

多目标进化算法测试问题的设计与分析

程 鹏, 张自力

(西南大学计算机与信息科学学院, 重庆 400715)

摘要: 为了有效检测多目标优化进化算法的性能, 从3个方面进行多目标优化测试问题的设计, 即约束条件、最优解分布的均匀性、算法逼近 Pareto 最优前沿的难度, 采用 NSGA- 算法对这些测试问题进行仿真实验, 并将算法求得的最优解可视化。结果显示, 测试问题能够有效检测算法在上述3方面的性能。

关键词: 多目标优化; 进化算法; Pareto 最优; 测试问题

Design and Analysis of Test Problems for Multi-Objective Evolutionary Algorithms

CHENG Peng, ZHANG Zi-li

(College of Computer and Information Science, Southwest University, Chongqing 400715)

【Abstract】 In order to test and evaluate the performance of Multi-Objective Evolutionary Algorithm(MOEA), multi-objective optimization test problems are suggested in this paper on the following perspectives: constrained condition, uniform representation of Pareto-optimal solutions and hindrance to reach the global Pareto-optimal front. NSGA- is used to make experiments on these test problems and the non-dominated fronts are visualized. Test results show that these problems can test the algorithm's performance effectively in above three aspects.

【Key words】 multi-objective optimization; evolutionary algorithms; Pareto-optimality; test problems

1 概述

近年来涌现出了不少多目标优化进化算法(Multi Objective Evolutionary Algorithm, MOEA), 在处理某些实际问题中也得到了一些成功的应用。如何定义多目标问题的共同特征并设计一些能反映实际多目标问题基本特征的测试函数, 用于检测和评价这些算法的求解性能, 以帮助研究人员比较、改进和完善多目标优化算法, 是一项非常重要的工作。

文献[1]列举了该领域可参考的文献中发表各类测试函数。文献[2]设计了一套可扩展的多目标测试问题集。文献[3-4]提出了一个比较系统的测试问题设计模型框架及相关方法, 本文在文献[3-4]的基础上设计测试问题, 并采用 NSGA- 算法^[5]进行了仿真实验。

2 测试问题设计方法

目前已有的测试问题设计方法可分为3类^[4]: (1)多个单目标函数组合方法; (2)自底向上方法; (3)约束平面(或曲线)方法。第(1)种方法是最直观的方法, 它使用多个单目标函数构造多目标测试问题, 早期的 MOEA 研究人员常使用它。自底向上方法先构造 Pareto 前沿, 再根据前沿构造目标空间。较简单的方法是构造出平行于 Pareto 最优曲面(或曲线)的边界曲面(或曲线), 将2个曲面(或曲线)之间的区域作为搜索目标空间。第(3)种带约束的方法先确定 M 个目标取值的上下界, 这些上下界可构造一个 M 维的有界空间, 将它作为基本搜索空间, 再加入含有目标函数的约束条件, 这样会“削去” M 维有界目标空间的部分区域, 剩余部分就是可行解空间, Pareto 最优前沿往往位于可行解空间的边界, 最后设计目标函数, 将决策变量映射到目标空间。

本文采用后2种方法从不同角度设计测试函数, 并参考了文献[3-4]提出的多目标优化测试函数模型。

3 测试问题设计与仿真实验

3.1 带约束条件的测试问题设计

在多目标优化问题中加入约束条件明显增加了求解问题的难度。通过约束条件来限制可行解空间, Pareto 前沿常常位于可行解区域和不可行解区域的交界处, 而且有时候是不连续的。本文采用约束平面法设计了如下的测试函数:

$$\begin{cases} \text{Minimize } f_1=x_0 \\ \text{Minimize } f_2=(g+1)\times\text{acos}(x_0/(g+1)) \\ \text{约束:} \\ \theta=\arctg(f_2/f_1) \\ f_1^2+f_2^2-(1.5+1.5|\sin(10\pi\theta)|)^2 \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x_0 \in [0,1]$ 。本问题主要测试算法处理约束的能力。 g 函数为

$$g=(20-\text{fabs}(x_1 \times \sin(2 \times x_1)))/20, x_1 \in [0,20]$$

当 g 函数取最小值时, 图1中的虚线为无约束条件下的 Pareto 最优前沿。约束条件导致上述问题的可行解区域为图1中瓣状曲线的右上部分, Pareto 前沿为不连续的多个片段。由于通往每个前沿片段的“通道”比较狭长, 且每个片段的宽度非常窄小, 因此处理约束的难度较大。采用 NSGA- 算法对此问题进行求解, 参数设置如下: 二进制编码, 种群大小为100, 进化代数为200, 每个参数编码长度为16位, 交叉率为0.99, 变异率为0.0001, 锦标赛选择, 单点交叉。若无特殊说明, 本文其他实验均指采用 NSGA- 算法, 参数设置相同。实验证实, 若无约束条件, 按照优化目标, NSGA-

基金项目: 西南大学青年基金资助项目(SWUQ2006013)

作者简介: 程 鹏(1977-), 男, 讲师、硕士, 主研方向: 进化计算; 张自力, 教授、博士

收稿日期: 2008-12-25 **E-mail:** chengp@swu.edu.cn

求得到的 Pareto 最优解与真正的最优前沿吻合, 个体均匀分布。加式(1)的约束条件之后, 算法求得的最优解见图 1。

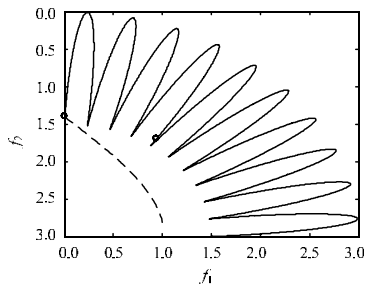


图 1 约束条件下 NSGA- 求得的最优解

由图 1 可见, 100 个最优解集中分布于 2 个区域(由于解个体比较集中, 图中只看到 2 个点), 其他几个片段没有个体分布。约束条件的加入使可行解空间具有非凸性, 算法只能找到部分 Pareto 最优前沿。

3.2 影响 Pareto 最优解集分布均匀程度的测试问题设计

在多目标优化测试函数中, 导致种群个体分布密度不均匀的因素有: 目标函数具有非线性、多变量等特征; 不同目标函数的参变量之间具有相关性; 在决策变量与参变量之间建立非线性映射; Pareto 前沿的不连续等。

对于二目标优化测试问题, 实验证实 NSGA- 算法能相对容易地将最优解集均匀分布于 Pareto 前沿上, 但随着变量个数的增多, 算法保持个体均匀性的难度也相应增加。

对于三目标以上的测试问题, 本文采用自底向上方法设计如下测试问题, 它具备上述影响个体分布均匀性的部分特点。

$$\begin{cases} f_1 = g(r)\cos(\theta_1)\cos(\theta_2) \\ f_2 = g(r)\cos(\theta_1)\sin(\theta_2) \\ f_3 = g(r)\sin(\theta_1) \\ g(r) = r^{20}, r \in [1, 2] \\ \theta_1 = x_1^{10}\pi/2, x_1 \in [0, 1] \\ \theta_2 \in [0, \pi/2] \end{cases} \quad (2)$$

本问题的 Pareto 最优前沿为半径为 1 的 1/8 球面。g 函数的设计影响了初始种群中个体分布的均匀性, 使算法偏向于在远离 Pareto 最优曲面的方向搜索最优解。而 θ_1 的取值尽管在 0~1 之间, 但更偏向于 0, 这将影响 Pareto 最优解的分布均匀性, 诱使更多的最优个体集中分布于靠近 $f_3=0$ 平面上半径为 1 的 1/4 圆弧的位置。

图 2 为 $\theta_1 = x_1^{10}\pi/2$ 时最优解的个体分布。

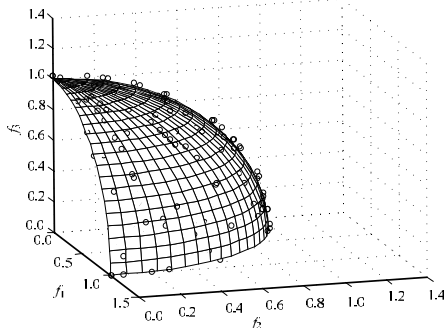


图 2 $\theta_1 = x_1^{10}\pi/2$ 时 Pareto 最优解分布

如果 $\theta_1 = x_1^{15}\pi/2$, 算法求得 Pareto 最优解如图 3 所示。如果 $\theta_1 = x_1^{20}\pi/2$, 则算法求得 Pareto 最优解集中分布于 $f_3=0$ 的平面上半径为 1 的 1/4 圆弧。可见, 在本测试问题中, θ_1 的取值会影响最优解分布的均匀性。

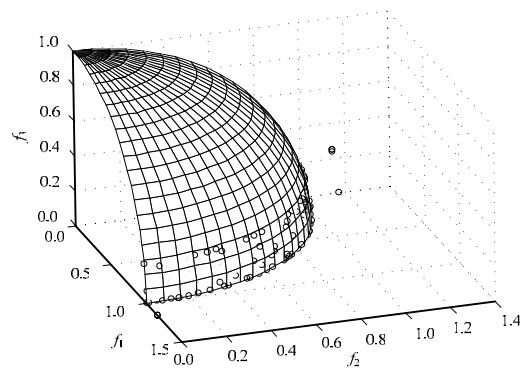


图 3 $\theta_1 = x_1^{15}\pi/2$ 时 Pareto 最优解分布

需要说明的是, 在本测试问题中, 变异率不能设置得太大, 否则会导致搜索过程的不稳定和质量的降低, 甚至会产生搜索过程中先逼近 Pareto 最优前沿, 进而又逐渐偏离 Pareto 最优前沿的现象。

3.3 检测算法逼近全局 Pareto 最优解能力的测试问题设计

通过采用骗函数、多模态函数, 可诱使 MOEA 收敛到局部最优解, 这样就增加了算法逼近全局 Pareto 最优解的难度。下面利用多模态的 Rastrigin 函数, 采用自底向上的方法设计测试函数, 以检验算法逼近全局最优解的能力。Rastrigin 函数形式如下:

$$10n + \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i))$$

当 $n=2$ 时, 它的局部最小值有 61^2-1 个, 1 个全局最小值 0, 是典型的多峰函数, 算法逼近全局 Pareto 最优解的难度较大。优化目标如下:

$$\begin{cases} \text{Minimize } f_1 = x_1 \\ \text{Minimize } f_2 = x_2 \\ \text{Minimize } f_3 = g \times (1 - ((x_1 + x_2)/g)^{0.5}) \\ g = 21 + x_3^2 + x_4^2 - 10(\cos 2\pi x_3 + \cos 2\pi x_4) \\ 0 \leq x_0 \leq 1, -40 \leq x_1 \leq 40, -40 \leq x_2 \leq 40 \end{cases} \quad (3)$$

当 $g=1$ 时, 目标函数构成的平面为真正的 Pareto 最优前沿。种群大小为 200, 变异率为 0.000 01, NSGA- 算法在经过 100 代查找后, 求得的最优解如图 4 所示。由图可见, 算法并未找到真正的 Pareto 最优前沿, 而是收敛于局部最优解。即使将进化代数增加到 500 代, 算法仍未能找到全局最优解, 获得的结果类似于 100 代搜索得到的结果。对于此类问题, 单纯地增加进化代数并不能提升算法的求解质量。

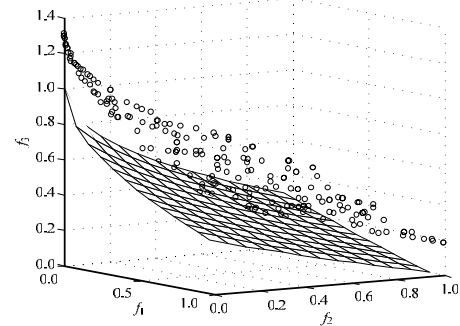


图 4 种群大小 200 时 Pareto 最优解分布

若将种群大小修改为 300, 则算法能够寻找到全局最优解, 如图 5 所示。这说明有限的种群数量使个体的多样性受到限制, 并导致算法无法找到全局最优解。如果把 x_1 和 x_2 的取值范围继续扩大, 种群规模也需扩大到一定的程度, 算法才会找到全局最优解。

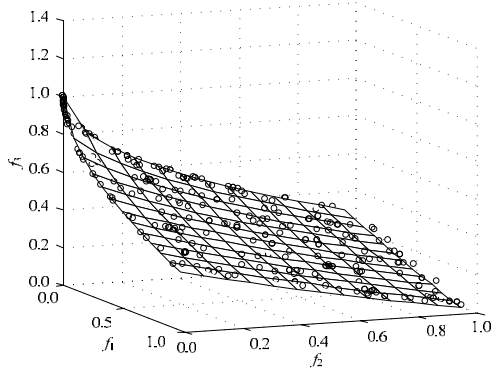


图5 种群大小 300 时 Pareto 最优解分布

注意这里同样存在变异率的设置问题。变异率应设置得较小，否则会降低 Pareto 最优解的质量。

4 结束语

为了更好地可视化实验结果，本文采用二维或三维目标函数，读者可以根据文献[4]介绍的方法将其扩展到更高维数。上述实验结果表明，对于三目标优化问题，NSGA- 能够在一定程度上保持最优解集的分布均匀性，随着条件“苛刻”程度的增加，算法求解质量受到明显影响；Rastrigin 多峰函数的采用增加了算法逼近全局 Pareto 最优解的难度，对于这类问题单纯增加进化代数效果并不明显，NSGA- 在适当增加种群规模、提高个体多样性的情况下，可以找到全局最优解集；对于本文所设计的带约束测试问题，NSGA- 只找到部分 Pareto 最优前沿，算法处理能力还有待改进。

编辑 张正兴

(上接第 237 页)

FLSSVM 训练时，搜寻参数的过程为：首先确定启发式函数中的参数，计算输入样本 $\{x_1, x_2, \dots, x_l\}$ 的最小包围球球心以及任意样本到球心的最大距离 $\max(d(x_i))$ 和最小距离 $\min(d(x_i))$ ，其中，核参数 $\lambda=0.5$, $C=8$ 。其次，确定模糊映射函数的参数。先设置参数可信因子 $h_C=\text{Min}(d(x_i))$ ，无价值因子 $h_N=\text{Max}(d(x_i))$ ，进行二维搜寻参数 δ 和 d 。参数 δ 的值范围 0.1~0.9，搜寻步长 0.01， d 的值范围 $2^{-8} \sim 2^8$ ；再固定参数 $\delta=0.05$ 和 $d=32$ ，进行二维搜寻参数可信因子 h_C 和无价值因子 h_N 。最后，用训练后得到的模型对测试样本测试，并与 LSSVM 分类相对比，分类结果见表 1。

表 1 LSSVM 和 FLSSVM 分类结果

测试样本集	LSSVM/(%)	FLSSVM/(%)
S_1	98.62±0.22	98.78±0.28
S_2	90.35±2.28	96.56±1.18

可见，对不含有噪声和孤立点的样本集 S_1 ，LSSVM 和 FLSSVM 模型分类正确率和标准偏差在数值上都接近。而对含有噪声和孤立点的样本集 S_2 ，2 种模型分类正确率都有所下降，标准偏差也较大。但是，FLSSVM 模型分类正确率较明显好于 LSSVM 模型。实验结果表明，FLSSVM 模型的抗噪能力优于 LSSVM 模型。

5 结束语

针对标准 LSSVM 对噪声或孤立点敏感的问题，本文在 LSSVM 模型中融合样本数据噪声分布的先验知识，构造模糊 LSSVM 模型，改善了 FLSSVM 在处理含有噪声或孤立点样

本灵活性。实验结果表明，该方法提高模型的抗噪能力。但与标准 LSSVM 相比，由于需要选择多个参数，因此其训练速度相对较慢。

参考文献

在评价一种 MOEA 的性能时，测试的函数选择主要取决于设计的目的和实际问题的类型，应选择与实际问题本质特征最相近的测试函数。“没有免费的午餐”(No Free Lunch, NFL)定理已经证明一种算法不可能对所有类型的测试问题的求解能力都优于其他算法。因此，不断分析总结各类问题的特征，抽象出其共同的部分，设计领域相关的测试函数来检验当前一些主流 MOEA 算法，是未来研究的方向之一。

参考文献

- [1] Van Veldhuizen D A. Multi-objective Evolutionary Algorithms: Classification, Analysis, and New Innovation[D]. Wright-Patterson AFB, Ohio : Graduate School of Engineering of the Air Force Institute of Technology, Air University, 1999.
- [2] Huband S, Barone L, While L, et al. A Scalable Multi-objective Test Problem Toolkit[C]//Proceedings of the Evolutionary Multi-criterion Optimization'05. Berlin, Germany: Springer, 2005: 280-295.
- [3] Deb K. Multi-objective Genetic Algorithms: Problem Difficulties and Construction of Test Problems[J]. Evolutionary Computation, 1999, 7(3): 205-230.
- [4] Deb K, Thiele L, Laumanns P, et al. Scalable Test Problems for Evolutionary Multiobjective Optimization[M]//Abraham A, Jain L, Goldberg R. Evolutionary Multi-objective Optimization: Theoretical Advances and Applications. [S. l.]: Springer, 2005.
- [5] Deb K, Pratap A, Agrawal S, et al. A Fast and Elitist Multi-objective Genetic Algorithm: NSGA- [J]. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.

编辑 张正兴

参考文献

- [1] Suykens J A K, Vandewalle J. Least Squares Support Vector Machine Classifiers[J]. Neural Processing Letters, 1999, 9(3): 293-300.
- [2] Shim J Y, Hwang C, Nau S. Robust LS-SVM Regression Using Fuzzy C-Means Clustering[J]. Advances in Natural Computation, 2006, 1(1): 157-166.
- [3] Lauer F, Bloch G. Incorporating Prior Knowledge in Support Vector Machines for Classification: A Review[J]. Neurocomputing, 2007, 71(7): 1-17.
- [4] Lin C F, Wang S D. Training Algorithms for Fuzzy Support Vector Machines with Noisy Data[J]. Pattern Recognition Letters, 2004, 25(14): 1647-1656.
- [5] 张英, 苏宏业, 褚健. 基于模糊最小二乘支持向量机的软测量建模[J]. 控制与决策, 2005, 25(6): 621-624.
- [6] Hyun W C. Nonlinear Feature Extraction and Classification of Multivariate Process Data in Kernel Feature Space[J]. Expert System With Application, 2007, 32 (2): 534-542.
- [7] 许亮. 基于核函数和知识的化工过程安全运行智能支持系统研究[D]. 广州: 华南理工大学, 2007.

编辑 金胡考