二阶偏振模色散测量分析*

丁攀峰[1]，侯睿[2]

(1 华侨大学 信息科学与工程学院，福建 泉州 362021)

(2 中南民族大学计算机科学学院，武汉 430074)

摘　要：在庞加莱球的基础上，对原偏振模色散的测量方法进行了理论分析．研究表明，原方法属于间接测量，在测量二阶偏振模色散中存在明显不足．一阶偏振模色散测量的误差影响二阶偏振模色散的测量，间接测量降低了二阶偏振模色散的测量准确度．提出了一种二阶偏振模色散测量的新方法，保证了测量准确度，并通过实验中的统计结果得到证实．

关键词：偏振模色散；庞加莱球；直接测量

中图分类号：TN929.11　　　**文献标识码**：A　　　**文章编号**：1004-4213(2008)03-0478-3

0　引言

单模光纤内存在两个正交的具有不同传输速度的偏振态，信号光经光纤传输后产生差分群延时，差分群延时在波长上的平均值或均方根值称为一阶偏振摸色散．目前，对一阶偏振模色的测量和补偿已经进行了广泛而深入的研究[1-3]．

偏振模色散成了限制高速长距离光纤通信系统的主要障碍，因此偏振模色散的测量和补偿成了研究的热点．对于偏振模色散测量，人们提出了多种方法，总结起来可以归纳为四种：琼斯矩阵法、频谱扫描法、庞加莱球法和干涉法．

从测量方法的简单性和快速性的角度来看，庞加莱球测量方法具有明显的优势．庞加莱球测量方法需要测出某一偏振态的光波经过光纤传输后各波长的输出偏振态．文献[4]对庞加莱球法提出了具体的实施方案．然而对于二阶偏振模色散的测量，目前所有的测量方法都是在一阶偏振模色散的测量基础上，通过对频率求导，以得到二阶偏振模色散，属于间接测量．间接测量需要很小的频率间隔以保证测量准确度，同时为了减小二阶偏振模色散的测量误差，对一阶偏振模色散的测量准确度要求比较高，因为一阶测量中的任何错误或者误差都会带入到二阶测量的结果．本文对庞加莱球法进行了理论分析，提出二阶偏振模色散的直接测量方法．

1　庞加莱球法的基本原理

光波在通过光纤介质后，其偏振态会发生变化．对于不同的波长，其偏振态的变化都不一样．由偏振主态模型分析可知，对于某一频率的光波，存在偏振模色散矢量 $\boldsymbol{\Omega}(\omega)$，当输入偏振态固定，光波频率发生微小的变化时，其输出偏振态会随波长而相应地变化，输出偏振态随波长的变化关系为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}}{\mathrm{d}\omega}=\boldsymbol{\Omega}\times\boldsymbol{S}\tag{1}$$

在较窄频率范围内的光波，其输出偏振态随波长变化而绕偏振模色散矢量 $\boldsymbol{\Omega}(\omega)$ 旋转，因而输出偏振态在圆上移动．对宽波长范围内的输出偏振态，由于偏振模色散矢量随波长而变化，也就是输出偏振态对每一波长的旋转轴线和旋转速率不一样，所以测量过程中尽量保持波长间隔较小，以提高准确度．

原始的测量方法简介如下：偏振模色散矢量是随波长变化的，但在非常小的波长间隔内，可近似看作方向不变的矢量．假定同一波长的光在两个不同的偏振方向入射，出射光用两组 Stokes 矢量 $\boldsymbol{S}_i$ 和 $\boldsymbol{S}_j$ 表示，入射光的波长改变时，出射光将在庞加莱球上画出两段曲线，若波长间隔足够小的话，这两段曲线就可看作是两个圆环上的两段微小的圆弧，由这两段圆弧就可以确定它们所在圆环．

$\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i/\mathrm{d}\omega$ 和 $\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j/\mathrm{d}\omega$ 都与 $\boldsymbol{\Omega}(\omega)$ 垂直矢量．由矢量关系式可以得到

$$\boldsymbol{\Omega}(\omega)=\left[\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega}\times\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j}{\mathrm{d}\omega}\right]/\left[\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega}\cdot\boldsymbol{S}_j\right]\tag{2}$$

对应的数值处理则可以表述为

$$\boldsymbol{\Omega}(\omega)=\left[\frac{\Delta\boldsymbol{S}_i}{\Delta\omega}\times\frac{\Delta\boldsymbol{S}_j}{\Delta\omega}\right]/\left[\frac{\Delta\boldsymbol{S}_i}{\Delta\omega}\cdot\boldsymbol{S}_j\right]\tag{3}$$

在此基础上，二阶偏振模色散可以表示为

$$\boldsymbol{\Omega}_\omega(\omega)=\Delta\tau_\omega\boldsymbol{v}+\Delta\tau\boldsymbol{v}_\omega\tag{4}$$

2　理论分析

上述方法在测量一阶偏振模色散的情况下，可以有很好的准确度，但是对于二阶偏振模色散的测

Tel：0595－22693552　Email：dingpanfeng@163.com

收稿日期：2006-05-29

量则没有准确度保障. 偏振态随波长的关系可以严格表示为

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}(\omega)}{\mathrm{d}\omega} = (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_{\omega}\Delta\omega) \times \boldsymbol{S}(\omega) \tag{5}$$

式(5)对于两组 Stokes 矢量都成立

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i(\omega)}{\mathrm{d}\omega} = (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_{\omega i}\Delta\omega) \times \boldsymbol{S}_i(\omega) \tag{6}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j(\omega)}{\mathrm{d}\omega} = (\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_{\omega j}\Delta\omega) \times \boldsymbol{S}_j(\omega) \tag{7}$$

式中 ωi ，$\omega j \in (\omega_0, \omega_0 + \Delta\omega)$.

由矢量关系式可以得到

$$\frac{\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i(\omega)}{\mathrm{d}\omega} \times \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j(\omega)}{\mathrm{d}\omega}}{\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega} \cdot \boldsymbol{S}_j} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega} \cdot \boldsymbol{S}_j(\boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_{\omega} \cdot \Delta\omega) +$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega} \times [(\boldsymbol{\Omega}_{\omega j} - \boldsymbol{\Omega}_{\omega i}) \cdot \Delta\omega \times \boldsymbol{S}_j] \tag{8}$$

$$(\boldsymbol{\Omega}_{\omega j} - \boldsymbol{\Omega}_{\omega i}) \cdot \Delta\omega = \boldsymbol{\Omega}_{\omega\omega} \cdot (\omega j - \omega i) \cdot \Delta\omega \tag{9}$$

只考虑一阶和二阶的影响,可以得到

$$\boldsymbol{\Omega}_{ij} = \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_{\omega i}\Delta\omega \tag{10}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{ji} = \boldsymbol{\Omega} + \boldsymbol{\Omega}_{\omega j}\Delta\omega \tag{11}$$

为简化表达，记 $\dfrac{\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i(\omega)}{\mathrm{d}\omega} \times \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j(\omega)}{\mathrm{d}\omega}}{\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega} \cdot \boldsymbol{S}_j} = \boldsymbol{\Omega}_{ij}$

原来的庞加莱法就是利用其中一个表达式,进一步忽略 $\boldsymbol{\Omega}_{\omega i}\Delta\omega$ 项得到的结果. 在 $\boldsymbol{\Omega}_{\omega i}\Delta\omega$ 与 $\boldsymbol{\Omega}$ 相比较小的情况下(实际中这种近似也是合理的),$\boldsymbol{\Omega}_{ij}$ 作为 $\boldsymbol{\Omega}$ 的值,可以保证一阶偏振模色散的测量准确度.

对于二阶偏振模色散的处理是建立在一阶偏振模色散的基础上,简述如下:测量频率范围划分为较小的等值区间,各测量的频率点依次为:$\omega_0, \omega_0 + \Delta\omega \cdots$.

$\boldsymbol{\Omega}_{ij1}$ ，$\boldsymbol{\Omega}_{ij2}$ 作为 ω_0 和 $\omega_0 + \Delta\omega$ 处的一阶偏振模色散值,二阶偏振模色散表示为

$$\boldsymbol{\Omega}_{\omega\omega 1} = (\boldsymbol{\Omega}_{ij2} - \boldsymbol{\Omega}_{ij1})/\Delta\omega \tag{12}$$

式(12)是在一阶近似的前提下得到的,忽略高阶,得到

$$\boldsymbol{\Omega}_{ij2} - \boldsymbol{\Omega}_{ij1} = \boldsymbol{\Omega}_2 - \boldsymbol{\Omega}_1 + (\boldsymbol{\Omega}_{\omega i2} - \boldsymbol{\Omega}_{\omega i1}) \cdot \Delta\omega \tag{13}$$

$$\frac{\boldsymbol{\Omega}_{ij2} - \boldsymbol{\Omega}_{ij1}}{\Delta\omega} = \frac{\boldsymbol{\Omega}_2 - \boldsymbol{\Omega}_1}{\Delta\omega} + \boldsymbol{\Omega}_{\omega i2} - \boldsymbol{\Omega}_{\omega i1} \tag{14}$$

由以上可知,误差项为 $\boldsymbol{\Omega}_{\omega i2} - \boldsymbol{\Omega}_{\omega i1}$,该项为二阶偏振模色散相关项,与测量项在同一级别. 并非高阶项,其影响不能忽略. 由此可见,原来的二阶偏振模色散的求取是没有准确度保障的. 另一方面,该方法为间接测量,在测量一阶偏振模色散中的任何错误都会带入到二阶偏振模色散的测量中,对二阶测量的影响较大.

3　测量二阶偏振模色散的方法

该方法能够由实验数据直接测量二阶偏振模色散,推导过程如下. 由原始偏振模色散矢量方程可以得到

$$\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega^2} = \boldsymbol{\Omega}_{\omega} \times \boldsymbol{S}_i + \boldsymbol{\Omega} \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega} \tag{15}$$

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j}{\mathrm{d}\omega} = \boldsymbol{\Omega} \times \boldsymbol{S}_j \tag{16}$$

将两式联立,可以得出

$$\boldsymbol{\Omega}_{\omega} \cdot (\mathrm{S}_i \times \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j}{\mathrm{d}\omega}) = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_j}{\mathrm{d}\omega} \cdot \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{S}_i}{\mathrm{d}\omega^2} \tag{17}$$

该等式即含有二阶偏振模色散项,用同样的方法获取类似的三组表达式,则有

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Omega}_{\omega} \cdot (\mathrm{S}_1 \times \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_2}{\mathrm{d}\omega}) = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_2}{\mathrm{d}\omega} \cdot \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{S}_1}{\mathrm{d}\omega^2} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\omega} \cdot (\mathrm{S}_2 \times \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_3}{\mathrm{d}\omega}) = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_3}{\mathrm{d}\omega} \cdot \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{S}_2}{\mathrm{d}\omega^2} \\ \boldsymbol{\Omega}_{\omega} \cdot (\mathrm{S}_1 \times \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_3}{\mathrm{d}\omega}) = \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{S}_3}{\mathrm{d}\omega} \cdot \dfrac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{S}_1}{\mathrm{d}\omega^2} \end{cases} \tag{18}$$

为了获取唯一解,$\boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2, \boldsymbol{S}_3$ 不能共面,这一限定性条件很容易在实验中满足. 具体测量说明如下:本方法需要 9 个偏振态矢量,这些数据的获取和文献[4]完全相同,方程中的微分用差分的方法实现,测量数据量比较大,这是该方法的一个缺点.

为了对比,分别采取直接法和间接法,对一段偏振模色散均值约为 20 ps 的光纤进行了测量,结果见图 1.

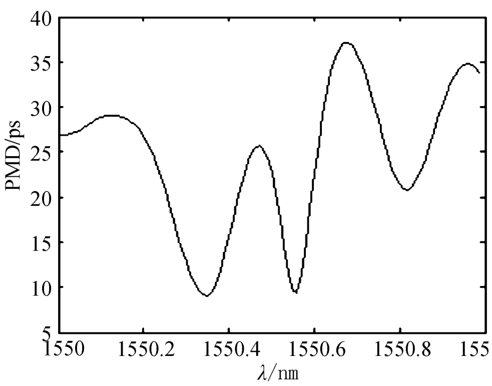
由于二阶偏振模色散具有随机特性,很难直接比较优越性,所以从统计的角度进行数据分析. 图 1(a)中

$$\sqrt{\langle \Omega^2 \rangle} = 25.616\ 142\ 613\ 534\ 83\ \mathrm{ps}$$

图 1(b)中,间接测量方法和新的直接测量方法对应的统计结果为

$$\sqrt{\langle \Omega_{\omega}^2 \rangle_1} = 420.425\ 865\ 646\ 703\ 7\ \mathrm{ps}^2$$

$$\sqrt{\langle \Omega_{\omega}^2 \rangle_2} = 399.366\ 550\ 893\ 006\ 6\ \mathrm{ps}^2$$



(a) First-order

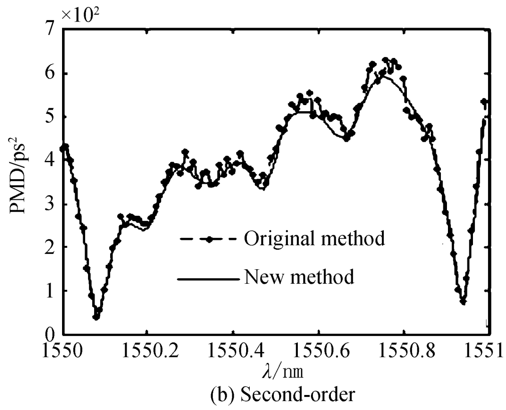


图1 一阶和二阶偏振模色散大小的测量

Fig. 1 Measured first-order and second-order PMD magnitude

由文献[5]知

$$\langle \Omega_\omega^2 \rangle = \langle \Omega^2 \rangle^2 / 3 \quad (19)$$

$$\sqrt{\langle \Omega_\omega^2 \rangle} = (\sqrt{3}/3)\langle \Omega^2 \rangle \quad (20)$$

由以上统计结果可知

$$\langle \Omega^2 \rangle = 656.186\ 762\ 396\ 955\ 1\mathrm{ps}^2$$

$$(\sqrt{3}/3)\langle \Omega^2 \rangle = 378.849\ 603\ 908\ 551\ \mathrm{ps}^2$$

表明本方法得到的结果更接近于理论上的统计特性.

4 结论

在庞加莱球法的基础上,对间接测量方法的准确度进行了理论分析,发现一阶偏振模色散的准确度很容易得到保证,而二阶偏振模色散的测量存在明显误差,这一点从误差公式中可以体现出来.由于二偏振模色散具有随机性,所以在实际的测量中,其误差不容易被发现,具有隐蔽性,降低了测量的准确度.通过理论推导,提出了一种新的直接测量方法,新方法直接从测量的Stokes矢量导出二阶偏振模色散,只要保证Stokes矢量测量的准确性,二阶偏振模色散的测量结果就会有很好的准确度.然而新方法也存在缺点,在简化方法的同时,要求测量的数据量增加了.

参考文献

[1] SHEN Yu, ZHOU Ya-ping, ZHOU Guang-tao, *et al*. An adaptive algorithm for dynamic polarization mode dispersion compensation and its realization[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004,**33**(11):1351-1355.
沈昱,周亚萍,周光涛,等.动态偏振模色散补偿的自适应算法及实现[J].光子学报,2004,**33**(11):1351-1355

[2] YANG Guang-qiang, ZHANG Xia, LIN Jian-fei, *et al*. The measurement of polarization mode dispersion in highly birefrigent photonic crystal fiber[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005 ,**34**(8):1133-1136.
杨广强,张霞,林健飞,等.高双折射光子晶体光纤偏振模色散测量[J].光子学报,2005 ,**34**(8):1133～1136

[3] WANG Hai-yan, AN Yu-yin, YANG Ting-wu. Polarization mode dispersion compensation using principal state of polarization rotation, [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2003, **32**(11):1302-1305.
王海晏,安毓英,杨廷梧.偏振模色散的偏振主态旋转补偿法[J].光子学报,2003,**32**(11):1302-1305

[4] LIU Kai-xian,ZHANG Xia,ZHAO Jing-xi,et al. Measurement of second-order PMD with poincare sphere method[J]. *Acta Optica Sinica*,2004,**24**(5):583～586.
刘开贤,张霞,赵京玺,等.用庞加莱法测量二阶偏振模色散[J].光学学报,2004,**24**(5):583-586

[5] FOSCHINI G J ,POOLE C D. Statistical theory of polarization dispersion in single mode fibers[J]. *J Lightwave Technol*, 1991,**9**(11):1439-1456.

Analysis on Measurement of Second Order PMD

DING Pan-feng, HOU Rui

(1 *College of Information Science and Engineering*, *Huaqiao University*, *Quanzhou*, *Fujian* 362021, *China*)

(2 *College of Computer Science*, *South-Central University for Nationalitie*, *Wuhan* 430074, *China*)

Received date:2006-05-29

Abstract:Based on Poincaré sphere, theoretical analysis is given on the measurement of second order PMD. Research shows that original method is indirect and deficient in the measurement of second order PMD. Error in measurement of first order PMD will influence second order PMD. Precision of measurement is reduced in original method. A new method is proposed. This method is simple and clear. Precision of measurement can be guaranteed, which is proved from the statistical results in the experiment.

Key words:PMD;Poincaré sphere;Direct measurement

DING Pan-feng was born in Wuhan, China. He worked on the 863 subject " fiber Raman amplifier " when he studied in optical communication lab of HUST from 2002-10 to 2003-5. Now he is pursuing his Ph . D. degree in optoelectronics department in HUST. His current interests include PMD and nonlinear fiber optics.