

机床误差对螺旋锥齿轮齿形的影响规律^{*}

王志永 于水琴 曾 韬

(中南大学机电工程学院,长沙 410075)

【摘要】 基于螺旋锥齿轮齿面分析的数学模型,采用最优化算法和一种新的计算齿形误差的方法,计算了误差齿面与理论齿面在理论齿面法线方向的齿形误差。通过引入机床调整误差和刀具参数误差,分析了各种误差对螺旋锥齿轮齿形的影响规律,以图形的方式表示了误差齿面相对于理论齿面的偏离方向以及误差值的大小,为机床的精度设计、齿形误差的修正以及指导实际加工提供了理论依据。通过实际的磨齿加工和检测对算法以及分析结果进行了验证。

关键词: 螺旋锥齿轮 机床误差 齿形 理论齿面 误差齿面

中图分类号: TH161⁺.5; TH132.421 **文献标识码:** A

Effect of Machine Tool Errors on the Tooth Form of Spiral Bevel Gears

Wang Zhiyong Yu Shuiqin Zeng Tao

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Central South University, Changsha 410075, China)

Abstract

Based on the mathematical model for the tooth form analysis of spiral bevel gears, the tooth form errors between the theoretical tooth flank and the inaccurate one, in the normal direction of the theoretical tooth flank, were calculated by applying optimization algorithm and a new computing method. By introducing the machine setting errors and cutter parameters errors, the effect of various errors on the tooth form of spiral bevel gears was analyzed. The deviating direction from the theoretical tooth flank and the values of tooth form errors were expressed by graphics. The results provide a reference for precision design of machine tools, correction of tooth form errors and practical processing. The algorithm and analysis results are validated via experiment.

Key words Spiral bevel gears, Machine tool errors, Tooth form, Theoretical tooth flank, Inaccurate tooth flank

引言

螺旋锥齿轮是机械传动领域的关键零件,其设计、切齿计算的理论非常复杂,而加工螺旋锥齿轮的机床是所有齿轮加工机床中最复杂的。随着 TCA(齿面接触分析)、LTCA(加载齿面接触分析)技术的应用,为制造传动性能优良的螺旋锥齿轮副提供了条件。而 TCA、LTCA 技术是基于理论齿面进行分析的,如果实际加工的齿面与理论齿面存在很大的齿形误差,则 TCA 和 LTCA 的分析结果就毫无

意义,而这种齿形误差主要是由机床误差产生的,其误差值的大小反映了机床的加工精度。

文献[1]分析了机床调整误差对弧齿锥齿轮大轮齿面的影响规律,而在计算齿形误差时,将误差齿面与理论齿面对应网格点间的矢量在法矢上投影作为齿形误差,这与齿轮测量中心或 CMM 检测齿形误差的方法存在很大的差异,将会产生很大的误差,因此其分析结果无法应用于后续的齿形误差修正。

提出一种计算齿形误差的新方法,并开发齿形误差分析软件,通过引入各种机床误差,分析误差对

齿形的影响规律,以图形的方式表示误差齿面相对于理论齿面的偏离方向以及误差值的大小。

1 齿面数学模型

作为一种空间局部共轭点接触的齿轮副,螺旋锥齿轮齿面几何形状是由齿坯和刀具在加工空间中的相对位置和复杂的相对运动决定的。在文献[2]中运用矢量运算的方法建立了刀盘圆锥切削面上任意一点 M 的法矢 \mathbf{n} 、沿母线方向的单位矢量 \mathbf{t} 、 M 点以 O 为原点的矢量方程 \mathbf{r} 以及 M 点以 O' 为原点的矢量方程 \mathbf{r}_c 。

由 \mathbf{r} 所确定的圆锥切削面是以摇台角 q 为变量的运动曲面,被加工齿面是圆锥切削面的共轭曲面,因此由啮合方程可求得齿面上的点与 M 点共轭接触时的摇台角 q 、刀盘相位角 θ 以及工件的转角 φ ,则工件在原始位置时齿面上该点以 O' 为原点的径矢 \mathbf{r}_w 及其法矢 \mathbf{n}_w 为

$$\mathbf{r}_w = (\mathbf{p} \cdot \mathbf{r}_c) \mathbf{p} + \cos \varphi (\mathbf{p} \times \mathbf{r}_c) \times \mathbf{p} + \sin \varphi (\mathbf{p} \times \mathbf{r}_c) \quad (1)$$

$$\mathbf{n}_w = (\mathbf{p} \cdot \mathbf{n}) \mathbf{p} + \cos \varphi (\mathbf{p} \times \mathbf{n}) \times \mathbf{p} + \sin \varphi (\mathbf{p} \times \mathbf{n}) \quad (2)$$

式中 \mathbf{p} ——工件轴线的径矢

2 齿面的离散化

螺旋锥齿轮的齿面属于复杂的空间曲面,为了计算理论齿面与误差齿面的齿形误差,需要对齿面进行离散化。通常在一个与齿面点一一对应的平面映像中进行网格规划,最简单的拓扑映像就是齿面在轴截面上的旋转投影^[3]。此外,为了使分析结果与齿轮测量中心或 CMM 的测量结果建立对应关系,在旋转投影面上划分网格时,网格的上、下、左、右边界均向内适当收缩,其收缩量的大小可参考齿轮测量中心或 CMM 的参数设置,也可参考 AGMA 标准^[4]。为了全面反映齿面的形状特征,齿面离散点的密度一般在齿长方向取 9 列,在齿高方向取 5 行,共 45 个离散点^[5],如图 1 所示。根据齿坯参数以及收缩量的大小,可以计算出各离散点在以设计交叉点 O' 为原点的坐标系中的坐标 $(x(i, j), y(i, j))$,其中 $i=1 \sim 9, j=1 \sim 5$ 。

设轮齿齿面上 M 点到齿轮轴线 \mathbf{p} (即图 1 中的 x 轴) 的距离为 y ,沿齿轮轴线到设计交叉点的距离为 x ,由图 1 可知

$$y = |\mathbf{r}_w \times \mathbf{p}| \quad (3)$$

$$x = -\mathbf{r}_w \cdot \mathbf{p} \quad (4)$$

x, y 是 q 和刀盘相位角 θ 的函数,给定 q 和 θ ,根据

式(3)和(4)就可以得到 x, y ,如果给定了离散点的坐标值 $(x(i, j), y(i, j))$,用二元迭代法计算与其对应的 q 和 θ ,进而可利用式(1)和(2)求得齿面上对应点的径矢 $\mathbf{r}_w(i, j)$ 及其法矢 $\mathbf{n}_w(i, j)$ 。

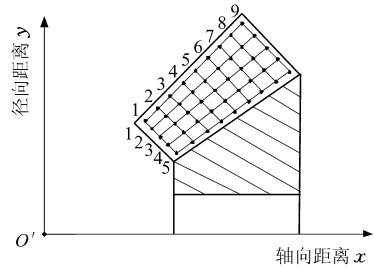


图 1 轴截面上的齿面离散点

Fig. 1 Discrete points on the axis cross section

3 机床误差的确定

机床误差主要包括机床调整误差、刀具误差、夹具误差以及加工中力/热变形使机床产生的误差。由于力/热变形产生的误差难于测量,在机床的刚性足够大时,其产生的误差很小,且可通过修正机床调整参数和刀具参数对其进行补偿^[6]。而夹具误差可以转化为相应的机床调整误差,因此,本文主要针对前两种误差进行讨论。

刀具误差主要是刀尖直径和刀齿压力角的误差,对于磨齿机,刀具即砂轮的误差主要是由砂轮修整机构的安装误差和修整砂轮时各轴的运动误差产生的;对于铣齿机,刀具即刀盘的误差主要是由刀具刃磨以及刀具调整时的偏差产生的。

采用机械式机床加工螺旋锥齿轮时,每个调整参数对应着机床上的一根直线轴或一根旋转轴,而各轴的定位精度和运动精度决定了机床调整的误差。采用全数控机床加工螺旋锥齿轮时,每个数控轴的运动是由一个或多个机床调整参数决定的^[7],各轴的定位精度和运动精度将使一个或多个参数产生机床调整误差。因此,无论是机械式机床,还是数控机床,提高各直线轴和旋转轴的定位精度和运动精度,可以改善机床的加工精度,降低轮齿的齿形误差。

4 齿形误差的计算

根据齿轮切齿计算得到的机床调整参数以及刀具参数,运用齿面的数学模型,可以得到理论齿面上与离散点 $(x(i, j), y(i, j))$ 对应的各点的径矢 $\mathbf{r}_w(i, j)$ 和法矢 $\mathbf{n}_w(i, j)$ 。同理,当给定一组含有误差的机床调整参数以及刀具参数时,可以得到误差齿面上与离散点 $(x(i, j), y(i, j))$ 对应的各点的径矢 $\mathbf{r}_w''(i, j)$ 和法矢 $\mathbf{n}_w''(i, j)$ 。

齿轮测量中心或 CMM 在测量螺旋锥齿轮时，以齿面的中点为参考点，即认为理论齿面与实际齿面在该点的误差为零，在测量齿面各点的误差时，使侧头沿着理论齿面的法矢方向逼近实际齿面，通过数据处理，得到实际齿面沿理论齿面法矢方向的齿形误差^[8]。因此，本文以离散点 $(x(5,3), y(5,3))$ 对应的齿面中点为参考点，首先计算半径矢 $r_w(5,3)$ 和 $r'_w(5,3)$ 的夹角 γ ，然后将理论齿面上各点的半径矢 $r_w(i,j)$ 和法矢 $n_w(i,j)$ 绕齿轮轴线 p 旋转 γ 角，得到一组新的半径矢 $r'_w(i,j)$ 和法矢 $n'_w(i,j)$ ，此时，理论齿面与误差齿面在齿面中点处重合。

为了计算齿形误差，运用最优化算法——坐标轮换法，以 q 和 θ 为变量，求解理论齿面的法矢 $n'_w(i,j)$ 与误差齿面的交点以及该交点的半径矢 r''_w ，则误差齿面与理论齿面在法矢 $n'_w(i,j)$ 方向的齿形误差 $e(i,j)$ 为

$$e(i,j) = (r'_w(i,j) - r''_w) \cdot n'_w(i,j) \quad (5)$$

5 误差对齿形的影响规律

为了计算齿形误差以及分析误差对齿形的影响规律，开发了适用于各种螺旋锥齿轮加工方法的齿形误差分析软件，通过输入单一参数或多个参数的改变量（误差），通过计算，以图形的方式显示误差齿面与理论齿面的相对位置以及齿形误差值的大小。

对于不同的螺旋锥齿轮，误差对齿形的影响规律是相似的。因此，以某型减速器的螺旋锥齿轮小轮为例（采用 SGM 方法加工），分析机床调整参数误差和刀具参数误差对轮齿齿形的影响规律，齿轮副的基本参数如表 1 所示，加工小轮凹面和凸面的机床调整参数和刀具参数分别如表 2 和表 3 所示。

表 1 齿轮副的基本参数

Tab.1 Basic parameters of gearset

齿数比 i	端面模数 m_{et}/mm	轴交角 $\Sigma/(\circ)$	平均压力角 $\alpha_0/(\circ)$	小轮中点螺旋角 $\beta_m/(\circ)$	大轮齿面宽 b/mm
15/51	12.7	90	20	34	100

为了比较分析各种误差对齿形的影响规律，假定各线性参数的误差值为 0.1 mm，各角度参数的误差值为 0.1°，滚比的误差为 0.001，滚比修正二阶系数 $2c$ 的误差为 0.001，滚比修正三阶系数 $6d$ 的误差为 0.01，计算分析结果如图 2 所示，图中粗实线表示理论齿面，细实线表示误差齿面高于理论齿面，细虚线表示误差齿面低于理论齿面，在轮齿凸凹面的 4 个角点显示了误差齿面在该点相对于理论齿面的齿形误差，误差值的单位为 μm 。

表 2 加工小轮凹面的机床调整参数和刀具参数

Tab.2 Machine settings and cutter parameters for processing pinion concave

参数	数值
径向刀位/mm	235.475 5
垂直轮位/mm	-1.402 9
轮坯安装角/ $^\circ$	14.920 3
水平轮位修正量/mm	-9.466 0
床位/mm	2.437 3
滚比	3.411 334
基本摇台角/ $^\circ$	51.379 8
砂轮外刀刀尖直径/mm	430.276
砂轮外刀角/ $^\circ$	19.333 3
滚比修正二阶系数	0
滚比修正三阶系数	0

表 3 加工小轮凸面的机床调整参数和刀具参数

Tab.3 Machine settings and cutter parameters for processing pinion convex

参数	数值
径向刀位/mm	262.767 2
垂直轮位/mm	2.464
轮坯安装角/ $^\circ$	14.920 3
水平轮位修正量/mm	11.279 5
床位/mm	-2.904 2
滚比	3.700 96
基本摇台角/ $^\circ$	48.332 5
砂轮内刀刀尖直径/mm	484.886
砂轮内刀角/ $^\circ$	20.666 7
滚比修正二阶系数	0
滚比修正三阶系数	0

对图 2 中的计算结果进行分析可知：

(1)在线性参数中，对齿形影响最大的是径向刀位误差，其次是垂直轮位和水平轮位的误差。径向刀位、垂直轮位以及床位的误差主要影响齿形的螺旋角，而水平轮位的误差主要影响齿形的压力角。增加径向刀位，轮齿凸凹面的螺旋角均减小；增加垂直轮位或刀盘刀尖直径，轮齿凸凹面的螺旋角均增大；增加床位时，轮齿凹面的螺旋角减小，凸面的螺旋角增大；增加水平轮位时，轮齿凸凹面的压力角均减小。

(2)在角度参数中，对齿形影响最大的是轮坯安装角的误差，其次是刀齿压力角的误差。轮坯安装角的误差既影响齿形的螺旋角，也影响齿形的压力角，刀齿压力角的误差主要影响齿形的压力角，而基本摇台角的误差则对齿形的影响很小。增加轮坯安

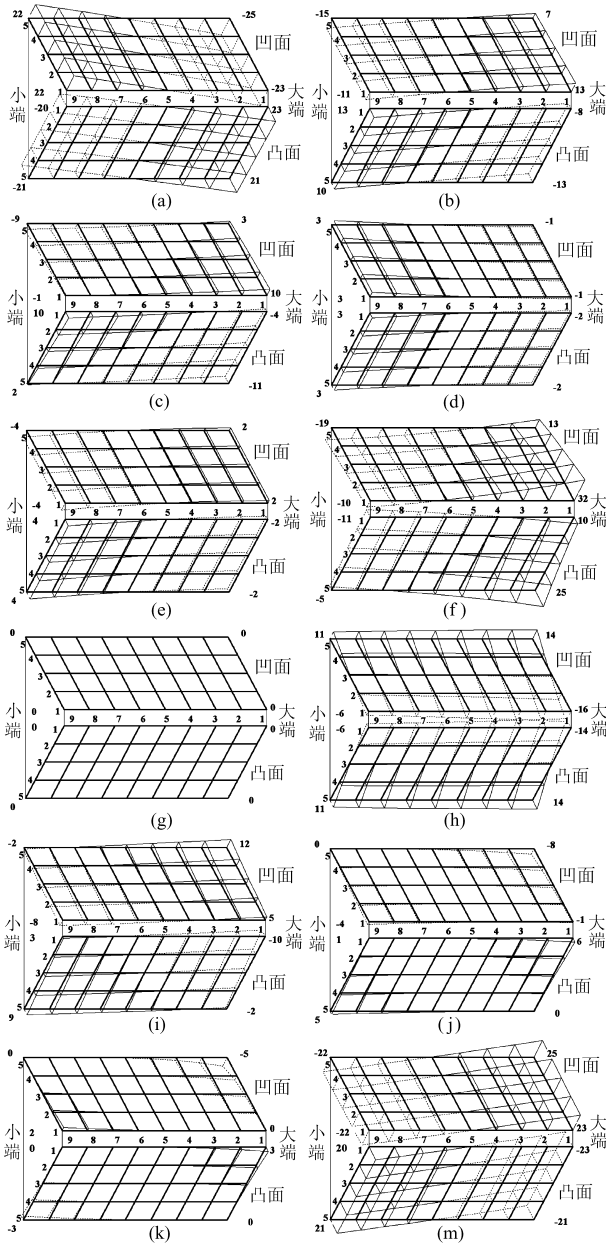


图2 误差对齿形的影响

Fig.2 Effect of errors on the tooth form

- (a) 径向刀位误差 0.1 mm
- (b) 垂直轮位误差 0.1 mm
- (c) 水平轮位误差 0.1 mm
- (d) 床位误差 0.1 mm
- (e) 刀尖直径误差 0.1 mm
- (f) 轮坯安装角误差 0.1°
- (g) 基本摇台角误差 0.1°
- (h) 砂轮内/外刃角误差 0.1°
- (i) 滚比误差 0.001
- (j) 2c 误差 0.001
- (k) 6d 误差 0.01
- (m) 径向刀位误差 -0.1 mm

装角时,轮齿凹面的螺旋角增大,压力角减小,而轮齿凸面的螺旋角减小,压力角增大;增加刀齿的压力角时,轮齿凸凹面的压力角均增大。

(3)滚比对齿形的影响很大,当滚比的误差为 0.001 时,齿面的最大误差为 0.2 mm,因此在机械式机床加工中,必须使机床的实际滚比与理论计算的滚比值尽可能一致。

(4)滚比修正二阶系数 2c 和三阶系数 6d 的误差主要影响齿形的短程挠率,对齿轮副啮合时接触区的大小和方向会产生影响。

(5)当机床调整误差或刀具参数误差为负值时,齿形的变化趋势与误差为正值时的变化趋势相反,齿形误差值不变。(因篇幅关系,仅列出了径向刀位误差为 -0.1 mm 时的图形)

为了验证本文算法和分析结果的正确性,在国产 YK20100 型数控螺旋锥齿轮磨齿机上,根据各种误差值进行了磨削试验,利用 M&M Sigma7 齿轮测量中心进行了检测,检测结果与本文分析得到的结果基本一致,微小的差别是由于加工误差和测量误差产生的。因篇幅关系,仅列出了垂直轮位误差为 0.1 mm 时的检测结果,如图 3 所示。

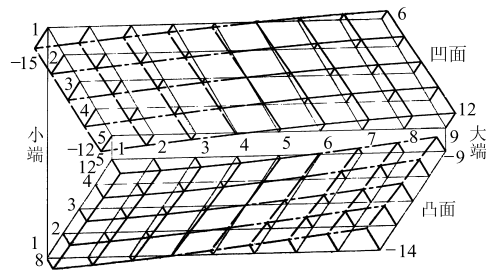


图3 试验测量结果(垂直轮位误差 0.1 mm)

Fig.3 Experimental measuring result (error of work offset is 0.1 mm)

6 结束语

运用螺旋锥齿轮齿面的数学模型,建立了一种计算误差齿面与理论齿面间齿形误差的新方法,分析了机床调整参数和刀具参数的误差对轮齿齿形的影响规律,为机床的精度设计、齿形误差的补偿以及指导实际的齿轮加工提供了理论依据。

参 考 文 献

- 1 李丽霞,李培军,刘新状. 机床调整误差对弧齿锥齿轮大轮齿面形状影响规律的研究[J]. 机械传动,2006,30(4):13~15.
- 2 曾韬. 螺旋锥齿轮设计与加工[M]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学出版社,1989.
- 3 Wang J, Wang X C, Jiang H, et al. Coordinate measurement of tooth surface of spiral bevel gear[J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(6): 151~154.

参 考 文 献

- 1 何存兴. 液压元件[M]. 北京:机械工业出版社, 1985.
- 2 [日]市川常雄. 液压技术基本理论[M]. 北京:煤炭工业出版社, 1976.
- 3 臧克江,刘宇辉,董广强,等. AutoCAD 2000 环境下的外啮合齿轮泵容腔容积计算[J]. 佳木斯大学学报:自然科学版, 2001,19(4),355~357.
Zang Kejiang, Liu Yuhui, Dong Guangqiang, et al. Calculation of the volume of gear on gear pump based on AutoCAD 2000 [J]. Journal of Jiamusi University :Natural Science Edition ,2001, 19(4):355~357. (in Chinese)
- 4 李玉龙. 基于特征的齿轮泵困油及卸荷面积计算[J]. 农业机械学报,2006,37(11):106~109.
Li Yulong. Calculation of closed area and unloaded area through solid feature for outer engagement gear pump [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2006, 37(11):106~109. (in Chinese)
- 5 李玉龙,刘 ■,鲍仲辅. 基于渐开线齿轮展成法的参数化精确建模[J]. 现代制造工程,2006(9):70~72.
Li Yulong, Liu Kun, Bao Zhongfu. Accurate parameterized modeling of spur involutes cylindrical gear machined by generating method[J]. Modern Manufacturing Engineering, 2006(9): 70~72. (in Chinese)
- 6 李玉龙,刘 ■. 外齿轮式高压油泵全齿面润滑的理论分析[J]. 农业机械学报,2008,39(12):178~192.
Li Yulong, Liu Kun. Theoretical analysis of lubricating state on all tooth profile of external spur-gear high pressure oil pump [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008,39(12):178~192. (in Chinese)

(上接第 202 页)

- 4 AGMA. ANSI/AGMA 2009 - B01 Bevel gear classification, tolerances, and measuring method[S]. USA:AGMA,2001.
- 5 Litvin F L. Gear geometry and applied theory[M]. England:Cambridge University Press,2004.
- 6 李敬财,王太勇,范胜波,等. 基于数字化制造的螺旋锥齿轮齿面误差修正[J]. 农业机械学报, 2008,39(5):174~177,185.
Li Jingcai, Wang Taiyong, Fan Shengbo, et al. Error corrections of spiral bevel gear tooth surface based on digitized manufacturing[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39 (5): 174 ~ 177, 185. (in Chinese)
- 7 魏冰阳,任东锋,方宗德,等. 传统机床与 Free-Form 型机床运动的等效转换[J]. 机械科学与技术,2004,23(4):425~428.
Wei Bingyang, Ren Dongfeng, Fang Zongde, et al. Study on kinematic equivalent transformation from traditional tools to Free-Form ones[J]. Mechanical Science and Technology,2004,23(4):425~428. (in Chinese)
- 8 石照耀,谢华锬,费业泰. 复杂曲面测量模式与关键技术[J]. 工具技术,2000,34(11):31~34.
Shi Zhaoyao, Xie Huakun, Fei Yetai. Modes and key technologies of complex surface measurements[J]. Tool Engineering, 2000,34(11):31~34. (in Chinese)

(上接第 216 页)

- 2 Nemeč B, Lenarcic J. A robot simulation system based on kinematic analyses[J]. Robotica, 1985,3(22):79~84.
- 3 Duellen G, Bernhardt R, Schreck G. Use of CAD-data for the off-line programming of industrial robots[J]. Robotics,1987, 3(1):389~397.
- 4 Tsai L W, Morgan A P. Solving the kinematics of the most general six- and five-degree-of-freedom manipulators by continuation methods[J]. Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design, 1985,107(2):189~200.
- 5 程永伦,朱世强,刘松国. 基于旋转子矩阵正交的6R机器人运动学逆解研究[J]. 机器人, 2008,30(2):457~461.
Cheng Yonglun, Zhu Shiqiang, Liu Songguo. Inverse kinematics of 6R robots based on the orthogonal character of rotation sub-matrix[J]. Robot, 2008,30(2):457~461. (in Chinese)
- 6 刘松国,朱世强,王宣银,等. 一般6R机器人的高精度逆运动学优化算法[J]. 农业机械学报,2007,38(11):118~122.
Liu Songguo, Zhu Shiqiang, Wang Xuanyin, et al. Optimized inverse kinematics algorithm with high accuracy for general 6R robots[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2007,38(11):118~122. (in Chinese)
- 7 熊有伦,丁汉,刘恩沧. 机器人学[M]. 北京:机械工业出版社, 1993.