

# 基于改进轮廓波变换的图像去噪算法

王蕊, 尹忠科, 龙奕

(西南交通大学数字信号处理实验室, 成都 610031)

**摘要:** 在轮廓波变换中进行拉普拉斯金字塔分解时, 所得的带通图像在奇异性点附近产生振荡, 影响了图像去噪的效果。针对该问题, 提出一种改进的拉普拉斯金字塔分解, 可消除边缘附近的震荡。利用改进的拉普拉斯金字塔实现轮廓波变换, 并对图像进行自适应去噪。实验结果表明, 该算法所得的峰值信噪比比较轮廓波变换自适应去噪算法有显著提高, 且视觉效果有较大改善。

**关键词:** 轮廓波变换; 拉普拉斯金字塔; 图像去噪; 奇异性

## Image Denoising Algorithm Based on Improved Contourlet Transform

WANG Rui, YIN Zhong-ke, LONG Yi

(Laboratory for Digital Signal Processing, South West Jiaotong University, Chengdu 610031)

**【Abstract】**In the contourlet transform, the image obtained by Laplacian Pyramid(LP) decomposition may produce artifacts on singularity of signal, which is harmful to image denoising. Due to the lack, a new LP decomposition is proposed and it can suppress the artifacts around the edge effectively. The new LP is used to implement the improved contourlet transform. Denoising experiments for Lena image using adaptive threshold show that denoising performance of the improved contourlet transform outperforms the contourlet transforms both in peak signal-to-noise ratio and visual quality.

**【Key words】** contourlet transform; Laplacian Pyramid(LP); image denoising; singularity

### 1 概述

实际图像数据在采集和传输的过程中, 都会受到噪声的干扰。噪声的存在严重影响了图像的后期处理, 如识别和压缩等。采用适当的方法尽量降低噪声是非常重要的预处理步骤。小波变换作为信号处理的一种有力手段, 在信号和图像处理许多领域得到了应用并取得了显著效果。变换阈值的经典算法是由 Donoho 等人提出的 Visual Shrink 方法(VS)和基于 stein 无风险估计的 Sure Shrink(SS)方法, Chang 等人根据图像小波系数的分布特点提出基于 Bayes 准则的 Bayes shrink 去噪方法等, 也收到了良好的去噪效果。

阈值法的图像去噪效果依赖于用少数几个基向量有效地近似信号的能力, 也就是取决于图像表达的稀疏性的能力以及噪声阈值的准确选取。而对于二维图像信号, 其奇异性主要由边缘和轮廓产生。2D 张量小波变换由于方向有限(H, V 和 D)而在表示图像时存在不足, 因此需要能够有效捕获图像的主要关键特征的稀疏图像表示方法。

为了更好地处理高维信号的奇异性, 一类带有方向性的稀疏表示方法——多尺度几何分析应运而生。如 Candes 和 Donoho 等人相继提出的脊波变换(ridgelet transform)、曲线波变换(curvelet transform)。脊波是在二维连续空间  $R^2$  中定义的多方向小波, 在离散二维空间中要借助 Randon 变换及一维小波变换实现, 它是表示具有直线边缘图像的最优基。曲线波是脊波的推广, 它结合了分块脊波变换和子带分解算法, 具有良好的空域和频域局部性及非线性逼近性能, 它是表示具有二阶可微的平滑曲线边缘图像的最优基。虽然 curvelet 能很有效地捕捉曲线奇异性, 但离散化的困难促使 M. N. Do 和 Martin Vetterli 提出一种类似于 curvelet 方向性的多分辨变

换, 但它却是直接产生于离散域的变换——contourlet<sup>[1]</sup>。contourlet 是一种真正的二维图像表示方法。这种方法可以很好地抓住图像的几何结构, 并且因利用轮廓线段的构造方式产生了一种灵活可变的分辨分析、局部和方向性的表示方法而得名。但轮廓波变换也存在一些不足: 由于使用了拉普拉斯金字塔, 使得轮廓波分解的细节图像在奇异点附近产生振荡, 影响了去噪效果。本文针对轮廓波变换的这种缺陷, 对拉普拉斯分解作了改进, 构造了一种新的轮廓波变换, 并将其应用于图像去噪, 取得了良好效果。

### 2 轮廓波变换理论

#### 2.1 轮廓波变换的实现

实现步骤如下:

(1)由拉普拉斯塔式分解(Laplacian Pyramid, LP)<sup>[2]</sup>对图像进行多尺度分解以“捕获”奇异性点。每一次的 LP 分解都会产生一个分辨率为原图像一半的低通子带和一个带通子带, 而对于低通子带使用 LP 分解进行迭代, 就可以实现图像的多尺度分解。

(2)将由第(1)步 LP 滤波器产生的带通图像通过二维方向滤波器组(Directional Filter Bank, DFB), 把分布在同方向上的奇异性点合成为一个系数。DFB 的作用是捕获图像的高频信息, 通过一层树状结构的分解快速实现, 产生  $2^l$  个楔形子带, 每个子带分别代表一个方向。contourlet 变换的结果是用类似于

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(60772084)

**作者简介:** 王蕊(1979-), 女, 助教、硕士, 主研方向: 信号处理, 图像处理; 尹忠科, 教授; 龙奕, 讲师、硕士

**收稿日期:** 2008-06-23 **E-mail:** cloud790312@163.com

轮廓线段(contour segment)的基结构来逼近原图像。图 1 是轮廓波变换的原理图。

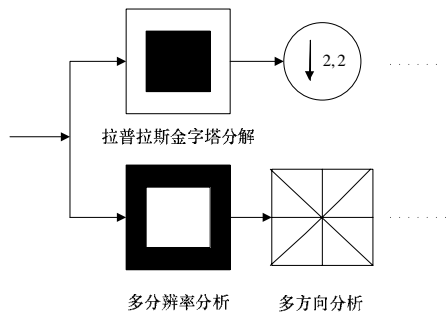


图 1 轮廓波变换

### 2.2 拉普拉斯金字塔(LP)塔式分解

拉普拉斯塔式分解把原始图像分解为低通子带和带通子带。其中，低通子带是由原始图像经过二维低通滤波和隔行隔列下抽样产生；低通子带经过上抽样和低通滤波后形成与原始图像尺寸相同的低通分量，原始图像减去这个低通分量形成高通子带。拉普拉斯分解结构如图 2 所示。

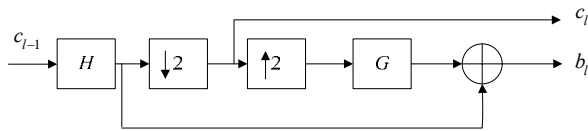


图 2 拉普拉斯分解结构

分析滤波器  $H$  和综合滤波器  $G$  为归一化滤波器,具有对称性。设原图像表示为  $c_0$ , 金字塔第 1 层得到的低通采样图像为  $c_1$ , 第 2 层用同样的低通滤波器滤波再下采样得到  $c_2$ ,  $l$  为当前分解层,  $l \geq 1$ , 迭代过程可用下式表示:

$$c_l(i, j) = \sum h(m, n)c_{l-1}(2i+m, 2j+n) \quad (1)$$

$$b_l(i, j) = c_{l-1}(i, j) - \sum g(m, n)c_l\left(\frac{i-m}{2}, \frac{j-n}{2}\right) \quad (2)$$

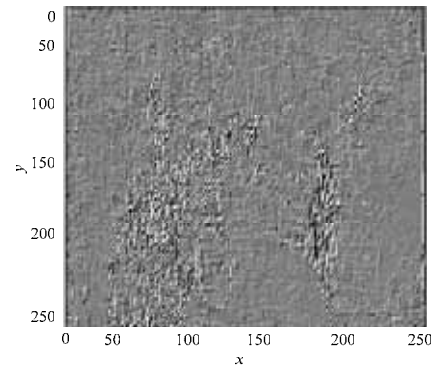
若进行  $J$  层 LP 分解, 则图像空间  $V$  分解成为  $W_1, W_2, \dots, W_J, V_J$  共  $J+1$  个子空间。其中,  $V_J$  为低频子空间;  $W_1$  为各层的高频子空间。

$$V = V_J \oplus \left( \bigoplus_{l=1}^J W_l \right) \quad (3)$$

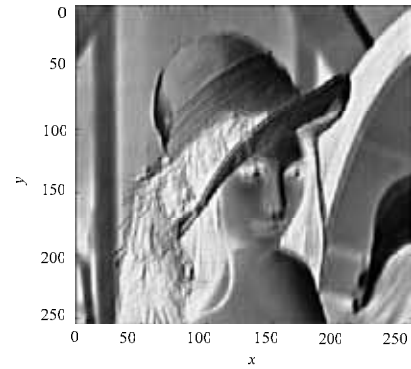
### 2.3 改进的拉普拉斯金字塔(LP)塔式分解

在基于轮廓波变换的去噪方法中,人为振荡现象主要表现在信号奇异点的附近。在奇异点的邻域内,轮廓波变换去噪会表现出 Pseudo-Gibbs 现象,其重构回来的去噪信号在奇异点附近交替出现较大的上、下峰值,这些峰值并不是原始信号本身包含的,而是在去噪过程中产生的人为的干扰。这种现象类似于基于 Fourier 去噪所产生的 Gibbs 现象。因此,为了消除去噪后信号所表现的振荡现象,需要采取适当的方法,消除轮廓波去噪在奇异点位置的特殊性。

基于图像的拉普拉斯金字塔变换的方法是一种很好的多尺度、多分辨力的图像处理方法,可以将图像的重要特征(如边缘等)按照不同的尺度分解到不同的塔型分解层上。用拉普拉斯金字塔分解来获得图像在各个尺度下的奇异点,对 Lena 图分解后得到的带通图像如图 3(a)所示。可以看出,由于滤波器的多过零点,使得分解得到的细节图像在边缘附近产生了振荡。这对于去噪很不利,为了克服这个现象,对 Lena 图像由改进的 LP 金字塔进行分解,可以消除边缘附近的振荡现象。



(a)原 LP 分解得到的子带图像



(b)改进的 LP 分解得到的子带图像

图 3 原 LP 分解与改进的 LP 分解得到的子带图像对比

本文改变文献[2]中 LP 金字塔结构,多尺度迭代分解仍在低通采样图像上进行。对第 1 级获得的低通采样图像直接进行上采样,并与第  $l-1$  级低通采样图像相加得到第 1 级的细节图像。分解结构如图 4 所示。

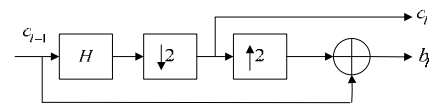


图 4 改进的拉普拉斯分解结构

在图 4 中,  $c_{l-1}$  为  $l-1$  级得到的低通采样图像;  $b_l$  为第  $l$  层输出的带通图像;  $c_l$  为第  $l$  级获得的低通采样图像,多尺度分解继续在  $c_l$  上进行。由图 4 的结构框图得到的输出信号表达式如下:

$$c_l(i, j) = \sum h(m, n)c_{l-1}(2i+m, 2j+n) \quad (4)$$

$$b_l(i, j) = c_{l-1}(i, j) - \sum c_l\left(\frac{i-m}{2}, \frac{j-n}{2}\right) \quad (5)$$

这 2 种分解算法的主要差异在于,改进的拉普拉斯分解算法中去掉了综合滤波器,利用改进的拉普拉斯金字塔对图像进行分解,得到的子带图像如图 3(b)所示,可以看到子带图像消除了边缘附近的振荡现象。

### 3 基于改进的轮廓波变换的图像去噪

基于改进的轮廓波变换不仅具有轮廓波变换的多分辨率特性、局部性和方向性,还可以消除轮廓波去噪在奇异点位置的震荡。在图像处理中有广泛的应用前景。本文采用最常用的阈值去噪法对图像去噪,其基本思想是将原始图像由改进的拉普拉斯塔式进行 LP 分解和二维方向滤波器组 DFB 构造的轮廓波分解。通过一个恰当的阈值将变换域系数中的噪声点和信号点完全区分开来,随后通过反变换重构图像,从而达到去除原图像噪声的目的。

去噪算法简述如下<sup>[3-5]</sup>：

(1) 设原始图像  $\{f_{i,j}; i, j = 1, 2, \dots, n; n \in N\}$ ， $f_{i,j}$  表示图像中  $(i, j)$  点的灰度值。加噪声图像表示为

$$\{g_{i,j} = f_{i,j} + \varepsilon_{i,j}; i, j = 1, 2, \dots, n; n \in N\}$$

其中， $\{\varepsilon_{i,j}\} \sim N(0, \delta^2)$ ，对图像进行  $J$  层， $2^j$  方向的改进的轮廓波变换。

(2) 方差估计：对轮廓波分解的  $J$  层系数的方差逐层进行估计， $C$  一般取 0.674 5， $|W_{g_{i,j}}(l)|$  是为加噪图像进行可控金字塔的轮廓波变换第  $l$  层系数：

$$\hat{\delta}_{\varepsilon_{i,j}}^2(l) = \frac{\text{Median}(|W_{g_{i,j}}(l)|)}{C} \quad (6)$$

(3) 阈值设定：使用

$$T(l) = \hat{\delta}_{\varepsilon_{i,j}}^2(l) \sqrt{2 \lg M(l)} \quad (7)$$

确定各高频子带的阈值，其中  $M(l)$  为第  $l$  层分解系数的数目。

(4) 对不同子带、不同方向的分解系数进行硬阈值处理。

(5) 对处理后的系数进行改进的轮廓波反变换。

#### 4 实验结果

实验选取  $512 \times 512$  的 Lena 图像，对本文去噪算法进行验证，并作了对比。所用的小波变换及轮廓波变换进行的总分解层数均为  $J=3$ ，各层的方向分解数目选定为  $2^j$ ，其中  $l$  为分解层数。

图 5 给出了 Lena 图像在噪声方差为 20，使用不同方法的去噪效果。

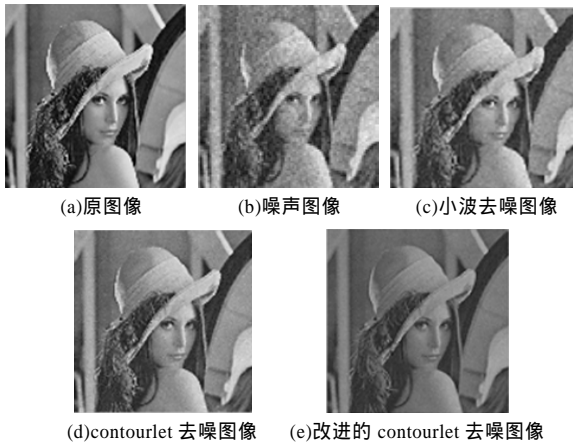


图 5 噪声  $\delta=20$  的 Lena 图像去噪结果

从实验结果中可以看到，本文去噪方法在视觉效果上优于小波自适应去噪算法以及文献[4]中的去噪效果，而且更有效地保留了图像细节和纹理。

表 1 是本文方法和自适应多阈值小波去噪和文献[4]的基于层结构的 contourlet 多阈值去噪算法对比结果。同时，在噪声方差为 20 的情况下，Lena 去噪效果的 PSNR 比文献[4]的 29.147 3 dB 高 1.5 dB，比小波自适应 PSNR 的 28.310 0 dB 高 2.3 dB。在噪声强度为 30 时，本方法去噪的 PSNR 值比文献[4]算法高 1.8 dB，在噪声强度为 40 时，PSNR 值比文献[4]算法高 2.2 dB，随着噪声强度的增加，去噪的效果越好。

图像	$\delta$	加噪图像	小波自适应去噪	轮廓波自适应去噪	本文算法
Lena	10	28.125 5	31.380 0	31.533 8	31.700 1
	15	24.605 3	29.917 0	30.123 4	30.897 5
	20	22.118 7	28.310 0	29.147 3	30.604 5
	30	18.720 3	27.544 6	27.636 4	29.469 3
	40	16.352 3	25.490 1	26.070 1	28.332 8
House	10	28.142 8	30.522 4	31.442 3	31.781 7
	15	24.579 9	28.473 7	29.662 8	29.964 0
	20	22.146 1	28.091 3	28.285 1	29.506 5
	30	18.704 7	25.550 8	25.922 2	28.735 9
	40	16.340 6	24.760 8	24.942 0	28.043 8

#### 5 结束语

本文提出了一种基于改进的拉普拉斯金字塔的轮廓波变换，利用改进的轮廓波变换进行自适应的图像去噪，能有效地保持图像的边缘。去噪的视觉效果和客观效果均优于小波自适应去噪和轮廓波自适应去噪。

#### 参考文献

- [1] Po D D, Do M N. Directional Multiscale Modeling of Images Using the Contourlet Transform[J]. IEEE Trans. on Image Processing, 2006, 15(6): 1610-1620.
- [2] Burt P J, Adelson E H. The Laplacian Pyramid as a Compact Image Code[J]. IEEE Trans. on Communication, 1983, 31(4): 532-540.
- [3] Chen G Y, Bui T D. Multiwavelet Denoising Using Neighboring Coefficients[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(7): 211-214.
- [4] 练秋生, 孔令富. 圆对称轮廓波变换的构造[J]. 光电工程, 2006, 4(9): 652-657.
- [5] 杨 镠, 郭宝龙, 倪 伟. 基于层结构的 Contourlet 多阈值去噪算法[J]. 计算机工程, 2006, 32(20): 180-182.

编辑 顾逸斐

(上接第 227 页)

算法复杂度的目的。对 Lena 图像试验结果表明，该算法在执行时间上的改进随着图像尺寸的不同而不同，大约在 14% ( $32 \times 32$ ) 到 55% ( $512 \times 512$ ) 之间，而其恢复图像的主观质量保持在原始 EZW 算法的水平。

#### 参考文献

- [1] 夏 勇, 田 杰, 戴汝为. 一种改进的零树小波图像压缩算法[J]. 软件学报, 1999, 10(6): 626-630.
- [2] 王冬梅, 王秀芳, 路敬祯. 基于小波零树图像编码算法的改进[J]. 计算机与数字工程, 2006, 34(11): 41-43.
- [3] Zandi A, Allen J, Schwartz E, et al. CREW: Compression with Reversible Embedded Wavelets[C]//Proc. of Data Compression Conference. Snowbird, UT, USA: [s. n.], 1995: 212-221.

- [4] Said A, Pearlman W A. A New, Fast, and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees[J]. IEEE Trans. on Circuits and System for Video Technology, 1996, 6(3): 243-249.
- [5] Shapiro J M. Embedded Image Coding Using Zerotrees of Wavelets Coefficients[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1993, 41(12): 3445-3462.
- [6] 刘 伟, 杨 圣. 基于 Haar 小波变换的快速指纹识别算法[J]. 中国图像图形学报, 2007, 12(4): 673-677.
- [7] Gormish M J, Schwartz E L, Keith A F, et al. Lossless and Nearly Lossless Compression of High-quality Images[C]//Proceedings of SPIE. [S. l.]: IEEE Press, 1997: 62-70.

编辑 顾逸斐