

一类非线性离散时间系统的模糊辨识

师五喜, 王磊

SHI Wu-xi, WANG Lei

天津工业大学 计算机技术与自动化学院, 天津 300160

School of Computer Technology and Automation, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China

E-mail: shiwuxi@163.com

SHI Wu-xi, WANG Lei. Fuzzy identification for a class of nonlinear discrete-time systems. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(8): 62-63.

Abstract A fuzzy identification scheme is presented for a class of nonlinear discrete-time systems, in this scheme, the fuzzy logic system, which is linear in the unknown parameters, is used as identification model, and the unknown parameters in the fuzzy logic system are adjusted adaptively. It is proved that the proposed method can make the identification error converge to a neighborhood of the origin. Simulation results indicate the effectiveness of this method.

Key words: nonlinear discrete-time systems; fuzzy identification; adaptive law

摘要: 对一类非线性离散时间系统提出了模糊辨识方法, 此方法用与未知参数向量成线性关系的模糊逻辑系统作为辨识模型, 并通过自适应学习律对此模糊逻辑系统中的未知参数进行自适应调节, 文中证明了此方法可使辨识误差收敛到原点的一个邻域内。仿真结果验证了此方法的有效性。

关键词: 非线性离散系统; 模糊辨识; 自适应律

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.08.019 文章编号: 1002-8331(2009)08-0062-02 文献标识码: A 中图分类号: TP273

1 引言

自从王立新在文献[1]中证明了模糊逻辑系统的万能逼近性以来, 模糊逻辑系统作为辨识器和控制器在非线性系统的建模和控制中得到了成功的应用^[1-9]。王立新在文[1]中提出了反向传播学习算法, 通过调整模糊逻辑系统中的三个参数向量来对未知非线性系统进行辨识。但在文[2-6]中用了与未知参数向量成线性关系的模糊逻辑系统, 对此类模糊逻辑系统的性能, 文献[1]中并未作研究。本文就是用此类模糊逻辑系统对一类非线性系统进行辨识, 并对此模糊逻辑系统中的未知参数设计自适应学习律, 证明了此学习律可使辨识误差收敛到原点的一个邻域内。

2 问题描述

考虑如下的非线性离散时间系统:

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n), u(k), \dots, u(k-m)) \quad (1)$$

其中 $f(\cdot)$ 是要辨识的未知函数, $u(k)$ 和 $y(k)$ 分别是系统的输入和输出。

本文目的: 把模糊逻辑系统作为未知函数 $f(\cdot)$ 辨识器, 同时为模糊逻辑系统中未知参数设计学习算法。

本文所采用的模糊逻辑系统规则库具有如下形式^[1]:

R^l : 如果 \tilde{x}_1 为 F_1^l , 且 \dots , 且 \tilde{x}_n 为 F_n^l , 则 \tilde{y} 为 G^l 。

其中 $l=1, 2, \dots, M$, M 为模糊规则数, $\tilde{\mathbf{x}} = [\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_n]^T$ 是将 $\mathbf{x} = [x_1, \dots, x_n]^T$ 模糊化后所得的模糊变量, \tilde{y} 为输出语言变量, F_i^l ($i=1, \dots, n$) 和 G^l 均为模糊集合, 其对应的隶属函数 $\mu_{F_i^l}(x_i)$ 和 $\mu_{G^l}(y)$ 均取为高斯型, 采用单值模糊产生器、中心平均模糊消除器和乘积推理规则, 则模糊逻辑系统输出可表示为^[1]:

$$\hat{f}(\tilde{\mathbf{x}}|\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^T \tilde{\boldsymbol{\xi}}(\tilde{\mathbf{x}}) \quad (2)$$

其中 $\tilde{\boldsymbol{\theta}} = [\theta_1, \dots, \theta_M]^T$, $\tilde{\boldsymbol{\xi}}(\tilde{\mathbf{x}}) = [\xi_1(\tilde{\mathbf{x}}), \dots, \xi_M(\tilde{\mathbf{x}})]^T$, $\theta_l = \bar{y}^l$ (\bar{y}^l 为 μ_{G^l} 取

最大值时所对应的点), $\xi_l(\tilde{\mathbf{x}}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}{\sum_{l=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{F_i^l}(x_i)}$ 为模糊基函数。

3 模糊辨识器设计

由文[1]知, 通常有两种辨识模型可以对系统(1)进行辨识, 分别是并行模型和串行-并行模型。本文采用串行-并行模型。

$$\hat{y}(k+1) = \hat{f}(\tilde{\mathbf{x}}(k))$$

对系统(1)进行辨识, 其中 $\tilde{\mathbf{x}}(k) = [y(k), \dots, y(k-n), u(k-1), \dots, u(k-m)]^T$ 。由于模糊逻辑系统具有万能逼近性^[1], 本文采用形如(2)的模糊逻辑系统

$$\hat{y}(k+1)=\bar{\theta}^T \xi(\bar{x}(k)) \quad (3)$$

作为系统(1)的辨识器。

记辨识误差 $e(k)=\hat{y}(k)-y(k)$,采用如下的学习算法来调节参数向量 $\bar{\theta}(k)$:

$$\bar{\theta}(k+1)=\begin{cases} \varphi(k), & \text{当 } |\varphi(k)| \leq M_\theta \\ M_\theta \frac{\varphi(k)}{|\varphi(k)|}, & \text{当 } |\varphi(k)| > M_\theta \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\varphi(k)=\bar{\theta}(k)-\alpha \xi(\bar{x}(k))e(k+1)$, α 是学习率, $|\bar{\theta}(0)| \leq M_\theta$, M_θ 由设计者取定。

对于以上模糊辨识器的性能,由以下定理来描述:

定理 1 对于系统(1),其模糊辨识器为(3),未知参数向量 $\bar{\theta}(k)$ 的学习律为(4),则当 $0 < \alpha < 1/|\xi(\bar{x}(k))|^2$ 时,辨识误差 $e(k)$ 收敛到原点的一个邻域内。

证明 定义

$$\bar{\theta}^* = \arg \min_{\bar{\theta} \in \Omega} \{ \sup_{\bar{x}(k) \in U} |\hat{f}(\bar{x}(k)|\bar{\theta}) - f(\bar{x}(k))| \}$$

其中 $\Omega = \{ \bar{\theta}(t) \mid |\bar{\theta}(t)| \leq M_\theta \}$ 。记 $\Phi = \bar{\theta} - \bar{\theta}^*$,最佳逼近误差 $\omega(k) = \hat{f}(\bar{x}(k)|\bar{\theta}^*) - f(\bar{x}(k))$,则得

$$e(k+1) = \Phi^T(k) \xi(\bar{x}(k)) + \omega(k) \quad (5)$$

取 $V(k) = \frac{1}{\alpha} \Phi^T(k) \Phi(k)$,记 $V(k+1) - V(k) = \Delta V(k)$ 。

(1)如果式(4)的第一行成立,则

$$\Phi(k+1) = \Phi(k) - \alpha \xi(\bar{x}(k))e(k+1)$$

所以

$$\Delta V(k) = -2\Phi^T(k) \xi(\bar{x}(k))e(k+1) + \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2 e^2(k+1) \quad (6)$$

又由式(5)知

$$\Phi^T(k) \xi(\bar{x}(k)) = e(k+1) - \omega(k) \quad (7)$$

把式(7)代入式(6)得

$$\Delta V(k) = (-1 + \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2) [e(k+1) + \frac{\omega(k)}{-1 + \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2}]^2 + \frac{\omega^2(k)}{1 - \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2} e^2(k+1) \quad (8)$$

由于 $|\xi(\bar{x}(k))| < 1, 0 < \alpha < 1/|\xi(\bar{x}(k))|^2$,所以 $-1 + \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2 < 0$,故

$$\Delta V(k) < -e^2(k+1) + \frac{\omega^2(k)}{1 - \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2} \quad (9)$$

(2)如果式(4)的第二行成立,由于 $|\bar{\theta}^*| \leq M_\theta$,则

$$|\bar{\theta}(k+1) - \bar{\theta}^*| < |\bar{\theta}(k) - \alpha \xi(\bar{x}(k))e(k+1) - \bar{\theta}^*| \quad (10)$$

所以

$$\Phi^T(k+1) \Phi(k+1) < \Phi^T(k) \Phi(k) - 2\alpha \Phi^T(k) \xi(\bar{x}(k))e(k+1) + \alpha^2 |\xi(\bar{x}(k))|^2 e^2(k+1) \quad (11)$$

故 $\Delta V(k) < -2\Phi^T(k) \xi(\bar{x}(k))e(k+1) + \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2 e^2(k+1)$ (12) 按照(1)的方法知式(9)亦成立。

综上所述,学习律式(4)都使式(9)成立。由于最小逼近误差总是有界的,令 $\sup |\omega(k)| = \varepsilon$,因为 $0 < |\xi(\bar{x}(k))| < 1$,故

$\sup \frac{1}{1 - \alpha |\xi(\bar{x}(k))|^2} \triangleq W$ 是有界量。由式(9)得

$$\Delta V(k) < -e^2(k+1) + \varepsilon^2 W \quad (13)$$

利用文[7]的思路可以证明: $e(k+1)$ 将收敛到原点的邻域内。事实上,由式(13)得

$$V(k+1) < V(k) - [e^2(k+1) - \varepsilon^2 W]$$

由式(4)知,对任意的 $k > 0$ 均有 $|\bar{\theta}(k)| \leq M_\theta$,所以 $V(k)$ 有界,上式 k 从 1 到 l 相加得

$$\lim_{l \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^l [e^2(k+1) - \varepsilon^2 W] < \infty \quad (14)$$

利用级数性质,由式(14)知

$$\lim_{k \rightarrow \infty} [e^2(k+1) - \varepsilon^2 W] = 0$$

因此当 $k \rightarrow \infty$ 时, $|e(k+1)| \rightarrow \varepsilon \sqrt{W}$,所以对所有的 $k, e(k)$ 收敛到原点的邻域内。

4 仿真实验

辨识对象为如下的非线性系统^[1]:

$$y(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + g[u(k)]$$

式中未知函数

$$g(u(k)) = 0.6 \sin(\pi u(k)) + 0.3 \sin(3\pi u(k)) + 0.1 \sin(5\pi u(k))$$

文[1]中采用如下的辨识模型:

$$\hat{y}(k+1) = 0.3y(k) + 0.6y(k-1) + \hat{f}[u(k)] \quad (15)$$

$$\text{其中 } \hat{f}(x) = \frac{\sum_{l=1}^{40} y^l \exp\left(-\left(\frac{x-x^l}{\sigma^l}\right)^2\right)}{\sum_{l=1}^{40} \exp\left(-\left(\frac{x-x^l}{\sigma^l}\right)^2\right)}$$

,3 个参数 y^l, σ^l, x^l 是要调

整的参数,初始参数 $y^l(0), \sigma^l(0), x^l(0)$ 分别在 $[-5, 5], [0, 0.3], [-1, 1]$ 内随机选取, $\alpha = 0.5$ 。在 1 000 步的学习过程中,辨识模型的输入为 $[-1, 1]$ 内的随机信号,图 1 是文[1]中当输入 $u(k) = \sin(2\pi k/250)$ 时,系统的输出(实线)和辨识模型的输出(虚线)。

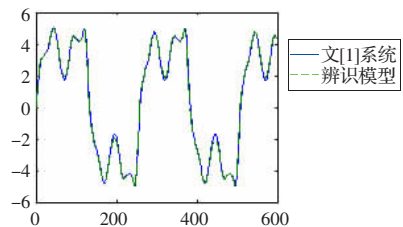


图 1 文[1]系统的输出和辨识模型的输出

本文仍然采用式(15)的辨识模型,但 $\hat{f}(x)$ 采用形如式(2)

的模糊逻辑系统,其中高斯型隶属函数中, $l=40, \sigma^l=0.3, x^l$ 在 $[-1, 1]$ 内均匀划分,初始参数 $\bar{\theta}(0)$ 的每个元素在 $[-5, 5]$ 内随机选取, $\alpha = 0.5, M_\theta = 20$ 。在 1 000 步的学习过程中,辨识模型的输入仍取为 $[-1, 1]$ 内的随机信号,图 2 是本文中当输入 $u(k) = \sin(2\pi k/250)$ 时,系统的输出(实线)和辨识模型的输出(虚线)。

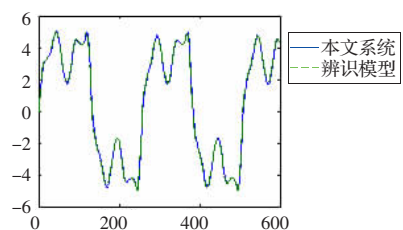


图 2 本文系统的输出和辨识模型的输出