

# 非准确联合变换相关测量透镜焦距

沈学举,王永仲,姚广涛,高鸿启

(军械工程学院,石家庄 050003)

**摘要:**提出了一种利用非准确联合变换相关测量透镜焦距的方法。该方法首先利用已知焦距透镜记录联合功率谱,再用记录的联合功率谱经被测焦距透镜输出相关点,记录相关点并测出其间距,可以计算出被测透镜的焦距。理论分析和实验结果表明,该方法有较高的测量准确度,能实现透镜焦距的自动测量。

**关键词:**焦距测量;联合相关变换;非准确联合相关

中图分类号:O438.2

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2008)06-1263-4

## 0 引言

透镜焦距作为最重要的光学参量之一,人们已发展了许多种焦距测量方法<sup>[1]</sup>,如放大率法、精密测角法、傅立叶变换频谱法<sup>[2]</sup>、联合傅立叶变换谱干涉法<sup>[3]</sup>等。放大率法和精密测角法使用普通光源,当测量单色焦距时,需要使用滤波片。由于像面照度降低,使仪器调节难度增加,同时由人眼读数,使测量准确度降低。傅立叶变换频谱法是一种简单、方便的透镜单色焦距测量方法,通过测量单缝傅立叶变换频谱的暗纹间距或测量双缝的联合功率谱条纹间距得到透镜焦距。但测量过程中需要精确确定缝宽、透镜焦平面和条纹间距,尤其是使用单缝时,很难准确确定透镜焦平面,测量会产生大的测量误差。使用双缝时,由于联合功率谱条纹的不规则性和小的条纹间距,使条纹间距测量误差较大。

光学相关主要用于图像识别<sup>[4-9]</sup>。其中联合变换相关(joint transform correlation, JTC)由于在其输出平面上能得到两个尖锐的相关峰,具有很高的定位准确度,如果将其用于光学测量,期望能得到一种高准确度光学测量方法。由于 JTC<sup>[4]</sup>中,输入图像和联合功率谱(joint power spectrum, JPS)的输入平面是透镜前焦面,JPS 和相关点的接收平面是透镜后焦面。要确定任意透镜的前焦面是困难的,因此 JTC 无法用于透镜参量的测量。

文献[10]中类似于非准确傅立叶变换<sup>[4]</sup>的概念,把输入图像和 JPS 的输入平面不是透镜前焦面时的 JTC 称为非准确联合变换相关<sup>[10]</sup>(inaccurate joint transform correlation, IJTC),且在输出面上记录的 JPS 和相关点并不发生变化。因为 IJTC 中输入平面是透镜前任意平面,无须对透镜前焦面定位,

而输出平面(透镜后焦面)可由 CCD 自动定位,所以可用 IJTC 测量透镜焦距。基于此,本文提出了一种利用非准确联合变换相关测量透镜焦距的方法。理论分析和实验结果表明,该方法具有较高的测量准确度。

## 1 非准确联合变换相关

按照 IJTC 的定义,在 JPS 和相关点的记录过程中,选择不同焦距的透镜时,IJTC 的光路示意图如图 1。图 1(a)是 JPS 记录光路。其中  $P_1$  表示输入平面,坐标为  $x_1, y_1$ 。 $L_1$  表示已知焦距  $f$  的透镜, $d_1$  是输入平面和  $L_1$  间的距离。 $P_2$  表示  $L_1$  的后焦面,坐标为  $x_2, y_2$ 。设两输入相关图像中心间距为  $2a$ ,其复振幅透射系数为  $c(x_1, y_1)$ ,则单位振幅单色平面波入射时,输入平面的复振幅分布为

$$t(x_1, y_1) = c(x_1 + a, y_1) + c(x_1 - a, y_1) \quad (1)$$

$P_2$  平面上 JPS 分布为

$$P(x_2, y_2) = 2 \left| C\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) \right|^2 (1 + \cos(\frac{4\pi}{\lambda f} a x_2)) \quad (2)$$

式中

$$C\left(\frac{x_2}{\lambda f}, \frac{y_2}{\lambda f}\right) = \frac{1}{i\lambda f} \int c(x_1, y_1) \exp \left( -i2\pi \left( \frac{x_2}{\lambda f} x_1 + \frac{y_2}{\lambda f} y_1 \right) \right) dx_1 dy_1 \quad (3)$$

图 1(b)是相关点记录光路。 $P'_1$  表示输入平面,坐标为  $x'_1, y'_1$ 。 $L_2$  表示焦距  $f'$  的被测透镜, $d_2$  是输入平面和  $L_2$  间的距离。 $P'_2$  表示  $L_2$  的后焦面,坐标为  $x'_2, y'_2$ 。

将  $P(x_2, y_2)$  置于  $P'_1$  上,则  $P(x_2, y_2)$  应为  $P(x'_1, y'_1)$ ,单位振幅的单色平面波照射下在  $P'_2$  平面上得到如下复振幅分布

$$\tilde{E}(x'_2, y'_2) = \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda f'} \left( 1 - \frac{d_2}{f'} \right) (x'^2_2 + y'^2_2) \right\} \times \\ \int p(x'_1, y'_1) \exp \left\{ i2\pi \left( \frac{x'_1 x'_2}{\lambda f'} + \frac{y'_1 y'_2}{\lambda f'} \right) \right\} dx'_1 dy'_1 =$$

$$\frac{1}{k^2} \exp \left\{ i \frac{2\pi}{\lambda f'} \left( 1 - \frac{d_2}{f'} \right) (x'_2 + y'_2) \right\} \left\{ c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) \star c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) \right. \\ \left. * \delta \left( \frac{x'_2}{k} + 2a \right) + c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) \star c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) * \right. \\ \left. \delta \left( \frac{x'_2}{k} - 2a \right) + 2c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) \star c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) * \delta \left( \frac{x'_2}{k} \right) \right\} \quad (4)$$

式中  $\star$  表示相关,  $*$  表示卷积,  $k = f'/f$ . 从式(4)得到  $P'_2$  平面上的相对光强度分布为

$$I(x'_2, y'_2) = |c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) \star c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) * \delta \left( \frac{x'_2}{k} + 2a \right)|^2 + \\ |c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) \star c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) * \delta \left( \frac{x'_2}{k} - 2a \right)|^2 + \\ 4 |c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) c \left( \frac{x'_2}{k}, \frac{y'_2}{k} \right) * \delta \left( \frac{x'_2}{k} \right)|^2 \quad (5)$$

式(5)中  $x'_2$  和  $y'_2$  换成  $x'_2/k$  和  $y'_2/k$ , 表明  $P'_2$  平面上的坐标  $x'_2, y'_2$  被放大了  $k$  倍, 由式(5)得两相关点间的距离为

$$\Delta' = 4ak \quad (6)$$

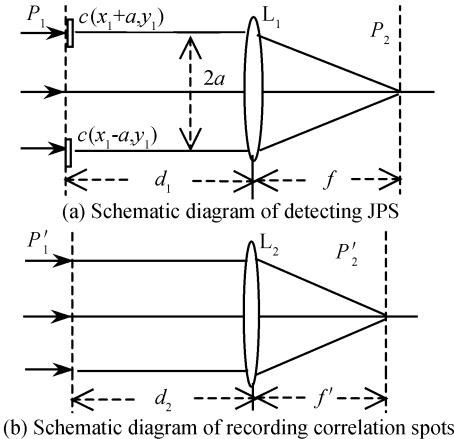


图 1 非准确联合变换相关光路示意图

Fig. 1 Schematic diagram of light path in IJTC

## 2 基于非准确联合变换相关的焦距测量原理

根据 1 节中对 IJTC 的分析, JPS 的输入平面是被测透镜  $L_2$  前的任意平面, 而被测透镜的后焦面可由 CCD 自动定位, 所以可用 IJTC 的方法测量透镜焦距.

单色平面波照射下, 使用已知焦距透镜  $L_1$  和平面  $P_1$  上两输入相关图像, 在透镜  $L_1$  后焦面上由 CCD 线性记录 JPS 并由计算机存储, 或直接由全息干板线性记录 JPS.

若将线性记录的  $P(x_2, y_2)$  传输到图 1(a) 中输入平面  $P_1$  上, 应表示为  $P(x_1, y_1)$ , 经  $L_1$  变换后在其后焦面上得到的两相关点间距为  $4a$ .

如图 1(b), 将透镜  $L_1$  换成被测透镜  $L_2$ , 由于无法确定被测透镜  $L_2$  的前焦面, 使用 IJTC 的概念, JPS 输入平面和透镜  $L_2$  间的距离不影响  $L_2$  后焦面

上相关点分布, 但  $L_2$  后焦面必须准确定位.

为确定  $L_2$  后焦面, 将两输入相关图像传输到  $L_2$  前输入平面, 单色平面波照射下, 在  $L_2$  后焦面上两图像的傅立叶谱将完全重合, JPS 的干涉条纹严格平行且条纹对比度最大. 因此前后移动 CCD, 根据 JPS 的干涉条纹平行性及其对比度可以准确定位  $L_2$  的后焦面.

将  $P(x_2, y_2)$  传输到图 1(b) 中输入平面  $P'_1$  上, 经  $L_2$  变换后在其后焦面上得到的两相关点间距为  $\Delta'$ , 由 CCD 接收并精确测出  $\Delta'$ . 由式(6) 得到被测透镜  $L_2$  的焦距为

$$f' = \frac{\Delta'}{4a} f \quad (7)$$

因此, 只要利用已知焦距透镜制作好 JPS, 将记录的 JPS 输送到被测透镜前的空间光调制器(Space Light Modulation, SLM)上或将记录 JPS 的全息干板置于被测透镜前, 由 CCD 定位被测透镜后焦面并测出  $\Delta'$ , 根据式(7) 可求得被测透镜焦距. 实际测量中, 若没有 SLM 等实验条件, 用全息干板记录 JPS 并保存, 由 CCD 摄像头接收相关点, 由计算机测量  $\Delta'$  并计算出  $f'$  即可.

## 3 实验结果和分析

试验装置如图 2.  $L_{01}$  和  $L_{02}$  构成准直光学系统, 将激光束整形为平面波, 激光波长为  $0.6328 \mu\text{m}$ , SLM 置于输入平面  $P'_1$ , 输入相关图像和 JPS 由计算机传输给 SLM. 实验所用 SLM 为 XGA1 型, 像素间距为  $36 \mu\text{m}$ . L 是大恒公司生产的焦距为 400 mm 的傅里叶变换透镜.

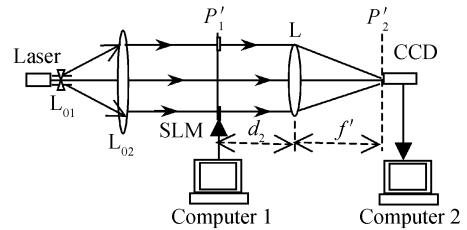


图 2 实验装置示意图

Fig. 2 Sketch of experimental setup

首先将图 3 中心距  $2a = 7.48 \text{ mm}$  的相同矩形物传输到 SLM, CCD 在 L 后焦面探测 JPS 并储存于计算机中用于测量被测透镜焦距, 记录的 JPS 如图 4.



图 3 实验用相关图像

Fig. 3 Input correlation images used in experiment

将图 2 中 L 换成被测透镜  $L'$ , 再次将两矩形图

像传输到 SLM 上,前后移动 CCD,根据 CCD 接收的 JPS 干涉条纹平行性和对比度准确定位  $L'$  的后焦面。

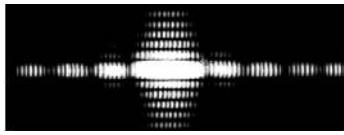


图 4 实验记录的联合功率谱  
Fig. 4 JPS recorded in experiment



图 5 实验记录的相关点  
Fig. 5 Correlation spots recorded in experiment

然后将计算机存储的 JPS 传输到被测透镜前的 SLM 上,由被测透镜后焦面上的 CCD 探测输出的相关点。使用计算机存储的相同的 JPS,分别由  $L$  和  $L'$  变换输出的相关点如图 5,图中上方相关点由被测透镜  $L'$  输出,间距用  $\Delta'$  表示,下方相关点由焦距  $f=400$  mm 透镜  $L$  输出,间距为  $2a$ 。 $\Delta'$  由计算机自动测量,并按式(7)计算出  $f'$ 。测量结果如表 1。

表 1 实验测量结果

times	$\Delta'/(mm)$	$f'/(mm)$
1	11.950	319.519
2	11.951	319.545
3	11.946	319.412
4	11.937	319.171

平均焦距值为  $\bar{f}' = 319.412$  mm, 焦距标称值  $f''_n = 320$  mm, 误差为  $\Delta f = 0.588$  mm, 相对误差  $\delta = \frac{\Delta f}{f} \% = 0.18\%$ 。为分析某些参量误差对焦距测量准确度的影响,在式(7)中求  $f'$  对  $\Delta'$  的微分,得

$$\delta f' = \frac{f}{4a} \delta \Delta' \quad (8)$$

式(8)可看出,如果  $f$  确定,  $2a$  越大,由  $\Delta'$  的误差引起被测焦距  $f'$  的误差值越小。如果  $2a$  确定,  $f$  越大,由  $\Delta'$  的误差引起被测焦距  $f'$  的误差值越大。按照上述试验条件给出的  $2a$  和  $f$  值,有

$$\delta f' = 26.7 \delta \Delta' \quad (9)$$

若取  $\delta \Delta' = 1$ , CCD 像素间隔 =  $12 \mu\text{m}$ , 则  $\delta f' = 0.32$  mm。由于零级斑的影响,当被测焦距过小时,相关点将受零级斑影响,无法测量两相关点间距。图 5 中零级斑在 CCD 上范围小于 1 mm,若按 1 mm 估算,被测焦距应大于 26 mm。当 CCD 前不加镜头时,若其探测范围取 15 mm,则被测焦距最大值 400 mm。如果  $2a$  值减小  $\tau$  倍,被测最大焦距增加为  $400 \tau$  mm,但测量误差也相应增加  $\tau$  倍。当 CCD 前加倍率为  $\beta$  的镜头时,探测到的相关点间距放大  $\beta$  倍,CCD 探测范围

一定,相当于相关点间距测量范围缩小  $\beta$  倍,被测焦距最大值为  $\frac{400}{\beta}$  mm,同样测量误差也缩小  $\beta$  倍。

由计算机软件控制电机带动 CCD 能自动定位被测透镜后焦面,  $\Delta'$  的测量和  $f'$  的计算也可在计算机软件控制下自动完成。因此这是一种容易实现自动测量的焦距测量方法。

## 4 结论

本文利用 JTTC 测量透镜焦距,将已知焦距透镜变换所得的 JPS 置于被测透镜前的输入平面上,计算机控制下由 CCD 探测并测量被测透镜输出的相关点及其间距,按公式(7)可计算出被测透镜焦距。该方法是一种简单,方便的焦距自动测量方法。

### 参考文献

- [1] FAN Zhi-gang. Measuring and testing technique of photoelectricity[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004;21-28.
- [2] SUN Gui-lin, LIU Zhen-shan. A novel focal length measurement method using Fourier spectrum [J]. *Optical Technology*, 1992, **124**(2):31-33.
- [3] 孙桂林, 刘振山. 一种利用傅立叶谱测焦距的新方法[J]. 光学技术, 1992, **124**(2):31-33.
- [4] WANG Yu-rong, CAI Lv-zhong. Focal length measurement of spherical lens using joint Fourier transform spectrum interference technique[J]. *Optical Technology*, 1998, **130**(2):15-17.
- [5] 王玉荣, 蔡履中. 利用联合傅立叶谱干涉法测量透镜焦距[J]. 光学技术, 1998, **130**(2):15-17.
- [6] SONG Fei-jun, JUTAMULIA S. Advanced optical information processing[M]. Beijing: Peking University Press, 1998;78-91.
- [7] 宋菲君, JUTAMULIA S. 近代光学信息处理[M]. 北京: 北京大学出版社, 1998;78-91.
- [8] SHEN Xue-ju, LIU Bing-qi, WANG Yong-zhong, et al. The relation between input correlation object and output correlation spot shape in the joint transform correlation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(5): 750-754.
- [9] 沈学举, 刘秉琦, 王永仲等. 联合变换相关中输出相关点形状与输入相关物长宽比的关系. 光子学报, 2006, **35**(5): 750-754.
- [10] SHEN Xue-ju, WANG Yong-zhong, LI Ying-hua, et al. Unconstrained wiener synthetic discriminant function arithmetic research[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(4): 630-634.
- [11] 沈学举, 王永仲, 李英华, 等. 非约束维纳滤波综合鉴别函数算法研究[J]. 光子学报, 2006, **35**(4): 630-634.
- [12] LI Chun, AN Yu-ying, ZENG Xiao-dong. A novel phase-encoded amplitude-modulated joint transform correlator[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(3): 327-331.
- [13] 李春, 安毓英, 曾晓东. 一种新的相位编码幅值调节联合变换相关器[J]. 光子学报, 2003, **32**(3): 327-331.

- [8] JUTAMULIA S. Joint transform correlators and their applications[C]. SPIE, 1992, **1812**: 233-243.
- [9] JUTAMULIA S, ASAOKURA T. Rotation-invariant joint transform correlator[J]. *Appl Opt*, 1994, **30**(21): 5440-5442.
- [10] SHEN Xue-ju, GAO Hong-qi, WANG Yong-zhong, et al. Inaccurate joint transform correlation[J]. *Optical Technique*, 2005, **31**(4): 575-579.  
沈学举,高鸿启,王永仲,等.非准确联合变换相关[J].光学技术,2005,31(4):575-579.

## Measurement of Focal Length of Lens Using Inaccurate Joint Transform Correlative Technique

SHEN Xue-ju, WANG Yong-zhong, YAO Guang-tao, GAO Hong-qi

*(Ordnance Engineering College, Shijiazhuang 050003, China)*

Received date: 2006-12-01

**Abstract:** A focal length measurement method using inaccurate joint transform correlation technique is proposed. The joint power spectrum is recorded using lens of known focal length, and correlation spots are output by the lens to be measured. The correlation spots are recorded, correlation spot interval is measured, and focal length can be calculated. The results show that the measurement precision is higher and the method can be potentially applied to focal length measurement automation.

**Key words:** Focal length measurement; Joint transform correlation; Inaccurate joint transform correlation



**SHEN Xue-ju** was born in 1963, and received the B. S. degree and the M. S. degree from Shandong University. Now he is an associate professor, and his current research focuses on the field of optical correlation recognition.