

具有通信约束和时延的 NCS 状态反馈镇定

陈惠英^{1,2}, 王万良², 吴晓红¹, 李祖欣¹

(1. 湖州师范学院信息工程学院, 湖州 313000; 2. 浙江工业大学信息工程学院, 杭州 310032)

摘要: 基于通信序列并考虑不确定短时延的影响, 对具有通信约束的网络控制系统进行建模, 使其成为参数不确定的集成信息调度与控制离散切换系统。基于切换系统理论和分段 Lyapunov 函数方法, 以矩阵不等式形式给出在一定周期性信息调度策略下, 使系统渐近稳定的条件, 阐述状态反馈控制器的设计方法。仿真结果证明了该方法的有效性。

关键词: 网络控制系统; 通信序列; 不确定时延; 切换系统

State Feedback Stabilization of NCS with Communication Constraints and Delay

CHEN Hui-ying^{1,2}, WANG Wan-liang², WU Xiao-hong¹, LI Zu-xin¹

(1. School of Information Engineering, Huzhou Teachers College, Huzhou 313000;

2. College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou 310032)

【Abstract】 Based on communication sequence and considering the influence of uncertain short delay, this paper models the Networked Control System(NCS) with communication constraints as a discrete switching system with uncertainty, which integrates information scheduling and control. Based on the switching system theory and piecewise Lyapunov function method, the condition for asymptotic stability of system with periodical information scheduling is derived in the form of matrix inequalities, and a state feedback controller design method is provided. Simulation results validate the validity of this method.

【Key words】 Networked Control System(NCS); communication sequence; uncertain delay; switching system

1 概述

网络控制系统(Networked Control System, NCS)是基于网络的分布式系统。与传统点对点控制系统相比, NCS 具有成本低、连线少、可靠性高、信息资源共享等优点。但通信网络的介入导致控制系统出现了许多新问题, 包括网络诱导的时延和带宽受限等。

上述问题会影响系统的稳定性和性能, 因此, 如何有效分配有限网络带宽资源并设计控制器以达到良好的控制性能已成为一个研究热点。

目前, 针对网络诱导的时延对系统稳定性和性能影响的研究较多, 而对带宽受限的研究较少。文献[1]从调度策略的角度研究该问题, 给出 2 种网络调度算法, 即静态调度算法和基于 TOD 传输协议的动态调度算法。文献[3-4]借助通信序列的概念^[2]从控制与网络资源调度的角度对系统性能进行优化。文献[3]解决了网络存在于控制器和执行器之间的信息调度问题。文献[4]对网络存在于传感器和控制器之间的信息调度和控制进行分析。上述研究均未考虑系统中网络诱导的时延。文献[5]假设网络诱导的时延是确定的, 研究存在通信约束和时延的 NCS 镇定性, 分别用 2 个马尔可夫链描述传感器和执行器访问网络的序列, 并在此基础上进行建模和控制。

2 系统建模

本文研究的具有通信约束和不确定时延的网络控制系统模型如图 1 所示。其中, τ_k^{sc} 为传感器与控制器的时延; τ_k^{ca} 为控制器与执行器间的时延。

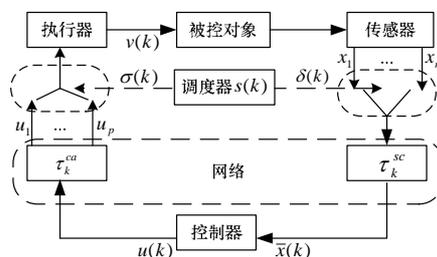


图 1 具有通信约束和不确定时延的网络控制系统模型

对系统做如下假设:

- (1) 传感器节点采用时间驱动, 采样周期为 T , 控制器节点与执行器节点均采用事件驱动。
- (2) 网络诱导的总时延 $\tau_k = \tau_k^{sc} + \tau_k^{ca}$ 是时变不确定的, 且满足 $0 < \tau_k < T$ 。

设被控对象方程为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bv(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x(t) \in R^n, v(t) \in R^p, y(t) \in R^q$ 分别为对象的状态、输入和输出; A, B, C 为具有相应维数的定常矩阵。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60573123)

作者简介: 陈惠英(1979 -), 女, 讲师、博士研究生, 主研方向: 网络控制, 时滞系统; 王万良, 教授、博士生导师; 吴晓红, 讲师、硕士; 李祖欣, 副教授、博士

收稿日期: 2009-02-21 **E-mail:** hychen@hutc.zj.cn

调度器给定信息调度策略,在每个采样周期对传感器-控制器的调度矢量 $\delta(k)$ 和控制器-执行器的调度矢量 $\sigma(k)$ 按既定调度策略进行更新。由于受带宽限制,传感器数据或控制信号不能全部通过控制网络被传输,只能传输 d_s ($d_s \leq n$) 个状态向量和 d_c ($d_c \leq p$) 个控制信号(分别以数据包的形式传输)。令调度矢量 $s(k)=[\delta(k)\sigma(k)]$, 它由布尔量组成, $s(k) \in \{0,1\}^{n+p}$, 且 $\forall k \in \mathbb{N}$ 满足 $0 < \|s(k)\|_2^2 \leq d_s + d_c$ 。

在采样周期 k 内,调度矢量 $\delta(k)$ 决定了在该采样周期哪些传感器节点允许传输。若 $\delta_i(k)=1$ ($i=1,2,\dots,n$), 则意味着 $x_i(k)$ 被传输,否则 $x_i(k)$ 被丢弃。定义 $A_\delta(k)=\text{diag}(\delta(k))$, 则控制器节点接收到的有效数据为 $A_\delta(k)x(k)$, 而其他未被更新的数据则保持上一期的值。控制器的输入为

$$\bar{x}(k) = A_\delta(k)x(k) + (I - A_\delta(k))\bar{x}(k-1) \quad (2)$$

由于控制器采用事件驱动,因此传感器节点数据与控制信号在网络上的传输不冲突。同理,调度矢量 $\sigma(k)$ 决定了在采样周期 k 哪些控制信号允许传输。若 $\sigma_j(k)=1$ ($j=1,2,\dots,p$), 则意味着 $u_j(k)$ 被传输,否则 $u_j(k)$ 被丢弃。定义 $M_\sigma(k)=\text{diag}(\sigma(k))$, 则执行器节点接收到的有效数据为 $M_\sigma(k)u(k)$, 而其他未被更新的数据则保持上一期的值,则被控对象的输入与控制器输出存在如下的关系:

$$v(t) = \begin{cases} v(k-1) & t_k < t < t_k + \tau_k \\ M_\sigma(k)u(k) + (I - M_\sigma(k))v(k-1) & t_k + \tau_k < t < t_{k+1} \end{cases} \quad (3)$$

因此,当存在网络诱导的时延时,可以得到以下离散系统方程:

$$\begin{cases} x(k+1) = Gx(k) + H_0(\tau_k)v(k) + H_1(\tau_k)v(k-1) \\ y(k) = Cx(k) \\ \bar{x}(k) = A_\delta(k)x(k) + (I - A_\delta(k))\bar{x}(k-1) \\ v(k) = M_\sigma(k)u(k) + (I - M_\sigma(k))v(k-1) \end{cases} \quad (4)$$

其中, $G = e^{At}$, $H_0(\tau_k) = \int_0^{\tau_k} e^{At} dt B$, $H_1(\tau_k) = \int_{T-\tau_k}^T e^{At} dt B$ 。通过数学变换, $H_0(\tau_k), H_1(\tau_k)$ 可分别表示为 $H_0(\tau_k) = H_0 + DF(\tau_k)E$, $H_1(\tau_k) = H_1 - DF(\tau_k)E$, 其中, H_0, H_1, D, E 均为常数矩阵, $F^T(\tau_k)F(\tau_k) \leq I$, 具体表示式可以参考文献[6]。通过以上变换,式(4)可以转化为

$$\begin{cases} x(k+1) = Gx(k) + (H_0 + DF(\tau_k)E)v(k) + (H_1 - DF(\tau_k)E)v(k-1) \\ y(k) = Cx(k) \\ \bar{x}(k) = A_\delta(k)x(k) + (I - A_\delta(k))\bar{x}(k-1) \\ v(k) = M_\sigma(k)x(k) + (I - M_\sigma(k))v(k-1) \end{cases} \quad (5)$$

定义 1 一个周期为 N 、序列元素宽度为 l 的通信序列 s^N ($s^N = (s(0), s(1), \dots, s(N-1))$, $s(j) \in \{0,1\}^l$, $j \in \{0,1,\dots,N-1\}$) 是一个无限序列,满足 $s(k+i \times N) = s(k)$, $\forall i \in \mathbb{N}$ 。

如果给定信息调度策略是一个周期为 N 的通信序列,则序列元素宽度为 $l=n+p$ 。在采样时刻 k ,当信息的调度策略为 $s(k) = s(i)$, $i \in \{0,1,\dots,N-1\}$ 时,根据上述定义可知 $A_\delta(k) = \text{diag}(s(i,1:q))$, $M_\sigma(k) = \text{diag}(s(i,q+1:q+p))$ 。在式(5)中,除 $F(\tau_k)$ 是时变不确定外,其余参数均具有周期性,即其标称系统是离散周期性切换系统,周期为 N ,因此,称之为具有不确定性的离散周期性切换系统。

设采用具有相同周期的状态反馈控制器

$$u(k) = K(k)\bar{x}(k) \quad (6)$$

选取增广向量 $z(k) = [x^T(k) \quad \bar{x}^T(k-1) \quad v^T(k-1)]^T$, 则在此控制器作用下的闭环系统为

$$\Psi(k) = \begin{bmatrix} G + H_0(\tau_k)M_\sigma(k)K(k)\Lambda_\delta(k) & H_0(\tau_k)M_\sigma(k)K(k)(I - \Lambda_\delta(k)) & H_0(\tau_k)(I - M_\sigma(k)) + H_1(\tau_k) \\ A_\delta(k) & I - A_\delta(k) & 0 \\ M_\sigma(k)K(k)\Lambda_\delta(k) & M_\sigma(k)K(k)(I - \Lambda_\delta(k)) & I - M_\sigma(k) \end{bmatrix} = \bar{G}(k) + \bar{H}_0 M_\sigma(k)K(k)\Delta(k) + \bar{D}F(\tau_k)EM_\sigma(k)(K(k)\Delta(k) - I) \quad (7)$$

$$z(k+1) = \Psi(k)z(k) \quad (7)$$

$$y(k) = \bar{C}z(k) \quad (8)$$

$$\text{其中, } \bar{G}(k) = \begin{bmatrix} G & 0 & H_0(I - M_\sigma(k)) + H_1 \\ A_\delta(k) & I - A_\delta(k) & 0 \\ 0 & 0 & I - M_\sigma(k) \end{bmatrix}; \bar{H}_0 = \begin{bmatrix} H_0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix};$$

$$\bar{D} = \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; I_1 = [0 \ 0 \ I]; \Delta(k) = [A_\delta(k) \ I - A_\delta(k) \ 0]; \bar{C} = [C \ 0 \ 0]。$$

式(7)将信息调度策略 $s(k)$ 与状态反馈控制策略 $K(k)$ 及系统的动态性能紧密地结合起来。特别地,当 $d_s = n, d_c = p$ 时,对于 $k \in \mathbb{N}$, $s(k) = 1_{n+p}$, 该模型即为传统的具有不确定短延的离散系统模型。

3 状态反馈镇定

3.1 相关定义与引理

定义 2 给定信息调度策略是一个周期为 N 的通信序列,若存在某种系统综合方法使闭环系统稳定,则该信息调度策略是可行的。

引理^[7] 设 $W, M, N, F(k)$ 为具有适当维数的实矩阵,其中, $F(k)$ 满足 $F^T(k)F(k) \leq I$, W 为对称阵,则

$$W + MF(k)N + N^T F^T(k)M^T < 0$$

当且仅当存在常数 $\varepsilon > 0$ 使

$$W + \varepsilon MM^T + \varepsilon^{-1} N^T N^T < 0$$

3.2 主要结论

定理 1 对于式(7)描述的网络控制系统,在一个给定周期为 N 的通信序列 s^N 下,若存在对称正定矩阵 $P(k)$ ($k=0,1,\dots,N-1$),对所有满足 $F^T(\tau_k)F(\tau_k) \leq I$ 的不确定矩阵 $F(\tau_k)$,使下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -P^{-1}(k+1) & \Psi(k) \\ \Psi^T(k) & -P(k) \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

则闭环网络控制系统渐近稳定,且该信息调度策略是可行的。

证明:取分段 Lyapunov 函数 $V(z(k)) = z^T(k)P(k)z(k)$, 可得

$$\begin{aligned} \Delta V(k) &= z^T(k+1)P(k+1)z(k+1) - z^T(k)P(k)z(k) = \\ & z^T(k)\Psi^T(k)P(k+1)\Psi(k)z(k) - z^T(k)P(k)z(k) = \\ & z^T(k)(\Psi^T(k)P(k+1)\Psi(k) - P(k))z(k) \end{aligned} \quad (10)$$

根据式(9),应用 Schur^[7]补得

$$\Psi^T(k)P(k+1)\Psi(k) - P(k) < 0$$

则 $\Delta V(k) < 0$, 即式(7)描述的闭环网络控制系统是渐近稳定的,证毕。

定理 2 对于上述网络控制系统,在一个给定周期为 N 的通信序列 s^N 下,若存在对称正定矩阵 $X(k)$, 状态反馈增益矩阵 $K(k)$ ($k=0,1,\dots,N-1$) 和一组标量 $\varepsilon_i > 0$ ($i=0,1,\dots,N-1$),使下列矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} -X(k+1) + \varepsilon_i \bar{D}\bar{D}^T & \bar{G}(k)X(k) + \bar{H}_0 M_\sigma(k)K(k)\Delta(k)X(k) & 0 \\ * & -X(k) & X(k)(EM_\sigma(k)K(k)\Delta(k) - EM_\sigma(k)I_1)^T \\ * & * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix} < 0$$

总时延 $\tau_k \in [0, T]$,且是时变不确定的。当 $d_s=d_c=1$ 时,调度策略取周期为 $N=2$ 的通信序列, $s^2 =$

$\{s(0), s(1)\}$ ($s(0) = [1 \ 0 \ 1 \ 0]$, $s(1) = [0 \ 1 \ 0 \ 1]$)。根据式(7)描述的增广模型和定理 2, 利用 Matlab 中的 LMI 工具箱求解式(15), 并利用 $K(k) = Y(k)X^{-1}(k)(\Delta(k))^+$, 可得

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.029 \ 1 & -0.001 \ 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.000 \ 9 & -0.131 \ 6 \end{bmatrix}$$

经验算, K_1, K_2 就是所要求的控制律。

当初始条件 $x_0 = [-1 \ 1]^T$ 时, 不确定时延 $\tau_k \in [0, T]$ 通过 Matlab 函数 rand()实现, 闭环系统的状态响应曲线如图 2 所示。可见, 闭环系统是渐近稳定的, 说明该信息调度策略是可行的。

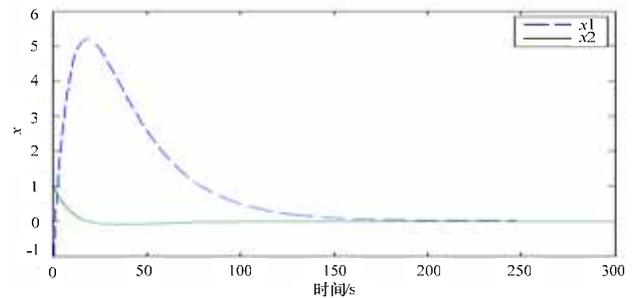


图 2 $N=2$ 时闭环系统的状态响应曲线

在同样的带宽下, 当调度策略取周期为 $N=3$ 的通信序列 $s^3 = \{s(0), s(1), s(2)\}$ ($s(0) = [1 \ 0 \ 1 \ 0]$, $s(1) = [1 \ 0 \ 1 \ 0]$, $s(2) = [0 \ 1 \ 0 \ 1]$)时, 求得状态反馈控制律为

$$K_1 = \begin{bmatrix} -0.035 \ 7 & -0.001 \ 2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} -0.040 \ 4 & -0.001 \ 6 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -0.000 \ 7 & -0.177 \ 3 \end{bmatrix}$$

图 3 为初始条件 $x_0 = [-1 \ 1]^T$ 时的状态响应, 系统渐近稳定。与图 2 相比, $N=3$ 时的调度策略可以使系统具有更优的系统响应特性。

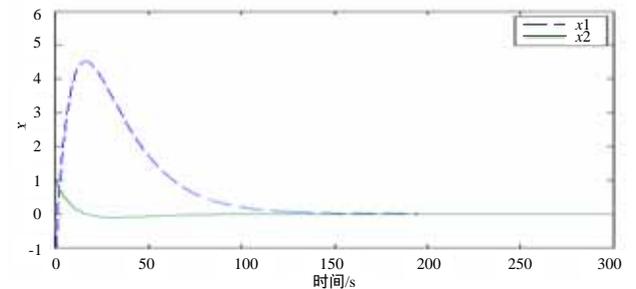


图 3 $N=3$ 时闭环系统的状态响应曲线

5 结束语

由于网络控制系统受带宽限制和时延等因素的影响, 因 (下转第 19 页)

则上述闭环网络控制系统渐近稳定, 且该信息调度策略是可行的。其中, “*” 表示依据对称性得到的矩阵元素。

证明:

将 $\Psi(k) = \bar{G}(k) + \bar{H}_0 M_\sigma(k)K(k)\Delta(k) + \bar{D}F(\tau_k)EM_\sigma(k)K(k)\Delta(k) - I_1$ 代入式(9), 经变换得

$$\begin{bmatrix} -P^{-1}(k+1) & \bar{G}(k) + \bar{H}_0 M_\sigma(k)K(k)\Delta(k) \\ * & -P(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{D} \\ 0 \end{bmatrix} F(\tau_k) \begin{bmatrix} 0 & EM_\sigma(k)K(k)\Delta(k) - EM_\sigma(k)I_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & EM_\sigma(k)K(k)\Delta(k) - EM_\sigma(k)I_1 \end{bmatrix}^T F^T(\tau_k) \begin{bmatrix} \bar{D} \\ 0 \end{bmatrix} < 0$$

根据引理, 式(12)等价于

$$\begin{bmatrix} -P^{-1}(k+1) & \bar{G}(k) + \bar{H}_0 M_\sigma(k)K(k)\Delta(k) \\ * & -P(k) \end{bmatrix} + \varepsilon_i \begin{bmatrix} \bar{D} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{D} \\ 0 \end{bmatrix}^T + \varepsilon_i^{-1} \begin{bmatrix} 0 & EM_\sigma(k)K(k)\Delta(k) - EM_\sigma(k)I_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & EM_\sigma(k)K(k)\Delta(k) - EM_\sigma(k)I_1 \end{bmatrix} < 0$$

由 Schur 补引理, 式(13)等价于

$$\begin{bmatrix} -P^{-1}(k+1) + \varepsilon_i \bar{D}\bar{D}^T & \bar{G}(k) + \bar{H}_0 M_\sigma(k)K(k)\Delta(k) & 0 \\ * & -P(k) & (EM_\sigma(k)K(k)\Delta(k) - EM_\sigma(k)I_1)^T \\ * & * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix} < 0$$

令 $X(k) = P^{-1}(k)$, 将式(14)分别左乘、右乘 $\text{diag}(I, X(k), I)$, 则式(14)等价于式(11)。

证毕。

在给定周期为 N 的通信序列下, 定理 2 中式(11)是关于变量 $K(k)$ 和 $X(k)$ 的双线性矩阵不等式, 因此, 直接求解 $K(k)$ 存在困难。利用定理 2 的结论, 令 $Y(k) = K(k)\Delta(k)X(k)$, 则式(11)可以转化为

$$\begin{bmatrix} -X(k+1) + \varepsilon_i \bar{D}\bar{D}^T & \bar{G}(k)X(k) + \bar{H}_0 M_\sigma(k)Y(k) & 0 \\ * & -X(k) & (EM_\sigma(k)Y(k) - EM_\sigma(k)I_1 X(k))^T \\ * & * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix} < 0$$

由此可得状态反馈控制器设计步骤如下:

Step1 求解使式(15)成立的可行解 $X(k), Y(k), k = 0, 1, \dots, N-1$ 。

Step2 根据求得的 $X(k), Y(k)$, 利用 $Y(k) = K(k)\Delta(k)X(k)$, 求解控制器增益 $K(k)$ 。

由于 $\Delta(k)X(k)$ 不可逆, 可取 $K(k) = Y(k)(\Delta(k)X(k))^+ = Y(k)X^{-1}(k)(\Delta(k))^+$ 。将求得的 $K(k)$ 作为已知参数代入式(11)进行验算, 求解式(11), 若存在可行解 $X(k) = X^T(k) > 0$, 则 $K(k)$ 就是所要求的状态反馈控制律。

4 仿真实例

假设网络控制系统的被控对象为

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0.2 \end{bmatrix} u(t), \quad y(t) = [1 \ 0] x(t)$$

设传感器节点的采样周期为 $T = 1 \text{ s}$, 网络中的信息传输