

文章编号: 1001-4322(2008)01-0147-04

# 相对论电子束在离子通道中的聚焦与运输\*

周华芳, 唐昌建

(四川大学 物理科学与技术学院, 成都 610065)

**摘要:** 基于单粒子理论,描述了相对论电子束在离子通道中的聚焦运输过程,讨论了离子-电子密度比、相对论因子、束加速电压和入射电流等系统参数对电子束的聚焦半径、纵向聚焦位置的影响。研究表明,离子通道对电子束具有强烈的聚焦效应,束流在离子通道内的传输是类周期波动传输,随传输距离增加,聚焦点处的半径逐渐增加,束流的波动幅度逐渐减小。选择适当的系统参数,可调节束聚焦点位置和聚焦点半径的大小,实现电子束的长距传输并且减少电子束的耗散。

**关键词:** 等离子体; 相对论电子束; 离子聚焦通道; 离子运输

**中图分类号:** O53 **文献标识码:** A

近年来,相对论电子束的离子聚焦方式(IFR)在引导电子束的运输和受激辐射方面的研究工作受到高度关注<sup>[1-3]</sup>。在高功率微波源领域,新型高功率微波源 PASOTRON<sup>[3-7]</sup>由 Schumacher 等人于 1989 年在 Hughes 实验室建立,这种新型微波源在 0.5 MW 工作时有 50%的效率,工作于超过 1 MW 时效率也在 30%以上。由于进入慢波结构内的聚焦束电子比散布在慢波结构和波导壁之间的束电子对束-波能量转化的效率更高<sup>[5]</sup>,因此,研究离子通道中束流的聚焦形态与运输特性具有重要意义。在离子通道激光(ICL)<sup>[8-9]</sup>以及激光诱导等离子体产生电磁辐射<sup>[10-11]</sup>等研究中,电子的离子聚焦方式也十分重要。本文借助于单粒子理论,研究了相对论电子束的离子聚焦运输特性,以及束电流、束电压、通道内离子密度与电子密度比等参数对束流聚焦点处的聚焦半径和轴上位置的影响,为相关器件的设计提供一定的理论数据支撑。

## 1 相对论电子束的离子聚焦运输特性

本文所研究的相对论电子束在离子通道中传输的物理模型为:(1) 头部电子束碰撞中性气体的离子化过程已经结束,等离子体中的电子已被束电子排开,在其传输的轨道柱上留下相对不动的暂态离子群,离子通道已经形成,电子束在离子通道内传输。(2) 通道外的等离子体被认为是准中性的,处于暂稳态;在研究的时间范围内通道中  $\partial n_i / \partial t \approx 0, \nabla n_i = 0$ , 其中  $n_i$  为通道内的离子数密度。(3) 发射的电子束初态是实心柱形电子束,入射通道内的发射度为零。相对论电子束中最外层电子在离子通道中的运动方程为

$$d(\gamma \mathbf{v}) / dt = \eta(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (1)$$

式中:  $\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ , 为相对论因子;  $\eta$  为电子荷质比;  $\mathbf{v}$  为最外层电子在离子通道中的速度;  $\mathbf{E}$  为空间电荷电场;  $\mathbf{B} = -(\mu_0 I_0 / 2\pi r) \mathbf{a}_\theta$  ( $\mathbf{a}_\theta$  为角向单位矢量), 为电子束运输过程中产生的角向磁场。

离子通道中最外层电子的电位为

$$V(r, z) = V(z) - [\rho_+ - \rho_e] \frac{r}{4\epsilon_0} = V(z) - \left[ \rho_+ - \frac{I_0}{\pi v r^2} \right] \frac{r^2}{4\epsilon_0} \quad (2)$$

式中:  $V(r, z)$  为空间电位,  $V(z)$  为轴上电位, 考虑在轴向无加速电场的情况,  $V(z)$  为常量;  $\rho_+$  为正离子的电荷密度;  $\rho_e = I_0 / \pi v r^2$  为电子束中电子密度;  $I_0$  为束电流<sup>[12-13]</sup>。束-等离子体相互作用空间的径向电场大小和电子束的速度分别为

$$\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{I_0 / 2\pi\epsilon_0 v r - \rho_+ r / 2\epsilon_0}{1 + (I_0 \eta / 4\pi\epsilon_0 v^3)(1 + \eta V / c^2)^{-3}} \quad (3)$$

$$v = c \sqrt{1 - \left[ 1 + \eta \frac{V(r, z)}{c^2} \right]^{-2}} \quad (4)$$

\* 收稿日期: 2007-08-06; 修订日期: 2007-11-22

基金项目: 国家自然科学基金资助课题(10576019)

作者简介: 周华芳(1982—), 女, 硕士, 从事电磁场与微波技术、等离子体研究; fang-210@163.com。

通讯作者: 唐昌建, 542160287@sina.com。

$$\text{令 } r' = dr/dz, \quad r'' = d^2r/dz^2 \quad (5)$$

综合考虑式(2)~(5),式(1)可以重新写为

$$r'' + \frac{(r'^2 + r'^4)v}{\gamma(1 + \eta V/c^2)^3} \frac{\partial V}{\partial r} \frac{1}{2V} + \frac{v(1 + r'^2) \sqrt{1 + r'^2}}{2\gamma V[1 + v/(c^2 - v^2)]} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} = \frac{(1 + 2r'^2 + r'^4)}{2\gamma V[1 + v/(c^2 - v^2)]} \frac{\partial V}{\partial r} \quad (6)$$

$$\text{令 } A(r) = \frac{v}{\gamma(1 + \eta V/c^2)^3} \frac{1}{2V} \frac{\partial V}{\partial r}, \quad B(r) = \frac{1}{\gamma[1 + v/(c^2 - v^2)]} \frac{1}{2V} \frac{\partial V}{\partial r}, \quad C(r) = \frac{\mu_0 I_0 v \sqrt{1 + r'^2}}{4\pi V \gamma[1 + v/(c^2 - v^2)]}$$

则式(6)可简化为

$$r'' + A(r'^2 + r'^4) + C \frac{1 + r'^2}{r} = (1 + 2r'^2 + r'^4)B \quad (7)$$

令  $R = r'$ , 原式(7)转化为

$$R_{i+1} = R_i + \Delta z[(1 + 2R_i^2 + R_i^4)B - C \frac{1 + R_i^2}{R_i} - A(R_i^2 + R_i^4)] \quad (8)$$

$$r_{i+1} = r_i + R_{i+1} \Delta z \quad (9)$$

从上述方程可以看出,在离子的背景电场作用下,通道内电子束的输运过程本质上是束流的空间电荷场与束自身运动状态的自恰作用过程。通过以上方程组能够计算出相对论电子束的离子聚焦输运包络轨迹。相对论电子束以发射度为零即平行射入离子通道内,束加速电压  $V_0 = 100$  kV,入射电流  $I_0 = 550$  A,通道中离子密度  $n_i = 2.2 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ ,电子束入射初始半径  $r_0 = 2.5$  cm。相对论电子束离子聚焦输运包络轨迹如图1所示,相对论电子束在离子通道内的输运是类周期波动传输,图中  $J$  代表聚焦点, $Z$  代表束波动最大处的位置。 $J_1, J_2, J_3$  和  $Z_1, Z_2, Z_3$  位置对应的束半径分别为 0.40, 0.42, 0.46, 2.50, 2.48, 2.42 cm。可以发现,聚焦点处的束半径随着传输距离的增加而有所增加,第一聚焦点束半径最小,电子束在此处的聚焦效果较好。束最大波动处的束半径随传输距离的增加而逐渐减小。从整个输运过程来看,随着传输距离的增加,电子束传输波动幅度逐渐减小。

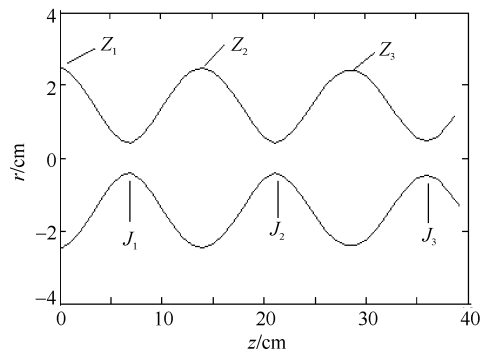


Fig. 1 Envelope trajectory of relativistic electron beams during ion focusing

图1 相对论电子束的离子聚焦输运过程中束包络轨迹

## 2 电子束传输的相对论效应

电子束高速传输过程中,相对论因子对束离子聚焦输运特性有一定影响。由公式  $\gamma = 1 + \eta V_0/c^2$  知,束流开始进入聚焦区域时,电子的速度由加速电压  $V_0$  决定。相对论电子束平行射入离子通道中,入射电流  $I_0 = 550$  A,离子通道中离子密度  $n_i = 2.2 \times 10^{10}/\text{cm}^3$ ,入射初始半径  $r_0 = 2.5$  cm。改变加速电压为 30, 20, 10, 8, 5, 2 kV,相对论因子依次对应为 1.058 6, 1.039 1, 1.019 5, 1.015 6, 1.009 8, 1.003 9。由图2的计算可知,随着相对论因子  $\gamma$  的减小,离子通道中电子束第一聚焦点处的半径逐渐减小,第一聚焦点对应的轴上距离逐渐增大,这和文献[14]中介绍的情况一致。相对论因子的减小,可使电子束在较长的传输距离内实现聚焦,电子束的耗散减少,聚焦效果增强。

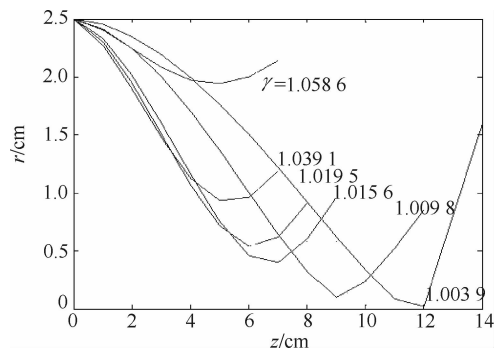


Fig. 2 Influence of relativistic factor on intense relativistic electron beams focusing

图2 相对论因子对相对论电子束离子聚焦束轨迹的影响

## 3 离子-电子密度比的变化对聚焦输运的影响

定义  $f = n_i/n_0$  为通道中初始离子-电子束密度比。图3给出了不同  $f$  情况下相对论电子束在离子通道中的输运特性。计算表明,改变离子通道中的离子密度  $n_i$  使  $f$  发生改变,对束离子聚焦输运过程中第一聚焦点

半径和它对应的轴上位置影响很大。由图 3 可知,当  $f < 0.65$  时,电子束进入离子通道后束半径开始扩大,电子束发散。当  $f \approx 0.65$  时,相对论电子束在离子通道传输过程中束半径几乎保持初始状态不变,波动幅度很小,无聚焦现象。可见, $f$  存在一阈值  $f_1$ ,当  $f < f_1$  时,没有聚焦现象。随着  $f$  的进一步增加,入射电子束开始出现聚焦现象。聚焦点处的半径随  $f$  增加而逐渐减小,聚焦点对应的轴上位置逐渐减小,束波动幅度变大。当  $f \approx 3$  时,电子束在很短的传输距离内达到很小的聚焦半径,随后电子束快速发散,周期波动现象不再出现。可见, $f$  还存在另一阈值  $f_2$ ,当  $f > f_2$  时,同样没有聚焦现象。究其原因,在束-离子聚焦输运过程中,当电子束聚焦半径很小以致束电子间电荷场很大时,电子因受到强排斥力作用而迅速向外发散。故在束-离子聚焦输运过程中, $f$  分别存在一上下阈值  $f_1$  与  $f_2$ ,在  $f_1 < f < f_2$  范围内,束-离子聚焦过程是类周期波动聚焦传输。在  $f < f_1$  或者  $f > f_2$  的范围内,电子束发散,无稳定聚焦现象。由此可知,适当选择离子通道中离子与电子密度比  $f$ ,可调节电子束第一聚焦点处的半径和对应的轴上位置,实现电子束可控制有效聚焦。

#### 4 束电流对聚焦输运过程的影响

入射电子束电流的改变,对束-离子聚焦输运过程中第一聚焦点半径和位置也有重要影响。图 4 中绘出了不同束电流的聚焦输运过程。束的加速电压  $V_0$  为 100 kV,离子通道内离子密度  $n_i = 2.2 \times 10^{10} / \text{cm}^3$ ,入射初始半径  $r_0 = 2.5 \text{ cm}$ 。轨迹线从上往下依次对应入射电流  $I_0$  为 1 500, 900, 700, 500, 400 A。由图 4 可知,随着相对论电子束电流的减小,离子通道中离子-电子密度比增加,离子通道中电子束第一聚焦点的聚焦半径逐渐减小,聚焦点对应的轴上位置也逐渐减小。故根据实际的束入射电流,我们可设计相应的束传输器件,减少电子因碰撞波导壁而引起的电子束耗散,实现电子束的有效聚焦。

#### 5 实心电子束的离子聚焦输运特性

在电子密度和离子通道中离子密度可以比拟( $f \approx 1$ )的情况下,实心电子束开始进入离子通道中时,束流主要受离子通道场和自场(束自身产生的电场和磁场)的作用,忽略束电子间的碰撞,电子束可看作分层结构,每层都满足上述包络方程。初始半径  $r_0$  为 2.5 cm 的电子束分层后,其各层电子在离子通道内传输的轨迹如图 5 所示。在聚焦前各层电子轨迹无交叉,内层电子波动幅度较小,集中在中心轴附近做小振幅波动传输,外层电子波动幅度大。每层电子几乎在相同的轴上位置处聚焦。在聚焦点处,电子束密度急剧增加。值得注意的是,当聚焦点处的电子束密度远大于背景离子密度,电子间的强空间电荷斥力在电子束传输中起主要作用时,束流不再类周期波动传输而是在第一次聚焦后出现散焦现象。

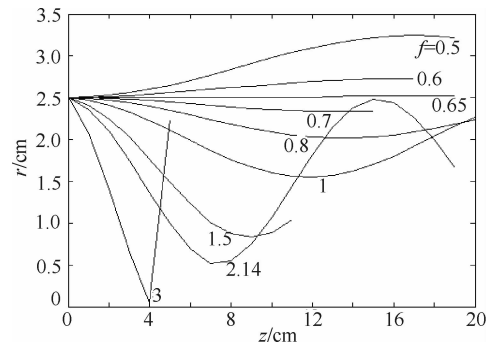


Fig. 3 Influence of ion-electron density ratio on propagation of intense relativistic electron beams

图 3 不同离子-电子密度比情况下对应的相对论电子束包络轨迹

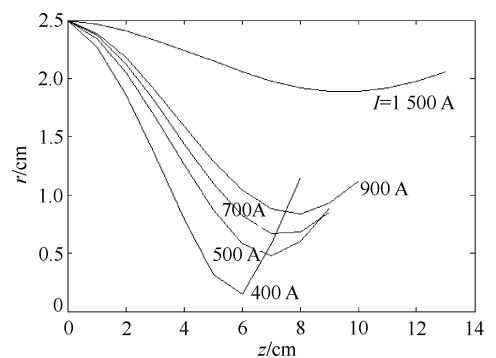


Fig. 4 Influence of beam current on intense relativistic electron beams focusing

图 4 电流变化对相对论电子束离子聚焦包络轨迹影响

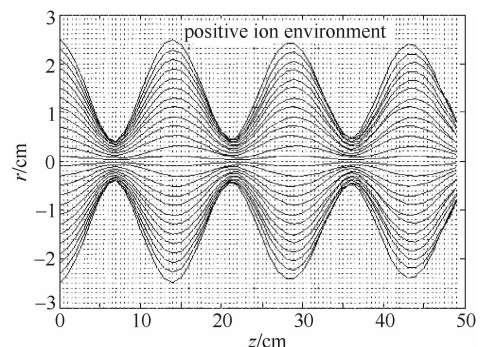


Fig. 5 Transmission trace of solid relativistic electron beams in ion focusing channel

图 5 实心电子束在离子通道中的运输情况

## 6 结 论

相对论电子束在离子通道内输运过程中的确存在聚焦现象。束流在离子通道内的传输是类周期波动传输,随传输距离的增加,聚焦点处的半径逐渐增加,束波动幅度逐渐减小。离子通道中离子-电子密度比的增加或电子束入射电流的减少,均会导致束流聚焦输运过程中第一聚焦点的聚焦半径和对应的轴上位置减小。相对论因子的减小,使聚焦点对应的轴上位置增大,而聚焦点的半径减小。选择不同的束加速电压或入射电流,可调节聚焦点聚焦半径和它对应的轴上位置。实心电子束离子聚焦传输过程中,内层电子在中心轴附近做小幅度波动,外层电子波动幅度较大。当电子束在聚焦点处的密度增大到一定程度时,电子间的强空间电荷斥力不可忽略时,电子束在离子通道内的传输出现散焦现象。

### 参考文献:

- [1] Whittum D H, Sessler A M, Dawson J M. Ion-channel laser[J]. *Phys Rev Lett*, 1990, **64**:2511-2514.
- [2] 唐昌建, 钱尚介. 离子通道相对论电子束受激辐射非线性理论[J]. 物理学报, 2002, **51**(6):1256-1261. (Tang C J, Qian S J. The nonlinear theory of cyclotron electron stimulated radiation in an ion-channel. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(6):1256-1261)
- [3] Nusinovich G S, Garmel Y, Shkvarunets A G, et al. The pasotron: progress in the theory and experiments[J]. *IEEE Trans on Plasma Sci*, 2005, **52**: 845-857.
- [4] Ponti E S, Goebel D M, Poeschel R L. Beam focusing and plasma channel formation in the PASOTRON HPM source[C]// Proc of SPIE. 1996, **2843**:240-250.
- [5] Goebel D M. Efficiency enhancement in high power backward-wave oscillators[J]. *IEEE Trans on Plasma Sci*, 1999, **27**: 800-809.
- [6] Goebel D M, Ponti E S, Feicht J R, et al. RON high-power microwave source performance[C]// Proc of SPIE. 1996, **2843**:69-78.
- [7] Abu-elfadl T M, Nusinovich G S, Shkvarunets A G, et al. Efficiency of helix PASOTRON backward-wave oscillator[J]. *IEEE Trans on Plasma Sci*, 2002, **30**(3):1126-1133.
- [8] Chen K R, Dawson J M, et al. Modeling of dynamical processes in laser ablation[J]. *IEEE Trans on Plasma Sci*, 1995, **23**: 1-5.
- [9] Esarey E, Shadwick B A, Catravas P, et al. Synchrotron radiation from electron beams in plasma-focusing channels[J]. *Phys Rev E*, 2002, **65**(5):1-5.
- [10] Heidecker E, Uhlenbusch J, Uhlenbusch J, et al. Time-resolved study of a laser-induced surface plasma by means of a beam deflection[J]. *J Appl Phys*, 1988, **64**:2291.
- [11] Arca G, Palleschi V, Palleschi V, et al. Trace element analysis in water by the laser-induced breakdown spectroscopy technique[J]. *Appl Spectrosc*, 1997, **51**:1102-1105.
- [12] 陈希. 磁自聚焦电子注的空间轨迹及传输特性[J]. 电子学报, 1999, **27**(6):16-18. (Chen X. On the space trajectory and transmission properties of magnetically self-focussing beam. *Acta Electronica Sinica*, 1999, **27**(6):16-18)
- [13] Guru R S. Electromagnetic field theory fundamentals[M]. Beijing: China Machine Press, 2002:300-350.
- [14] Bliokh Y P, Nusinovich G S. Nonlinear theory of beam-wave interaction in the pasotron with a phase-mixed electron beam[J]. *Physics of Plasma*, 2006, **13**(2):1-8.

## Propagation of relativistic electron beams in ion-focusing channel

ZHOU Hua-fang, TANG Chang-jian

(College of Physical Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

**Abstract:** The transmission characteristics of relativistic electron beams in the ion-focusing channel is given in this paper utilizing the single-particle theory, and the effects of the system parameters such as the ion-electron density ratio, the beam voltage and the beam current density on the propagation and focusing of the beam are discussed. The relativistic electron beam can be strongly focused by the ion channel, and it exhibits wave-like transmission as it passes through the ion channel. The radius of the focal point will gradually rise and the amplitude of the beam wave will reduce as the beam transmits in the channel. The results show that efficient transmission of relativistic electron beams in the ion-focusing channel can be reached by choosing appropriate ion-electron density ratio, beam voltage and beam current density.

**Key words:** Plasma; Relativistic electron beam; Ion focusing channel; Ion propagation