

# 利用莫尔条纹测量物体三维形貌新方法研究\*

段存丽<sup>1</sup>, 陈芳<sup>1</sup>, 祁瑞利<sup>1</sup>, 张苏娟<sup>2</sup>

(1 西安工业大学 光电工程学院, 西安 710032)

(2 西北大学 光子学与光电子技术研究所, 西安 710069)

**摘 要:**提出了以计算机控制光栅产生莫尔条纹来测量物体三维形貌的新方法, 利用计算机控制空间光调制器(Space Light Modulator, SLM)产生可控制幅度及位相的理想光栅, 将平行光波投影到待测物体上, 其反射光通过参考光栅形成莫尔条纹, 利用 CCD 接收并进行数字图像处理, 恢复出待测物体的三维形貌. 对此方法进行了理论分析, 推导了变形莫尔条纹与待测物形貌变化的关系式, 利用 MATLAB 对此关系式进行仿真计算, 其准确度可达  $0.011 \mu\text{m}$ .

**关键词:**信息光学; 三维形貌测量; 莫尔条纹; 空间光调制器; MATLAB 计算仿真

**中图分类号:** TN247

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-4213(2008)07-1425-4

## 0 引言

光学三维形貌测量具有非接触性、高准确度与高分辨率的特点, 在 CAD/CAE、反求工程、在线检测与质量保证、多媒体技术、医疗诊断、机器视觉等领域得到了日益广泛的应用, 被公认是最有前途的三维形貌测量方法<sup>[1]</sup>. 利用光学成像原理测量物体表面形貌技术, 常用的方法有光切法<sup>[2]</sup>、移相法<sup>[3]</sup>、相息图法<sup>[4]</sup>以及莫尔条纹法等, 而基于莫尔条纹的三维形貌测量方法使这门技术进入了实用阶段<sup>[5]</sup>. 前人研究较多的是投影型莫尔条纹法, 其原理是利用平行光照射光栅, 将光栅成像在被测物体上形成变形光栅, 变形光栅携带了物体的形貌信息. 在观察侧再用透镜对变形光栅成像, 在变形光栅像的位置放置参考光栅, 在参考光栅表面可以看到莫尔条纹, 分析莫尔条纹就可以得到物体的高度信息<sup>[6-7]</sup>. 本文提出了利用空间光调制器(SLM)制作光栅<sup>[8-9]</sup>, 设计了光学检测系统, 利用 CCD 接收莫尔条纹信号并进行信号处理, 还原出待测物体的三维形貌. 该方法的优点是可以通过计算机便于控制光栅的幅度及位相信息, 精确控制投影光栅与参考光栅的夹角, 减小系统误差; 对设计的检测系统仿真计算准确度较高.

## 1 系统测量原理

本系统将激光经扩束准直系统后形成的平面光波, 通过空间光调制器(SLM<sub>1</sub>)产生理想光栅, 出射光波携带有光栅的信息, 经分束镜后照射到待测物体上, 其反射光波带有待测物体的三维形貌信息, 该

反射光波再次通过分束镜后经空间光调制器(SLM<sub>2</sub>)产生的参考光栅, 形成变形的莫尔条纹. 将莫尔条纹利用 CCD 接收并在计算机中进行分析处理, 还原出待测物体的三维形貌. 整个系统的原理如图 1.

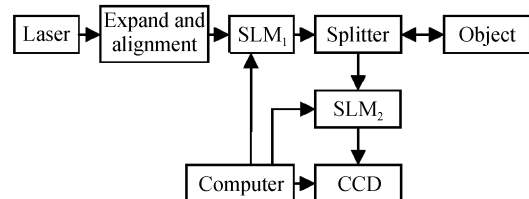


图 1 系统原理

Fig. 1 Principle of the system

该测量系统的原理分析如下: 当激光束通过扩束准直系统之后, 形成的平面波复函数为

$$\tilde{E}(x, y) = 1 \quad (1)$$

SLM<sub>1</sub> 产生的振幅光栅(频率为  $f_1$ )的透射率函数为

$$t_1(x, y) = \frac{1}{2}[1 + m \cos(2\pi f_1 x)] \quad (2)$$

当平面波通过 SLM<sub>1</sub> 时, 波函数振幅

$$\begin{aligned} \tilde{E}_1(x, y) &= \tilde{E}(x, y)t_1(x, y) = \\ &= \frac{1}{2}[1 + m \cos(2\pi f_1 x)] \end{aligned} \quad (3)$$

此光波投射到待测物体函数  $R(x, y)$  上, 反射光波的振幅函数是

$$\begin{aligned} \tilde{E}_2(x, y) &= \tilde{E}_1(x, y)R(x, y) = \frac{1}{2}[1 + \\ &= m \cos(2\pi f_1 x)]R(x, y) = a(x, y) + \\ &= b(x, y) \cos(2\pi f_1 x + \theta_n) \end{aligned} \quad (4)$$

SLM<sub>2</sub> 产生的参考振幅光栅(频率为  $f_2$ )透射函数为

$$t_2(x, y) = \frac{1}{2}[1 + m \cos(2\pi f_2 x)] \quad (5)$$

再通过 SLM<sub>2</sub> 时, 波函数振幅为

\* 陕西省教育厅专项科研计划(05JK221)资助

Tel: 029-83208071 Email: duancunli2003@sohu.com

收稿日期: 2007-10-06

$$\begin{aligned} \tilde{E}_3(x, y) = \tilde{E}_2(x, y)t_2(x, y) &= [a(x, y) + b(x, y)\cos(2\pi f_1 x + \theta_h)] \times \frac{1}{2}[1 + m\cos(2\pi f_2 x)] = \\ &= \frac{1}{2}a(x, y)[m\cos(2\pi f_2 x) + 1] + \frac{1}{2}b(x, y)[\cos(2\pi f_1 x + \theta_h) + \frac{1}{2}b(x, y)\cos(2\pi f_2 x) \cdot \\ &= \cos(2\pi f_1 x + \theta_h) = \frac{1}{2}a(x, y)[m\cos(2\pi f_2 x)] + \frac{1}{2}a(x, y) + \frac{1}{2}b(x, y)[\cos(2\pi f_1 x + \theta_h) + \\ &= \frac{1}{4}b(x, y)\cos[2\pi(f_2 - f_1)x + \theta_h] + \frac{1}{4}b(x, y)\cos[2\pi(f_2 + f_1)x + \theta_h] \end{aligned} \quad (6)$$

式(6)中的第二项形成背景光强;第一、三项保持了原有的参考光栅和变形光栅的空间周期结构;第五项是和频项,其空间频率是相叠合的两块光栅空间频率之和;第四项是差频项,空间频率是相叠合的两块光栅空间频率之差.而莫尔条纹的空间频率低于原光栅的空间频率,所以莫尔条纹即为两光栅叠合产生的差频成份,莫尔条纹的频率就是差频的频率<sup>[7]</sup>.

大多情况下,相叠合的两块光栅具有相近的空间频率,即  $f_1$  和  $f_2$  很接近.在上述各项中,第一、三、五项具有较高的空间频率,而第四项具有较低的空间频率,包含了莫尔条纹的信息.当  $m=1$  时,形成的莫尔条纹振幅分布为<sup>[5]</sup>

$$E(x, y) = \frac{1}{2}a(x, y) + \frac{1}{4}b(x, y) \cdot \cos[2\pi(f_2 - f_1)x + \theta_h] \quad (7)$$

莫尔条纹的形成基于光栅的叠合作用.两平面光栅叠合时,当参考光栅与基准光栅的栅线互相平行时,莫尔条纹也与栅线平行,得到纵向莫尔条纹;当参考光栅与基准光栅的栅线有很小夹角时,得到横向莫尔条纹,参考光栅的节距发生变化时,莫尔条纹的方向也随之转动<sup>[10]</sup>.

如图2,平行光波通过基准光栅  $G_1$  经分束镜  $N$  照射到待测物体上,其反射光波经分束镜投射到参考光栅  $G_2$  上,形成莫尔条纹.设参考光栅  $G_2$  距离待测物体的放置面为  $L$ ,光栅的栅距为  $d$ ,平行光波任意两束光照射到待测物的  $A$ 、 $B$  两点,若待测物体是平面,反射光在参考光栅的交点为  $A_0$ 、 $B_0$  点;若

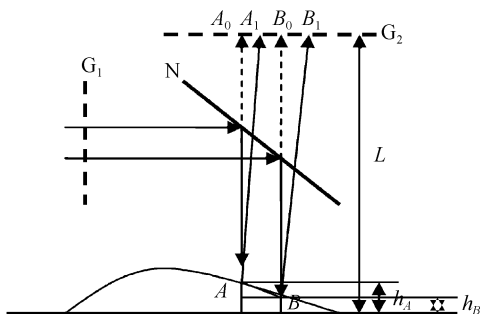


图2 莫尔条纹原理

Fig. 2 Principle of moiré method

待测物体是曲面,反射光在参考光栅的交点为  $A_1$ 、 $B_1$  点.设待测物的  $A$ 、 $B$  两点的高度为  $h_A$ 、 $h_B$  时,高度差为  $\Delta h = h_A - h_B$ ,若以  $B$  点为基点,计算变形光栅  $B_0B_1$  与待测物  $B$  点的高度  $h_B$  的关系.

设  $B$  点入射光线的入射角为  $\theta$ ,光栅的变形量  $B_0B_1 = n$  则

$$n = (L - h_B)\tan 2\theta \quad (8)$$

由于  $\theta$  与  $B$  点的切线有关,若选取待测物的  $A$ 、 $B$  两点较接近,则  $B$  点的切线可近似用  $A$ 、 $B$  的连线代替,因而有

$$\Delta h = h_A - h_B = A_0B_0\tan\theta \quad (9)$$

设  $A_0B_0 = m$ ,转换公式

$$\tan\theta = \Delta h/m \quad (10)$$

代入式(8)得

$$\begin{aligned} \Delta n &= (L - h_B)\tan 2\theta = (L - h_B)\frac{2\tan\theta}{1 - \tan^2\theta} = \\ &= 2(L - h_B)\frac{m\Delta h}{m^2 - \Delta h^2} \end{aligned} \quad (11)$$

设变形光栅与参考光栅夹角为  $\varphi$ ,莫尔条纹的变化关系为<sup>[10]</sup>

$$p = \frac{d + \Delta n}{2\sin(\varphi/2)} \quad (12)$$

检测时,可测量莫尔条纹的变化  $p$  值,代入式(12),可得变形光栅的条纹变化

$$\Delta n = 2ps\sin(\varphi/2) - d \quad (13)$$

由式(11),可计算出

$$\Delta h = \frac{(L - h_B) - \sqrt{(L - h_B)^2 - (\Delta nm)^2}}{\Delta n} \quad (14)$$

当  $A_0$ 、 $B_0$  两点的距离  $m$  选定参量, $B$  点的高度  $h_B$  选取一初始值(一般可取为0)时,循环计算,可得到待测物高的变化  $\Delta h$  与莫尔条纹的变化关系.

## 2 计算仿真结果及分析

选取待测面为抛物面,物面距离参考光栅面的距离  $L = 200$  mm,抛物面参量  $q = 3\ 000$  mm,抛物面口径为 20 mm,光栅栅距  $d = 0.5$  mm,投影光栅与参考光栅的夹角  $\varphi = 0.1$  rad,待测物高初始值  $h_B = 0$ ,计算步长选取 0.1 mm.利用 MATLAB 程

序<sup>[1]</sup>进行仿真,待测物高的变化相应引起莫尔条纹的变化.若测量莫尔条纹没有误差时,计算的待测物高误差为 0.85 nm.当莫尔条纹的间距为 5 mm 时,一般目测的测量莫尔条纹的误差为(0.1 条纹间距)0.5 mm,计算结果如表 1.表 1 仅给出 10 组数据,计算的待测物高误差为 0.113  $\mu\text{m}$ ,计算仿真抛物面沿旋转轴的截面图如图 3.若通过 CCD 接收莫尔条纹并对进行信息处理,测量莫尔条纹的误差可提高为(0.01 条纹间距)0.05 mm,计算的待测物高误差为 0.011  $\mu\text{m}$ .

表 1 计算仿真的数据 单位:mm

变量值	计算值	莫尔条纹变化	莫尔条纹	仿真值	仿真值与计算值的误差
$y$	$h_B$	$p(10^3)$	测量误差	$h_{B1}$	
1	0.000 00	0.000 7	0.5	0.000 00	0.000 00
2	0.000 17	0.080 0	0.5	0.000 18	0.000 01
3	0.000 67	0.213 4	0.5	0.000 69	0.000 02
4	0.001 50	0.346 8	0.5	0.001 54	0.000 04
5	0.002 67	0.480 3	0.5	0.002 72	0.000 05
6	0.004 17	0.613 7	0.5	0.004 23	0.000 06
7	0.006 00	0.747 2	0.5	0.006 08	0.000 08
8	0.008 17	0.880 8	0.5	0.008 25	0.000 09
9	0.010 67	1.014 4	0.5	0.010 79	0.000 10
10	0.013 50	1.148 1	0.5	0.013 61	0.000 11

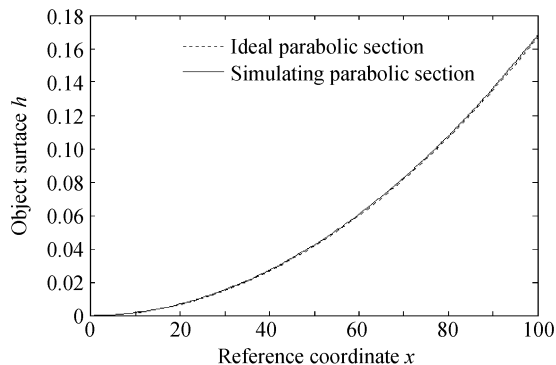


图 3 计算仿真曲线

Fig. 3 Simulation curve of computing

若选取待测面为椭球面,其参量  $a = 10 \text{ mm}$ ,  $b = 200 \text{ mm}$ ,其它测试条件不变,则若测量莫尔条纹的误差为(0.1 条纹间距)0.5 mm,计算的待测物高误差为 0.112  $\mu\text{m}$ ;若测量莫尔条纹的误差提高为(0.01 条纹间距)0.05 mm,计算的待测物高误差为 0.011 54  $\mu\text{m}$ .

若选取待测面为双曲面,其参量  $a = 20 \text{ mm}$ ,  $b = 200 \text{ mm}$ ,其它测试条件不变,则若测量莫尔条纹的误差为(0.1 条纹间距)0.5 mm,计算的待测物高误差为 0.114  $\mu\text{m}$ ;若测量莫尔条纹的误差提高为(0.01 条纹间距)0.05 mm,计算的待测物高误差为 0.011 4  $\mu\text{m}$ .

以上结果分析表明,该测量方法适用于变化较平缓的曲面,曲面口径为 20 mm,面型变化小于

2 mm.在测量范围内,该方法适合于各种表面光滑,反射率较高的曲面;同时在对莫尔条纹的测量准确度要求较低的情况下,达到较高的检测准确度.

### 3 结论

1)以空间光调制器(SLM)制作光栅,利用 CCD 接收莫尔条纹信号并进行信号处理,还原出待测物体的形貌.通过计算机便于控制光栅的幅度及位相信息,可精确控制投影光栅与参考光栅的夹角,减小了系统误差.

2)理论分析了变形莫尔条纹与待测物形貌变化的关系,利用 MATLAB 对此关系式进行仿真计算,仿真计算的准确度可达 0.011  $\mu\text{m}$ ,证实了此方法是可行的.

#### 参考文献

- [1] LI Yong-huai, FENG Qi-bo. Overview of optical 3D profile measurement[J]. *Laser & Infrared*, 2005, **35**(3):143-147.  
李永怀,冯其波.光学三维轮廓测量技术进展[J].激光与红外, 2005, **35**(3):143-147.
- [2] LI Ming-ming, ZHAO Hong, WANG Zhao, et al. High speed three-dimensional scanning system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(5):611-615.
- [3] XU Jian-qian, WANG Yun-shan. Study on scan-phase-shifting profilometry for measurement of 3-D object shapes[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **33**(10):1210-1212.  
徐建强,王蕴珊.三维形貌测量的扫描相移法研究[J].光子学报, 2005, **33**(10):1210-1212.
- [4] CAO Zhao-liang, HU Wu-sheng. Application of the liquid crystal kino form for optical testing [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(12):1941-1945.  
曹召良,胡五生.液晶相息图用于光学检测[J].光子学报, 2006, **35**(12):1941-1945.
- [5] WANG Wei-ning, SUN Jian-hai. A modified moiré interferometer for three-dimensional displacement measurement[J]. *Chin Opt Lett*, 2004, **2**(7):396-398.
- [6] ZENG Ai-jun, WANG Xiang-zhao. Micro-displacement measurement based on grating projection [J]. *Chinese J Lasers*, 2005, **32**(3):394-398.  
曾爱军,王向朝.基于光栅成像投影的微位移检测方法[J].中国激光, 2005, **32**(3):394-398.
- [7] FU Yan-jun, YANG Kun-tao. Theory analyses of moiré stripe in 3-D profilometry measurement [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(7):63-66.  
伏燕军,杨坤涛.三维形貌测量的莫尔条纹的理论分析[J].光电工程, 2006, **33**(7):63-66.
- [8] LIU Yong-jun, HU Li-fang, CAO Zhao-liang, et al. The investigation of controllable phase liquid crystal spatial light modulator[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2005, **34**(12):1799-1802.  
刘永军,胡立发,曹召良,等.位相可控液晶空间光调制器的研究[J].光子学报, 2005, **34**(12):1799-1802.
- [9] LIU Yong-jun, XUAN Li, HU Li-fang, et al. The wave front

modulation characteristics of the parallel aligned liquid crystal device[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(1): 65-68.

刘永军, 宣丽, 胡立发, 等. 平行排列液晶器件时波前调制特性[J]. 光子学报, 2006, **35**(1): 65-68.

[10] SU Xian-yu, LI Ji-tao. Information optics[M]. Beijing: Science Press, 2003.

苏显渝, 李继陶. 信息光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.

[11] SU Jing-ming. MATLAB7. 0 Using guide [M]. Beijing: Electricity Industry Press, 2004

苏金明. MATLAB7. 0 实用指南[M]. 北京: 电子工业出版社, 2004.

## A New Moiré Stripe Method of Measuring 3-D Object Shapes

DUAN Cun-li<sup>1</sup>, CHEN Fang<sup>1</sup>, QI Rui-li<sup>1</sup>, ZHANG Su-juan<sup>2</sup>

(1 College of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technology University, Xi'an 710032, China)

(2 Institute of Photonics and Photo-Technology, Northwest University, Xi'an 710069, China)

Received date: 2007-10-06

**Abstract:** A new method of measuring 3-D shape, which uses the computer control grating to produce moiré stripe, is proposed. In order to produce the ideal grating with controllable amplitude and phase, the computer is used to control the Space Light Modulator (SLM). The parallel light projects the aim object and the echo light forms moiré stripe through reference grating. The CCD is used to store the moiré stripe and the 3-D shape of the aim object is gotten by processing the digital image. The theory of the method is analyzed and the relational expression of the deformed moiré stripe and the object shape is derived. The expression is simulated by MATLAB and the precision of  $0.011 \mu\text{m}$  is obtained.

**Key words:** Information optics; 3-D object shape measurement; Moiré stripe; Space Light Modulator (SLM); MATLAB simulation



**DUAN Cun-li** instructor of Xi'an Technology University, was born in 1972. She obtained optoelectronics B. S. from Northwest University in 1996, and electronics & communication engineering M. S. from Xi'an Jiaotong University in 2005, respectively. Her interests focus on information optics, communication skill and so on.