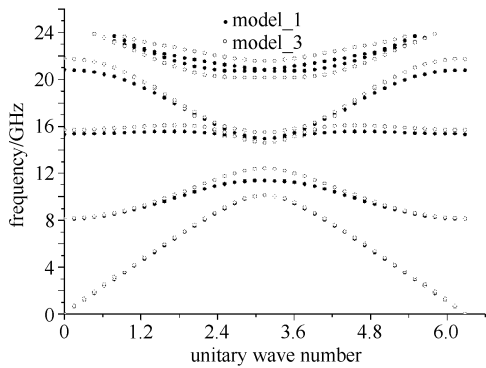


Fig. 12 Dispersion curves of coaxial dual sinusoidal ripples waveguide with different outer sinusoidal amplitude  
图 12 外导体波纹幅值对同轴双波纹波导色散曲线的影响

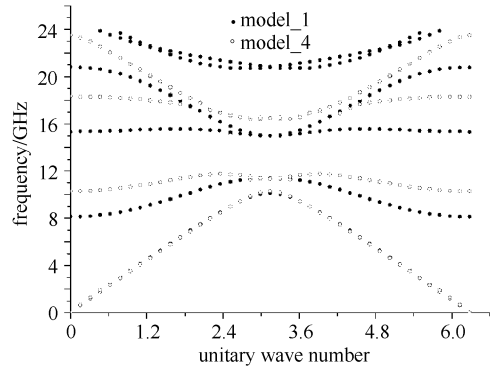


Fig. 13 Dispersion curves of coaxial dual sinusoidal ripples waveguide with different average inner radius  
图 13 内导体平均半径对同轴双波纹波导色散曲线的影响

图 14 为内导体波纹幅值对同轴双波纹波导色散特性的影响。由图可见:减小内导体波纹幅值,各模式的色散曲线均有所上移,主模  $TM_{00}$  和  $TM_{01}$  下限截止频率不变,通频带被展宽。因此,通过减小内导体波纹幅值,可以增加主要工作模式的上限截止频率,使器件可以工作在更高的频率。

图 15 为周期长度对同轴双波纹波导色散特性的影响。由图可见:增加周期长度,各个模式的色散曲线均有所下移,主模  $TM_{00}$  和  $TM_{01}$  下限截止频率不变,通频带被压缩。因此,增加周期长度,可以降低主要工作模式的上限截止频率,使器件可以工作在更低的频率。

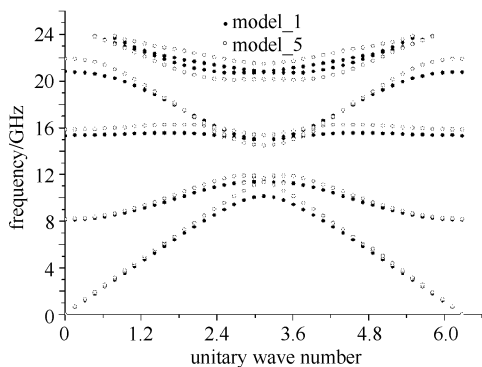


Fig. 14 Dispersion curves of coaxial dual sinusoidal ripples waveguide with different inner sinusoidal amplitude  
图 14 内导体波纹幅值对同轴双波纹波导色散曲线的影响

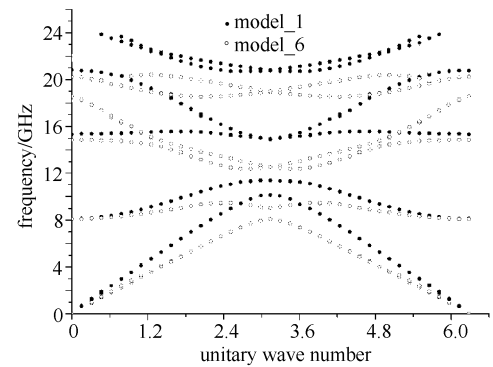


Fig. 15 Dispersion curves of coaxial dual sinusoidal ripples waveguide with different periodic length  
图 15 周期长度对同轴双波纹波导色散曲线的影响

### 3.3 同轴盘荷波导的色散特性

同轴盘荷波导的慢波结构需要无限项余弦级数来逼近。数值计算时,不可能也没有必要将展开为无限项余弦级数,而是通过有限项截断来表示的,我们取 21 项截断就能达到计算精度要求。

同轴盘荷波导的慢波结构表达式

$$R_1(z) = R_{in} = C, \quad R_2(z) = \sum_{p=0}^{20} a_p \cos(ph_0 z) \quad (p = 0, 1, \dots) \quad (25)$$

图 16 为同轴盘荷波导几何结构示意图。图 17 为同轴盘荷波导色散曲线的计算结果,相关参数为:内导体半径  $R_{in} = 3.0$  cm, 盘片内半径  $R_{out1} = 4.8$  cm, 盘片外半径  $R_{out2} = 6.4$  cm, 盘片厚度  $L_d = 0.3$  cm, 结构周期  $L_0 = 1.5$  cm。

盘荷波导的 3 维建模图形如图 18 所示。我们采用多维全电磁模拟软件计算了  $TM_{00}$  色散曲线,模拟结果与本文数值结果进行了对比,如图 19 所示。可以看出:数值结果与软件模拟结果基本吻合。验证了数值算法可靠性。图 19 与图 9 比较可知:同轴盘荷波导的色散曲线误差较大。这是因为同轴盘荷波导的慢波结构半径函数在突变点不存在一阶导数,不满足本文的色散方程求解条件,但是采用有限项傅里叶级数表示,就能满足本文的色散方程求解条件,通过增加有限项傅里叶级数的项数,就能在一定程度上减小色散曲线误差,但是始终不可能消除这种误差。

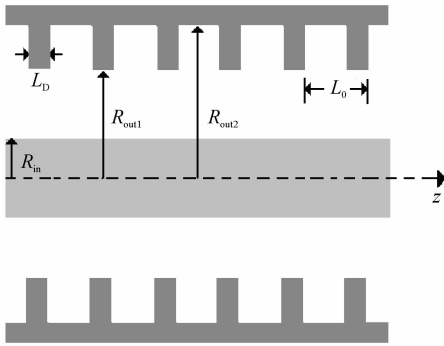


Fig. 16 Schematic of coaxial disk-loaded waveguide  
图 16 同轴盘荷纹波导示意图

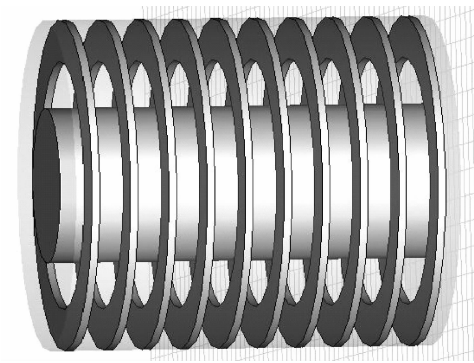


Fig. 18 3-D figure of coaxial disk-loaded waveguide  
图 18 同轴波纹波导的 3 维结构图

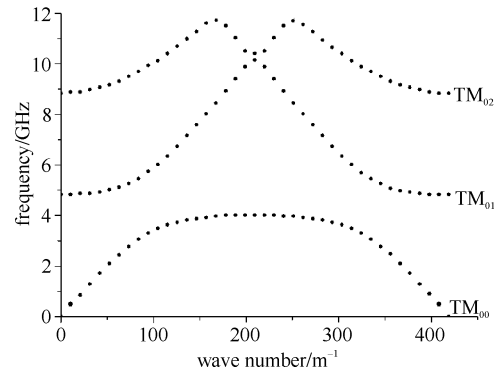


Fig. 17 Dispersion curves of coaxial disk-loaded waveguide  
图 17 同轴盘荷波导色散曲线

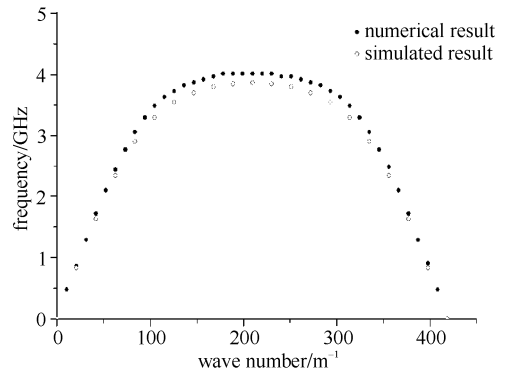


Fig. 19 Comparison of  $TM_{00}$  dispersion curves in coaxial disk-loaded waveguide  
图 19 同轴波纹波导  $TM_{00}$  色散曲线对比图

## 4 结 论

本文将场匹配法和傅里叶级数理论相结合,提出了一种原则上可数值求解任意同轴周期慢波结构  $TM_{0n}$  模色散曲线的方法。该方法具备色散方程简明,普适性和扩展性强的优点。基于该方法并根据设计高效返波管的需要,编制了计算同轴波纹波导和同轴双波纹波导色散曲线的 Matlab 程序,分析了这两类同轴大口径慢波结构的色散特性。以算例形式计算了用于 MILO 器件的同轴盘荷波导的色散特性,并将相关数值计算结果与多维全电磁模拟软件结果做了比较。计算对比结果验证了该数值算法的准确性和可靠性。

## 参考文献:

- [1] 张克潜,李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论[M]. 北京: 电子工业出版社,2001:392-402. (Zhang Keqian, Li Dejie. Electromagnetic theory for microwaves and optoelectronics. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2001:392-402)
- [2] Swegle J A, Poukey J W, Leifeste G T. Backward wave oscillator with rippled wall resonators; analytic theory and numerical simulation[J]. *Phys Fluid*, 1985, **28**(9):2882-2898.
- [3] Minami K, Carmel Y, Granastein V L, et al. Linear theory of electromagnetic wave generation in a plasma-loaded corrugated-wall resonator [J]. *IEEE Trans Plasma Science*, 1990, **18**(3):537-545.
- [4] 周传明, 刘国治, 刘永贵, 等. 高功率微波源[M]. 北京: 原子能出版社, 2007: 320-323. (Zhou Chuanming, Liu Guozhi, Liu Yonggui, et al. High power microwave sources. Beijing: Atomic Energy Press, 2007: 320-323)
- [5] 姜幼明, 王清源, 杜祥琬. 高功率高增益大直径相对论返波管[J]. 计算物理, 2002, **19**(4): 333-338. (Jiang Youming, Wang Qingyuan, Du Xiangwan. High-power high-gain large diameter coaxial backward wave oscillators. *Chinese Journal of Computational Physics*, 2002, **19**(4): 333-338)
- [6] 郭军, 鄢扬, 蒙林. 同轴波纹返波管色散特性研究及粒子模拟[J]. 强激光与粒子束, 2006, **18**(7): 1139-1143. (Guo Jun, Yan Yang, Meng Lin. Backward wave oscillators with coaxial structure: dispersion characteristics and PIC simulation. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, **18**(7): 1139-1143)
- [7] 文光俊, 李家胤, 刘盛纲, 等. 同轴波纹波导的高频特性数值分析[J]. 电子科学学刊, 1999, **21**(2): 246-251. (Wen Guangjun, Li Jiayin, Liu Shenggang, et al. Numerical analysis of high frequency characteristics of coaxial corrugated wall waveguide. *Journal of Electronics*, 1999, **21**(2): 246-251)

- [8] 董烨,董志伟,周海京. 一种数值求解慢波结构色散曲线的新方法[J]. 信息与电子工程,2006,**4**(5):331-336. (Dong Ye, Dong Zhiwei, Zhou Haijing. New numerical method of computing dispersion curves in SWS. *Information and Electronic Engineering*, 2006, **4**(5):331-336)
- [9] 董烨,董志伟,周海京. 含电子束任意轴对称周期慢波结构色散曲线的数值计算[J]. 微波学报,2007,**23**(5):53-58. (Dong Ye, Dong Zhiwei, Zhou Haijing. Numerical computation of dispersion curves in an arbitrary axial symmetric periodic SWS including an electron beam. *Journal of Microwaves*, 2007, **23**(5):53-58)
- [10] 董烨,董志伟,周海京. 轴对称渐变型类周期慢波结构的色散特性[J]. 强激光与粒子束,2007,**19**(9):1526-1532. (Dong Ye, Dong Zhiwei, Zhou Haijing. Dispersion characteristic of arbitrary axial-symmetric tapered quasi-periodic slow-wave structure. *High Power Laser and Particle Beams*, 2007, **19**(9):1526-1532)
- [11] 颜庆津. 数值分析[M]. 北京:北京航空航天大学出版社,1999:249-255. (Yan Qingjin. Numerical analysis. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1999:249-255)
- [12] 王沫然. Matlab 与科学计算[M]. 北京:电子工业出版社,2003:169-194. (Wang Moran. Matlab and scientific computation. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2003:169-194)

## Universal algorithm for computing dispersion characteristics of arbitrary coaxial periodic slow-wave structure

Dong Ye, Dong Zhiwei, Yang Wenyuan, Zhou Haijing

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, P. O. Box 8009, Beijing 100088, China*)

**Abstract:** This article has put forward a numerical method which could compute dispersion curves in an arbitrary coaxial periodic slow-wave structure, based on field-matching method and Fourier series theory. This numerical method has strong universality and expansibility in designing slow-wave structures. Using this numerical method, the dispersion curves of the coaxial sinusoidal ripple waveguide and the coaxial dual sinusoidal ripples waveguide were computed by programming Matlab codes, and their dispersion characteristics were analyzed and discussed. The dispersion curves of the coaxial disk-loaded waveguide were computed by this numerical method as an example. The numerical results were compared with the simulated results of a multidimensional full electromagnetic software, and the reliability of this numerical method was validated.

**Key words:** coaxial periodic slow-wave structure; dispersion characteristics; field-matching method; Fourier series; numerical computation; high power microwave