

背包问题的知识进化算法

马慧民¹, 叶春明¹, 张爽¹, 许圣良²

(1. 上海理工大学管理学院, 上海 200093; 2. 上海电机学院经济管理学院, 上海 200245)

摘要: 知识进化算法是在分析知识进化机制基础上提出的一种新型优化算法。该文根据 0-1 背包问题的特点, 提出用于求该问题的知识进化算法方案, 阐明算法的具体实现过程。通过对其他文献中仿真实例的计算和结果比较, 表明应用该算法求解背包问题取得了良好的效果。该算法同样可以应用于其他组合优化问题。

关键词: 背包问题; 知识进化算法; 进化计算

Knowledge Evolution Algorithm for Knapsack Problem

MA Hui-min¹, YE Chun-ming¹, ZHANG Shuang¹, XU Sheng-liang²

(1. School of Management, Univ. of Shanghai for Sci. & Tech., Shanghai 200093;

2. School of Economy Management, Shanghai Dianji University, Shanghai 200245)

【Abstract】 Knowledge Evolution Algorithm(KEA) is a new optimization algorithm based on mechanism of knowledge evolution. The method based on knowledge evolution algorithm is proposed to solve knapsack problems. The detailed realization of the method is illustrated. The example of other literatures is computed. By comparing the result, it is found that this algorithm illustrates its higher searching efficiency than genetic algorithm and particle swarm optimization algorithm of other literatures. Simulation results of the example demonstrate the effectiveness of this algorithm.

【Key words】 knapsack problem; knowledge evolution algorithm; evolutionary computation

1 概述

背包问题(knapsack problem)是运筹学中一个典型的优化难题^[1], 有着广泛的实际应用背景, 如管理中的资源分配、投资决策、预算控制等问题, 并且经常作为其他问题的子问题被研究。研究背包问题的求解算法在理论和实践中都具有一定的意义。从计算复杂性理论来看, 背包问题是个 NP 完全问题, 该问题的求解方法主要有启发式算法, 如贪心算法、遗传算法、粒子群算法。

以遗传算法为代表的生物进化算法建立在达尔文自然选择学说的基础上, 是对生物进化过程的模拟, 是人们对从自然演化过程中抽象出的概念、原则和机制的类比应用, 被广泛用于解决复杂的计算问题。目前的研究仍集中在生物自然选择层面上^[2]。英国哲学家卡尔·波普尔认为“知识的增长是类似于达尔文所谓的自然选择过程的结果”, 也就是对假说的自然选择。卡尔·波普尔把生物进化与科学发展结合起来, 阐明了科学是如何合理进化的, 这就是他的知识进化论^[3-4]。

本文在分析知识进化机制的基础上, 提出了一种知识进化算法, 它是一种模拟知识进化机制的可以解决复杂问题的新方法。知识进化算法能广泛应用于函数优化和组合优化问题。笔者利用知识进化算法的框架和方案设计了函数优化问题和背包问题、生产批量计划问题、供应链协同计划问题等 NP 难题的知识进化算法求解方案, 均取得了令人满意的结果。本文只介绍背包问题的知识进化算法, 求解其他问题的知识进化算法将另文介绍。

2 背包问题的数学模型

背包问题的一般提法为: 已知 J 个物品 s_1, s_2, \dots, s_J 的重量及其价值分别为 $w_j > 0$ 和 $c_j > 0 (j=1, 2, \dots, J)$, 背包的容量假设

为 $V > 0$, 选择哪些物品装入背包可使在背包的容量限制内所装物品的总价值最大, 引入变量 $x_j (j=1, 2, \dots, J)$ ^[5]:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{物品 } s_j \text{ 放入背包} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (j=1, 2, \dots, J) \quad (1)$$

该问题的数学模型如下:

$$\max \left(\sum_{j=1}^J c_j x_j \right) \quad (2)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{j=1}^J w_j x_j \leq V & (j=1, 2, \dots, J) \\ x_j \in \{0, 1\} & (j=1, 2, \dots, J) \end{cases} \quad (3)$$

3 知识进化算法

本文受卡尔·波普尔的 3 个世界理论以及知识进化理论的启发, 根据知识进化的特点, 提出了知识进化算法(Knowledge Evolution Algorithm, KEA)模型, 算法的模型图如图 1 所示。知识进化算法主要由 1 个知识空间(卡尔·波普尔的世界 3)和 N 个群体空间(卡尔·波普尔的世界 2)组成。知识空间拥有社会知识; 第 n 个群体空间中拥有 I_n 个认知的个体, 每个认知个体分别拥有对认知问题(本文中的认知问题即背包问题)的假

基金项目: 上海市教育委员会科研创新基金资助项目(09YS486); 上海市重点学科建设基金资助项目(S30504); 上海市研究生创新基金资助项目(JWCXSL0801); 上海市高校选拔培养优秀青年教师科研专项基金资助项目(29-017-2)

作者简介: 马慧民(1981-), 男, 讲师、博士研究生, 主研方向: 工业工程, 智能优化; 叶春明, 教授、博士生导师; 张爽, 助教、硕士研究生; 许圣良, 助教、硕士

收稿日期: 2008-08-20 **E-mail:** ie_hero@yahoo.com.cn

说和个体知识。群体空间(世界 2)中的认知个体根据个体对认知问题知识,并通过选择操作和猜测操作提出新的假说和新的社会知识备选个体;知识空间(世界 3)通过真理度计算函数来确定哪些知识被列入世界 3 的范围,同时通过反驳操作将社会知识传递给各群体空间。群体空间中的认知个体在原有知识的基础上,通过对社会知识和群体经验学习以及对本身个体经验的不断总结形成新的个体知识。以上过程不断循环往复,便完成了社会知识和个体知识等各种知识的不断进化,知识进化算法的通用流程见图 2。

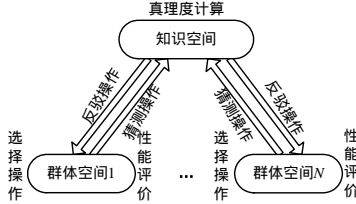


图 1 知识进化算法框架

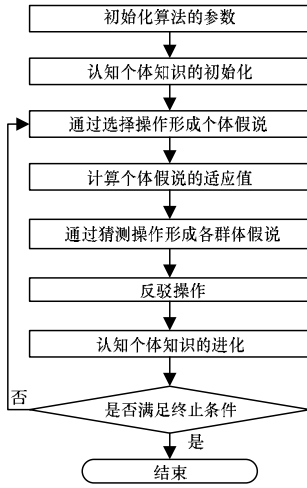


图 2 知识进化算法的通用流程

4 背包问题的知识进化算法

4.1 背包问题的知识进化算法编码方案

应用知识进化算法解决背包问题的关键是如何编码。下文给出用于求解背包问题的知识进化算法编码方案。第 n 个群体空间中第 i 个认知个体对背包问题的假说可用一个 J 维向量 $X_{n,i}=(x_{n,i,1},x_{n,i,2},\dots,x_{n,i,J})$ 表示,其中, $x_{n,i,j}\in\{0,1\}$, $n=1,2,\dots,N$; $i=1,2,\dots,I_n$; $j=1,2,\dots,J$, 每个向量 $X_{n,i}$ 表示一个假说(即背包问题的一个解),而每一分向量 $x_{n,i,j}$ 表示该假说对背包问题的第 j 个子问题的解释(即第 j 个物品等待被选择是否装入背包, $x_{n,i,j}=0$ 表示没有被选择放入背包,否则表示被选择放入背包)。第 n 个群体空间中的第 i 个认知个体对背包问题的个体知识可用 J 维向量表示,具体如下: $P_{n,i}=(p_{n,i,1},p_{n,i,2},\dots,p_{n,i,J})$ 。

4.2 背包问题的知识进化算法步骤

求解背包问题知识进化算法的具体步骤如下:

(1) 初始化算法的参数

确定群体空间数 N 和各群体空间的规模 I_n , 确定认知参数 c_1, c_2, c_3 和 c_4 , 并令进化代数 $k=0$ 。

(2) 初始化认知个体知识

每个群体空间中认知个体的知识由式(4)初始化。

$$P_{n,i,j}^k = 0.5, \quad n=1,2,\dots,N; i=1,2,\dots,I_n; j=1,2,\dots,J \quad (4)$$

(3) 通过选择操作形成个体假说

每个认知个体对背包问题的假说由式(5)计算,其中, $R(0,1)$ 表示产生 $[0,1]$ 之间随机数。

$$x_{n,i,j}^k = \begin{cases} 1 & \text{if } R(0,1) > P_{n,i,j}^k \\ 0 & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (n=1,2,\dots,N; i=1,2,\dots,I_n; j=1,2,\dots,J) \quad (5)$$

(4) 计算认知个体假说的适应值

采用罚函数法处理背包问题的约束,每个群体空间中认知个体对背包问题假说的适应值由式(6)计算,其中, Q 为一个充分大的正数。

$$fitness = f(X_{n,i}^k) = \left(\sum_{j=1}^J c_j x_{n,i,j}^k \right) - Q \left| \min \left\{ 0, V - \sum_{j=1}^J w_j x_{n,i,j}^k \right\} \right| \quad (6)$$

$$n=1,2,\dots,N; i=1,2,\dots,I_n$$

(5) 通过猜测操作形成各群体假说

令 $PB_{n,i}^k = (pb_{n,i,1}^k, pb_{n,i,2}^k, \dots, pb_{n,i,J}^k)$ 表示个体的经验,令 $GB_n^k = (gb_{n,1}^k, gb_{n,2}^k, \dots, gb_{n,J}^k)$ 表示群体的经验(即群体假说)。如果 $k=0$, 则 $PB_{n,i}^0 = X_{n,i}^0$, 否则, $PB_{n,i}^k$ 可由式(7)计算, GB_n^k 可由式(8)计算。

$$PB_{n,i}^k = \begin{cases} PB_{n,i}^{k-1} & \text{if } f(X_{n,i}^k) < f(PB_{n,i}^{k-1}) \\ X_{n,i}^k & \text{Otherwise} \end{cases} \quad (n=1,2,\dots,N; i=1,2,\dots,I_n) \quad (7)$$

$$GB_n^k = \max(PB_{n,i}^k) \quad n=1,2,\dots,N \quad (8)$$

(6) 反驳操作

知识空间通过真理度函数计算群体假说的真理度,并形成社会知识,式(9)为真理度计算公式,其中, $Z=(z_1, z_2, \dots, z_J)$ 为认知个体对认知问题(即背包问题)的社会知识。

$$z_j = \sum_{n=1}^N gb_{n,j}^k / N \quad j=1,2,\dots,J \quad (9)$$

(7) 认知个体知识的进化

群体空间中认知个体知识的更新通过式(10)计算。然后检查结束条件是否满足,满足则结束,否则令 $k=k+1$, 转步骤(3)。

$$P_{n,i,j}^{k+1} = 0.5 + c_1(P_{n,i,j}^k - 0.5) + c_2(0.5 - z_j) + c_3(0.5 - gb_{i,j}^k) + c_4(0.5 - pb_{n,i,j}^k) \quad (10)$$

5 仿真实验

为了更好地说明算法的运行效果,本文用 VB6.0 为上述算法编写了程序,选取文献[5-7]中的 3 个仿真实例进行求解,将求解的结果与文献[5-7]中其他算法的计算结果进行了对比,对比结果表明了本算法的有效性和优越性。

仿真实例 1

仿真实例 1 采用文献[5-6]中的有 50 个物品的实例,原始数据参见文献[5-6],用本文提出的知识进化算法求解仿真实例。知识进化算法采用 10 个群体空间,每个群体空间的种群规模均为 40,最大进化代数为 200,认知参数 $c_1=0.8, c_2=c_3=0.05, c_4=0.095$ 。

本算法程序独立运行 50 次,目标函数最优值为 3 103。文献[5]中简单遗传算法的最优值为 3 077,贪婪算法的最优值为 3 036,混合遗传算法的最优值为 3 103。文献[6]中传统粒子群算法的最优值为 3 085,基于文化进化的并行粒子群算法最优值为 3 103。从以上比较可以看出,本文的知识进化算法在最优值方面优于文献[5]中的简单遗传算法、贪婪算法和文献[6]中的传统粒子群算法,与基于文化进化的并行粒子群算法相同。

(下转第 212 页)