

基于 Markov 随机场的自适应正则化 三维显微图像复原*

张菊, 何小海**, 陶青川, 张敏, 李蕊

(四川大学 电子信息学院 图像信息研究所, 成都 610064)

摘 要:提出了基于马尔可夫随机场模型的正则化因子自适应调整三维显微图像复原算法,并用模拟序列样本和真实生物样本进行了实验.为了保持复原图像的边缘等细节信息,以 Markov 随机场模型作为图像的先验概率模型,对代价函数添加边缘约束惩罚项.其中,正则化因子在迭代过程中自适应地进行更新.实验结果表明此算法在对原始图像进行估计的同时,能够有效地保留图像的边缘等细节信息.而 EM 算法虽然能够有效地去除层间干扰,却丢失了大量的细节信息.

关键词:图像复原;边缘保持;Markov 随机场;高斯点扩展函数;计算光学切片显微术

中图分类号:TP751

文献标识码:A

文章编号:1004-4213(2008)06-1272-5

0 引言

计算光学切片显微术^[1]是三维显微成像技术的主要方法之一.对于宽场显微镜成像而言,每一幅二维切片图像除包含焦平面本身的图像信息以外,还受到上下各层二维切片图像的干扰^[2].此外,系统噪声、成像系统的不良等因素,都会造成图像质量的下降.然而,图像复原通常是病态的.对代价函数引入先验知识约束进行正则化处理是解决此问题的一种常用方法.比如 Good 提出的粗惩罚^[3]、Conchello 提出的亮度惩罚^[4]. Good 粗惩罚在一定程度上能够减小边缘的振荡,限制噪声的放大,但却对复原出的图像进行了过度的平滑,降低了图像分辨率.亮度惩罚虽然能够有效地减少复原的图像出现孤立亮点,却并不能有效地保持边缘信息.而边缘信息是图像的重要特征^[5],视觉对其非常敏感.因此,本文从保持复原图像边缘等细节信息出发,以 Markov 随机场模型作为图像的先验概率模型,通过正则化因子的自适应调整,在求解原始图像的同时,最大限度地保持图像的边缘信息,使得复原的图像具有较高的空间分辨率^[6].

1 算法原理

在三维显微成像中,图像的线性退化模型可以用如下的矩阵形式^[7]表示

$$g = Hf + \xi \quad (1)$$

式中, $g, f, \xi \in \mathbf{R}^N$ (N 是序列图像总的像素个数) 分别代表观测图像、原始图像和系统噪声; H 是由系

统点扩展函数生成的线性模糊矩阵.

在 Bayes 框架下,根据最大后验概率(MAP)准则,对原始图像 f 的估计 \hat{f} 可表示为^[7]

$$\hat{f} = \arg \min_f \{ \phi_{\text{DATA}}(f; g) + \lambda \phi_{\text{REG}}(f) \} \quad (2)$$

式(2)中,第一项为数据项,保证所求得解逼近真解;第二项为正则化项,它根据图像的先验知识对解进行约束. λ 是一个正数,为两项的权重系数,称为正则化因子或者规整化因子,控制着复原图像 \hat{f} 的分辨率.假设系统噪声是零均值的加性高斯白噪声,则 $\phi_{\text{DATA}}(f; g) = \frac{1}{2} \| g - Hf \|^2$; 并用 Markov 随机场模型来刻画原始图像的先验知识,则 $\phi_{\text{REG}}(f) = U(f)$. $U(f)$ 为与 Gibbs 分布等价的 Markov 随机场的能量函数^[8]. 从而

$$\phi(f; g) = \frac{1}{2} \| g - Hf \|^2 + \lambda U(f) \quad (3)$$

由于理想点扩展函数参数较多,并且不易获取.本文采用与贝塞尔函数具有相似性的高斯型函数^[9]对三维显微成像系统的点扩展函数进行模拟,其所需参数少,计算量小,表达式为

$$h(x, y, z) = \frac{1}{2\pi\sigma_z^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma_z^2}} \quad (4)$$

式中, $\sigma_z^2 = \sigma_{z0}^2 + \alpha |z - z_0|$.

对式(3)求偏导,并令其等于零.再利用 Van-Cittert 迭代^[10],得迭代公式为

$$f^{n+1} = f^n + \beta [H^T g - (H^T H f^n + \lambda U'(f^n))] \quad (5)$$

式中, $U'(f^n)_{ijk} = \frac{\partial U(f^n)}{\partial f_{ijk}^n}$; β 为步长控制因子,用于控制算法的收敛速度和性能. f^n, f^{n+1} 分别是第 n 次、 $n+1$ 次迭代的复原结果.

* 国家自然科学基金(60372079)资助

** Tel:028-85462766 Email: cias@263.net

收稿日期:2007-02-04

2 三维 Markov 随机场模型

令 $F = \{F_{ijk}\}$ 是定义在三维离散空间 $\Omega = \{(i, j, k) | 0 \leq i \leq N_1, 0 \leq j \leq N_2, 0 \leq k \leq L\}$ (其中, N_1, N_2 分别是每一幅二维图像的宽度和高度, L 是三维序列图像的层数) 上的一个随机场, $f = \{f_{ijk}\}$ 是 F 上的一个随机场实现. 当随机场 F 满足下面的式(6)时, 称 F 是 Ω 上的关于邻域系统 η 的一个三维马尔可夫随机场^[11].

$$P(f_{ijk} | f_{\Omega - (i,j,k)}) = P(f_{ijk} | f_{\eta_{ijk}}) \quad (6)$$

式中 $\eta_{ijk} = \{(p, q, r) \in \Omega : l \leq u, (p, q, r) \neq (i, j, k)\}$, l 是像素 (i, j, k) 和 (p, q, r) 之间的欧氏距离, 即 $l = \text{dist}((i, j, k), (p, q, r))$. u 是一个正整数. 当 u 为 1 时, 对应一阶邻域; 当 u 为 2 时, 对应二阶邻域. 由 Hammersley-Clifford 定理可知, Markov 随机场的联合分布函数具有如下形式^[8,11]

$$P(f) = (e^{-U(f)}) / Z \quad (7)$$

式(7)中, $U(f) = \sum_{c \in C} \phi(Df)$, 称为能量函数. 其中, D 为 u 阶差分运算符. c 为簇, C 为所有簇的集合. Z 是配分函数. 势函数 ϕ 的选取有许多种模型^[12]. 线性模型能够有效地抑制噪音, 但会造成对棱边的过度惩罚; 非线性模型对棱边的惩罚相对较弱, 可以起到保护棱边和图像细节的作用^[13]. 本文采用 GM (Geman & McClure) 模型, 它是一种非线性模型. 其表达式为

$$\phi_{GM}(t) = (t^2 / 1 + t^2) \quad (8)$$

对于三维图像的 Markov 随机场模型而言, 像素 (i, j, k) 的一阶邻域和二阶邻域分别由 6 个点和 18 个点组成^[14]. 鉴于三维图像复原的计算远比二维图像复原复杂, 只考虑一阶邻域的情形. 则有

$$U'(f)_{ijk} = \sum_{c \in C} \phi'_{GM}(Df) = \sum_{(p,q,r) \in \eta_{ijk}} \frac{2(f_{ijk} - f_{pqr})}{(1 + (f_{ijk} - f_{pqr})^2)^2} \quad (9)$$

3 正则化因子 λ 的自适应选取

正则化因子的选择是正则化图像复原中一个非常关键的问题. 正则化因子的选择好坏直接决定着图像复原的质量. 本文采取了正则化因子自适应调整方法. 在每一步迭代过程中, 根据前一次的复原结果对正则化因子进行自适应更新, 使其在迭代过程中始终跟踪着不断改善的复原结果. 更新准则为^[15]

$$\lambda = K (\|g - H\hat{f}\|^2 / \|g\|^2) \quad (10)$$

式中, K 是一个常数, 用于调整正则化因子的大小. 当 $K=0$ 时, 式(5)等价于最小二乘的 Van-Cittert 迭代求解; 当 K 取值太大时, 容易造成噪音的放大.

针对不同的序列图像, K 应取合适的值, 以使得复原的图像在保留边缘和抑止噪音放大之间取得良好的折衷.

从式(10)中, 很容易得出下面的结论: 在每一步迭代过程中, 当所求得的解 \hat{f} 逐步趋近于真解时, 正则化因子将逐步减小; 当观测数据 g 是完整的并且具有较高的质量时, λ 将趋近于零, 即 $H\hat{f} \rightarrow g$ 时, $\lambda \rightarrow 0$. 因此, 当算法收敛到全局最优解时, λ 也达到了最优选择.

4 实验结果

若三维序列的尺寸为 $N_1 \times N_2 \times L$, 则式(5)中矩阵 H 的尺寸为 $N_1 N_2 L \times N_1 N_2 L$. 如果对式(5)的矩阵相乘直接进行运算, 计算量将非常巨大并且对内存容量要求也比较高. 实验中, 采用了由快速傅里叶变换 (FFT) 实现的卷积运算来代替大尺度的矩阵相乘运算. 从而, 大大降低了运算的复杂度.

4.1 模拟样本测试

首先, 对 32 幅尺寸为 64×64 的模拟序列进行实验. 该序列只有第 11, 12, 13 层有目标, 其余层均为全黑. 图 1 是从原图中连续抽取的 6 幅图, 图 2 是用三维高斯点扩展模型对原始图像序列进行模糊的结果, 图 3、图 4 分别是使用本文算法和 EM 算法^[4]

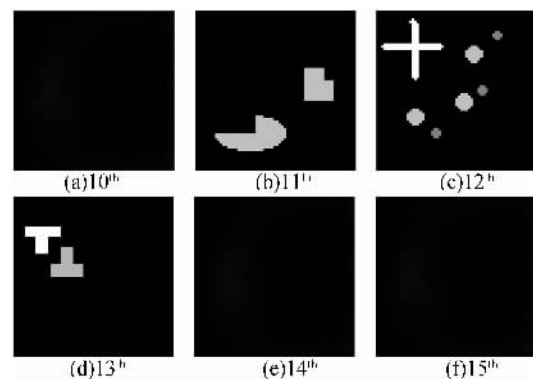


图 1 原始序列

Fig. 1 Initial image sequences

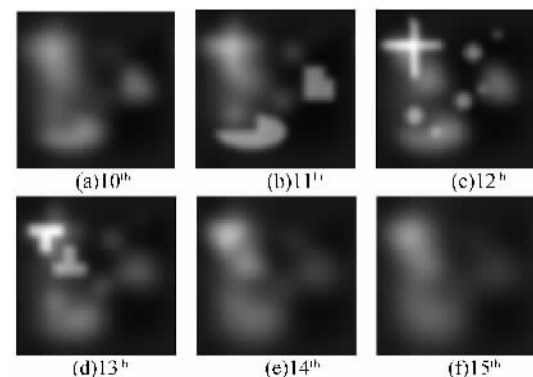


图 2 模糊序列 ($\sigma_{z_0}^2 = 2, \alpha = 10$)

Fig. 2 Blurred image sequences ($\sigma_{z_0}^2 = 2, \alpha = 10$)

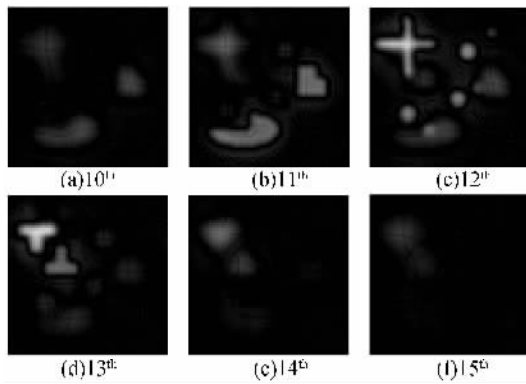


图 3 本文算法复原结果($\beta=0.001, \sigma_{z_0}^2=2, \alpha=10, K=15$)
 Fig. 3 Restored results using the algorithm proposed in this paper($\beta=0.001, \sigma_{z_0}^2=2, \alpha=10, K=15$)

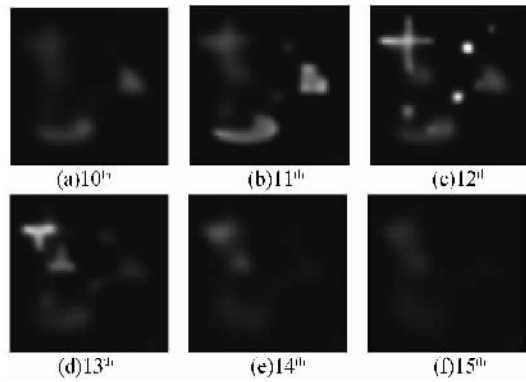


图 4 EM 算法复原结果($\sigma_{z_0}^2=2, \alpha=10$)
 Fig. 4 Restored results using EM algorithm($\sigma_{z_0}^2=2, \alpha=10$)
 对模糊序列迭代 100 次的复原结果. 实验发现, 式 (10) 中, 当 K 在 $[2, 18]$ 内取值时, 本文算法对该组模糊序列能够取得较好的复原效果.

$$e = \frac{\|f^{n+1} - f^n\|^2}{\|f^n\|^2}$$

针对本文提出的算法, 采用 $e = \frac{\|f^{n+1} - f^n\|^2}{\|f^n\|^2}$ 作为收敛指标. 在迭代过程中, 正则化因子 λ 和收敛因子 e 的变化曲线分别见图 5(a) 和图 5(b), 其纵坐标都采用对数坐标.

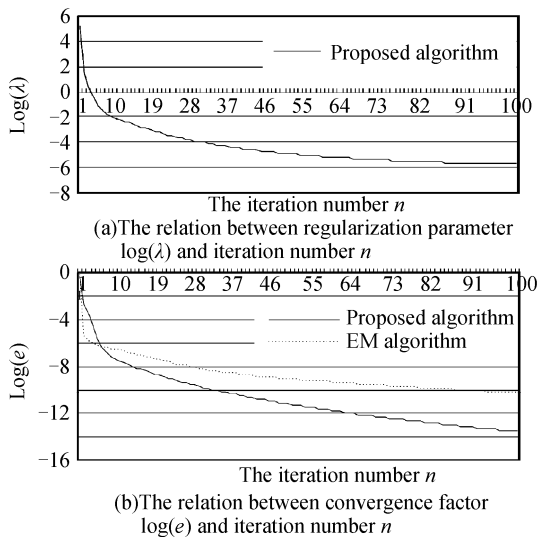


图 5 正则化因子和收敛因子的变化曲线
 Fig. 5 Varying curve of the regularization parameter and convergence factor

从图 3 可以看出, 文中提出的算法, 通过迭代过程中正则化因子的自适应更新, 在对原始图像进行估计的同时, 能够有效地保留图像的边缘等细节信息. 由图 5 可知, 随着迭代次数的增加, 正则化因子将逐步减小; 当算法收敛到全局最优时, 正则化因子也达到了最优选择. 本文算法具有较快的收敛速度, 算法可以迭代到指定的收敛精度为止. EM 算法虽然能够有效地去除层间的干扰, 但其复原结果已看不清图像的真实边缘. 此外, 还丢失了大量亮度较低的信息.

4.2 真实样本实验

用 AQI 软件 (Version 9.1, Auto Quant Imaging 公司) 中的一组真实生物样本进行实验. 其成像参数为: 数值孔径 $NA=1.4$, 折射率 $\gamma=1.5$, 像素尺寸为: $\Delta x=0.3 \mu\text{m}, \Delta y=0.3 \mu\text{m}, \Delta z=0.4 \mu\text{m}$. 图像序列的尺寸为 $256 \times 256 \times 32$. 图 6 是从其中抽取的 6 幅. 图 7、图 8 分别是用本文算法和 EM 算法^[4] 对其迭代 20 次后的复原结果. 图 9 是对原图序列、本文算法复原结果和 EM 算法复原结果的 X - Y 视图最大投影显示. 点扩展函数模型中的参数 $\sigma_{z_0}^2$ 和 α 用 PBD 算法^[16] 训练得出. 实验发现, 式 (10) 中, 当 K 在 $[5, 80]$ 范围内取值时, 本文算法对该真实样本序列能够取得较好的复原效果.

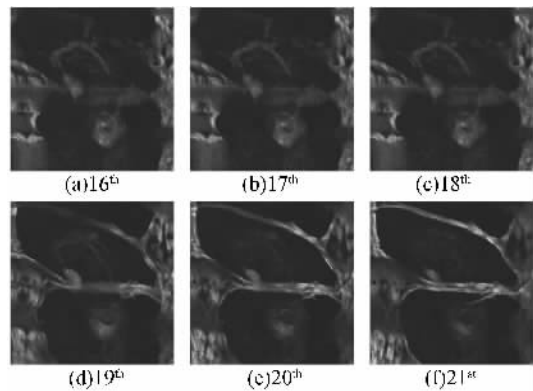


图 6 原图序列
 Fig. 6 Original image sequences

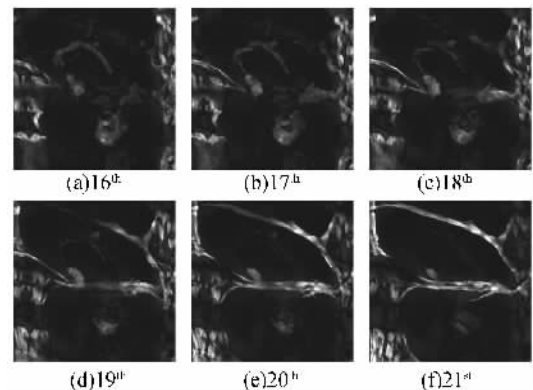


图 7 本文算法复原结果($\beta=0.0001, \sigma_{z_0}^2=0.5, \alpha=2, K=15$)
 Fig. 7 Results restored by proposed algorithm in this paper ($\beta=0.0001, \sigma_{z_0}^2=0.5, \alpha=2, K=15$)

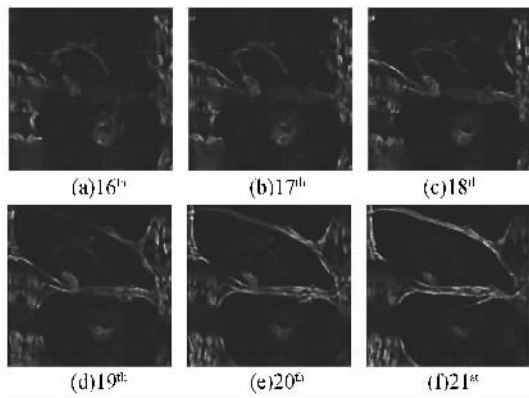
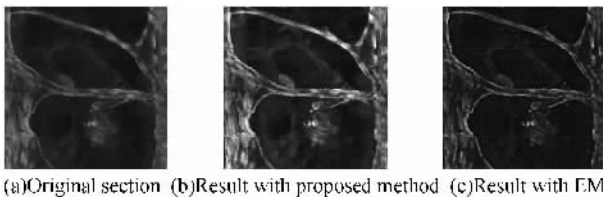
图 8 EM 算法复原结果 ($\sigma_{z_0}^2=0.5, \alpha=2$)Fig. 8 Results restored by the EM algorithm ($\sigma_{z_0}^2=0.5, \alpha=2$)

图 9 X-Y 视图最大投影显示结果

Fig. 9 Display with Max project in X-Y view

从图 6 至图 9 中,可以得出与模拟样本实验一样的结论. 本文的算法在对原始图像进行估计的过程中,能够有效地保留图像的边缘等轮廓信息. 而 EM 算法虽然能够有效地去除层间干扰,却丢失了大量的细节信息.

5 结论

本文把 Markov 随机场模型作为图像的先验知识模型,对图像的边缘进行隐式表征,不需要引入线过程. 在每一步迭代求解过程中,用当前的迭代结果对正则化因子 λ 进行自适应更新,在求解图像的真实估计和保持边缘等细节信息之间进行了很好的折衷,不需要估计退化图像噪声的均值和方差,计算量大大减小. 实验结果表明,此算法在对原始图像序列进行估计的过程中,能够有效地保留图像的边缘等细节信息,图像质量得到了明显的改善.

参考文献

[1] CASTLEMAN K R. Digital image processing [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

[2] CHEN Hua, JIN Wei-qi, ZHANG Nan, et al. A restoration method for 3D image of the wide-field microscope based on the network[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(3): 473-476. 陈华, 金伟其, 张楠, 等. 基于神经网络的三维宽场显微图像复原研究[J]. *光子学报*, 2006, **35**(3): 473-476.

[3] JOSHI S, MILLER M I. Maximum a posteriori estimation with good's roughness for three-dimensional optical-sectioning microscopy[J]. *JOSA A*, 1993, **10**(5): 1078-1085.

[4] CONCHELLO J A, MCNALLY J G. Fast regularization technique for expectation maximization algorithm for computational optical sectioning microscopy[C]. SPIE, 1996,

CA2655: 199-208.

- [5] LIU Yu, LI Yan-jun, ZHANG Ke. A method of multi-pixels edge detecting of image[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, **36**(2): 380-384. 刘煜, 李言俊, 张科. 一种多像素图像边缘提取方法[J]. *光子学报*, 2007, **36**(2): 380-384.
- [6] QU You-shan, TIAN Wei-jian, LI Ying-cai, et al. Improvement of the space resolution of the optical remote sensing image by the wavelet bi-cubic interpolation[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2004, **33**(5): 601-604. 屈有山, 田维坚, 李英才, 等. 基于小波双三次插值提高光学遥感图像空间分辨率的研究[J]. *光子学报*, 2004, **33**(5): 601-604.
- [7] GEMAN D, YANG Cheng-da. Nonlinear image recovery with half-quadratic regularization[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1995, **4**(7): 932-946.
- [8] SU Bing-hua, JIN Wei-qi, NIU Li-hong, et al. Poisson-MAP super-resolution image restoration algorithm with markov constraint[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(4): 492-496. 苏秉华, 金伟其, 牛丽红, 等. 基于 Markov 约束的泊松最大后验概率超分辨率图像复原法[J]. *光子学报*, 2002, **31**(4): 492-496.
- [9] TAO Qing-chuan, DENG Hong-bin. Wavelet transform based Gaussian point spread function estimation [J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(3): 284-288. 陶青川, 邓宏彬. 基于小波变换的高斯点扩展函数估计[J]. *光学技术*, 2004, **30**(3): 284-288.
- [10] BENNIA A, RIAD S M. Filtering capabilities and convergence of the van-cittert deconvolution technique[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 1992, **41**(2): 246-250.
- [11] MEDINA R, GARREAU M, TORO J, et al. Markov random field modeling for three-dimensional reconstruction of the left ventricle in cardiac angiography [J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2006, **25**(8): 1087-1100.
- [12] CHARBONNIER P, BLANC-FERAUD L, AUBERT G, et al. Deterministic edge-preserving regularization in computed imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1997, **6**(2): 298-311.
- [13] TEBOUL S, BLANC-FERAUD L, AUBERT G, et al. Variational approach for edge-preserving regularization using coupled PDE's[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1998, **7**(3): 387-397.
- [14] ZHOU Zhen-huan, Li Yan-jun. 3D image markov random field model [J]. *Journal of Henan Normal University (Natural Science Edition)*, 2000, **28**(4): 18-21. 周振环, 李言俊. 三维图像 Markov 随机场模型的数学描述[J]. *河南师范大学学报(自然科学版)*, 2000, **28**(4): 18-21.
- [15] CHEN Wu-fan, CHEN Ming, ZHOU Jie. Adaptively regularized constrained total least-squares image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2000, **9**(4): 588-596.
- [16] LIU Ying, HE Xiao-hai, TAO Qing-chuan, et al. Parametric blind deconvolution based on 3-D Gaussian model [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2006, **17**(4): 493-

497.

积算法[J]. 光电子·激光, 2006, 17(4): 493-497.

刘莹, 何小海, 陶青川, 等. 基于三维高斯模型参数盲解卷

Restoration of 3-Dimensional Microscopical Images Based on Markov Random Field with Adaptive Regularization Parameter

ZHANG Ju, HE Xiao-hai, TAO Qing-chuan, ZHANG Min, LI Rui

(Image Information Institute, College of Electronic Information, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Received date: 2007-02-04

Abstract: An algorithm based on Markov random field model for 3-Dimensional microscopical image restoration with adaptive choice of regularization parameter is proposed. And its performance is illustrated with synthetical and real biological data. To preserve the discontinuities during the restoration process, an additional edge penalized term with Markov prior probability is taken into account in the cost function. The regularized parameter is automatically updated based on the current iterative results during the iteration process. Experiments show that the proposed algorithm has the ability of preserving discontinuities while estimating the original images from degraded ones. In contrast, although the EM algorithm has the ability to effectively remove interference between layers, it also lost lots of detail information of the original images.

Key words: Image restoration; Edge preservation; Markov random field; Gaussian point spread function (PSF); Computational optical sectioning microscopy (COSM)



ZHANG Ju was born in 1983. She received her B. S. degree from Sichuan Normal University in 2005. Now she is studying for her M. S. degree at Sichuan University. Her research interests focus on image processing and network communication.