

一种基于局部收敛估计的多目标进化算法

李 晶,郑金华,文诗华

LI Jing,ZHENG Jin-hua,WEN Shi-hua

湘潭大学 信息工程学院,湖南 湘潭 411105

Institute of Information Engineering,Xiangtan University,Xiangtan,Hunan 411105,China

E-mail:jhzheng@xtu.edu.cn

LI Jing,ZHENG Jin-hua,WEN Shi-hua.Multi-objective evolutionary algorithm estimates based on local convergence. Computer Engineering and Applications,2008,44(23):49-52.

Abstract: This paper proposes a Multi-Objective Evolutionary Algorithm Estimates(MOEAE) based on local convergence.In the evolutionary process of calculating for similarity between two generations archive set,if the algorithm in the early running for two generations of its similarity archive sets less than the pre-set threshold,then the algorithm has a certain probability that the local convergence.Then the authors re-initialize the probability of internal population and mutate some part of individuals in archive sets so that this algorithm may be in a local optimum,can produce new individual,thereby enhancing the convergence and diversity of solutions.By contrast experiment with the classic multi-objective algorithm,the experiment results show that the effectiveness of the algorithm.

Key words: Multi-Objective Evolutionary Algorithm(MOEA);convergence;Local Convergence(LC);archive set

摘 要:采用了一种基于局部收敛估计的多目标进化算法(MOEAE/LC)。在进化过程中计算连续两代归档集合群体之间的种群相似度,若在算法运行的早期其连续两代归档集的相似度小于预先设置的阈值,则认为算法有一定概率局部收敛。这时以一定概率重新初始化内部种群并且对归档集的部分个体进行变异,这样能在算法有可能陷入局部最优时产生新个体,从而提高了解集的收敛性和多样性。通过与经典的多目标算法(MOEAs)进行对比实验,实验结果表明了该算法的有效性。

关键词:多目标进化算法;收敛性;局部收敛;归档集

DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2008.23.015 **文章编号:**1002-8331(2008)23-0049-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP301

1 引言

进化算法是一类模拟生物自然选择与自然进化的随机搜索算法,因其适用于求解高度复杂的非线性问题而得到了非常广泛的应用,同时它又具有较好的通用性。在解决只有单个目标的复杂系统优化问题时,进化算法的优势得到了充分展现。然而,在现实生活中有很多问题都是多目标问题,而这些目标之间在大多数情况下又是相互竞争的,也就是说,大部分多目标优化问题是相向而不是同向达到最优解的。如在企业生厂活动中,产品质量与生产成本是两个相互冲突的,为了达到总目标的最优化通常需要一个折衷的最优解。而多目标优化问题^[1-2]可以简单定义为:寻找一组既满足约束条件又使总目标函数最优化的决策变量的取值,其中组成总目标函数的元素是子目标函数。

进化计算实质上是一种优化处理过程,但与传统优化方法有所不同^[3]。传统优化方法是用代价函数来衡量动作的行为,选

择一个好的动作使操作的对象得到优化。大多数典型的优化方法是通过计算代价函数的梯度值或高阶统计值来进行优化,通常此类方法只能得到局部最优值,且易受随机干扰的影响。首次用进化算法研究 MOP 的是 Schaffer,他在 1985 年提出了向量评估遗传算法(VEGA)^[4],之后又有许多基于遗传算法(Genetic Algorithm,GA)的多目标进化算法(Multi-Objective Evolutionary Algorithm,MOEA)被提出,比较有代表性的是采用小生境技术的 NPGA^[5],基于非劣排序的 NSGA^[6],SPEA2^[7],NSGA2^[8]等。这些算法可以概括为两点:(1)使用精英的求解方法,每次都淘汰掉适应值差的个体,把适用值好的个体传给下一代^[9];(2)使用有效的修剪算子保持解集中解的多样性和分布性。近年来,进化算法广泛应用于大量的优化问题,作为一种全局搜索方法,它在许多优化问题上取得了成功。然而,由于第一点的特征决定了对于一些大型的复杂多极值问题,即便是基于全局搜索的进化算法也往往限于局部最优,这便是所谓的早熟收敛。

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60773047);留学回国人员科研启动基金(No.教外司留[2005]546号);湖南省教育厅重点科研项目(No.06A074)。

作者简介:李晶(1982-),男,硕士研究生,研究方向:多目标进化算法;郑金华(1963-),男,教授,博士,博士生导师,通讯作者,主要研究方向:多目标进化算法、智能科学;文诗华(1981-),男,硕士研究生,研究方向:多目标进化算法。

收稿日期:2007-10-18 **修回日期:**2008-01-02

本文提出了一种对局部极值点进行估计的方法来设置局部收敛条件,该方法在进化过程中计算连续两代归档集群体之间的种群相似度,若在算法运行的早期其连续两代归档集的相似度小于事先设置的阈值,就可以说该算法有一定概率早熟收敛,就可以在有一定概率下进行一种操作使得算法能够跳出局部极值点,从而最终求得问题的全局最优解。并通过实验证明,该算法在收敛性和多样性上比传统的进化算法上都有较大幅度的提高。

2 多目标进化算法的几个基本概念

2.1 多目标优化问题的一般描述

给定决策向量 $x=(x_1, x_2, \dots, x_n)$, 它满足下列约束:

$$g_i(X) \geq 0 \quad i=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

$$h_i(X)=0 \quad i=1, 2, \dots, n \quad (2)$$

设有 r 个优化目标, 且这 r 个优化目标是相互冲突的, 优化目标可表示为:

$$f(X)=(f_1(X), f_2(X), \dots, f_r(X)) \quad (3)$$

寻求 $X^*=(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$, 使 $f(X^*)$ 在满足约束式(1)和式(2)的同时达到最优。

2.2 Pareto 最优解

多目标优化中的最优解, 通常称之为 Pareto 最优解, 它是由 vilfredo pareto 在 1896 年提出的, 故而命名为 Pareto 最优解 (Pareto Optimum Solution)。一般地, 可以描述如下:

给定一个多目标优化问题 $\text{Min} f(X)$, 若 $X^* \in \Omega$, 且不存在其它的 $\bar{X}^* \in \Omega$ 使得: $f_j(X^*) \geq f_j(\bar{X}^*)$, ($j=1, 2, \dots, r$) 成立, 且其中至少一个是严格不等式, 则称 X^* 是 $\text{Min} f(X)$ 的 Pareto 最优解。其中 Ω 是满足式(1)和式(2)的可行解集, 即:

$$\Omega=\{X \in R^n | g_i(X) \geq 0, h_j(X)=0; (i=1, 2, \dots, k; j=1, 2, \dots, l)\}$$

2.3 Pareto 最优边界

一个多目标优化问题的 Pareto 最优解集在其目标函数空间中的表现形式就是它的 Pareto 最优边界。Pareto 最优边界 PF^* (或 PF_{true} : True Pareto Front) 定义如下:

给定一个多目标优化问题 $\text{Min} f(X)$ 和它的最优解集 $\{X^*\}$, 它的 Pareto 最优边界定义为: $\text{PF}^*=\{f(X)=(f_1(X), f_2(X), \dots, f_r(X)) | X \in \{X^*\}\}$ 。

2.4 多目标进化个体之间的支配关系

定义 1 (个体之间的支配关系)^[10] 设 p 和 q 是进化群体 Pop 中的任意两个不同的个体, 称 p 支配 (dominate) q , 则必须满足下列二个条件: (1) 对所有的子目标, p 不比 q 差, 即 $f_k(p) \leq f_k(q)$, $k=1, 2, \dots, r$; (2) 至少存在一个子目标, 使 p 比 q 好。即 $\exists l \in \{1, 2, \dots, r\}$, 使 $f_l(p) < f_l(q)$, 其中 r 为子目标的数量。

此时称 p 为非支配的 (non-dominated), q 为被支配的 (dominated)。表示为 $p > q$, 其中 “ $>$ ” 是支配关系 (dominate relation)。

定义 1 所定义的支配关系是针对决策空间的, 类似地, 可以在目标空间中定义支配关系, 如定义 2 所示。

定义 2 (目标空间中的支配关系)^[10] 设 $U=(u_1, u_2, \dots, u_r)$ 和 $V=(v_1, v_2, \dots, v_r)$ 是目标空间中的两个向量, 称 U 支配 V (表示为 $U > V$), 当且仅当: $u_k \leq v_k$, $k=1, 2, \dots, r$; 且 $\exists l \in \{1, 2, \dots,$

$r\}$, 使 $u_l < v_l$ 。

定义 3 “局部” Pareto 最优解 (集)。

Deb 给出了两个基本定义, 即“局部” Pareto 最优解 (集) 和“全局” Pareto 最优解 (集)。其中“全局” Pareto 最优解 (集) 即为 P_{true} ; 通过这一术语也较容易得出“局部” Pareto 的最优解的定义, 即 P_{local} 。Deb 给出的定义如下:

“局部” Pareto 最优解 (集)^[11]: 给出 Pareto 最优解集 P , 对 $\forall x \in P$, $\neg \exists y$ 满足 $\|y-x\|_{\infty} \leq \varepsilon$, 其中 ε 是一个极小的正数 (原则上说, y 是对 x 进行很小的扰动而得到的), 并且 $F(x) \leq F(y)$ 。那么 P 中的解就构成了一个局部 Pareto 最优解集。

3 算法设计

就进化算法本身而言, 由于自然进化和生命现象的“测不准”性, 进化算法不可避免地存在概率算法的缺陷, 例如: 在对算法的实施过程中两个主要遗传算子都是在一定概率发生的条件下, 随机地, 没有指导地迭代搜索, 因此它们在为群体中的个体提供了进化机会的同时, 也不可避免地产生了早熟、种群多样性减少等“退化”现象。在原有进化算法中引入“一定概率下的局部收敛”的概念, 在有一定概率局部收敛的情况下, 以一定概率重新初始化内部种群并且保留归档集的大部分, 以提高种群的多样性, 同时利用局部特征信息 (当前代的归档集的大部分) 以一定强度干预全局的搜索进程, 抑制或避免求解过程中的一些重复和无效的工作, 以克服原进化策略算法中交叉和变异算子操作的盲目性。算法在执行时可以使群体适应度相对稳定的提高, 有针对性地抑制群体进化过程中的一些退化现象。

可以将 MOEA 的进化过程看成是由当前代归档集在目标空间中构成的曲面不断向 Pareto 面扰动而最终到达 Pareto 面的附近。结合 Deb 对于“局部” Pareto 最优解 (集) 的定义可以看出若当前代归档集在目标空间中所构成的曲面在到达“局部” Pareto 面时, 继续进行很小的扰动也无法跳出局部点。因此, 可以用相邻两代的归档集的群体相似度来衡量这种扰动程度, 若在算法运行的早期, 这种扰动程度比较小, 就可以认为该算法有一定概率陷入了局部收敛。

结合多目标优化问题, 为了算法需要, 先给出以下 3 个定义:

定义 4 (个体相似度) 给定当前第 t 代归档集 $Ndset(t)$ 和上一代归档集 $Ndset(t-1)$, 对 $\forall x \in Ndset(t)$, $\exists y \in Ndset(t-1)$ 对 $\forall z \in Ndset(t-1)$ 均有 $d_y^x \leq d_z^x$, 则 d_y^x 称为个体 x 与上一代归档集中个体之间的个体相似度, 记为 $S(x)$, 其中 d_y^x 、 d_z^x 分别为个体 x 与个体 y 、 z 的欧几里德距离。

定义 5 (群体相似度) 给定当前第 t 代归档集 $Ndset(t)$, 第 t 代归档集与第 $t-1$ 代的群体相似度定义为 $\sum_{i=1}^n S(x)/n$, 记为 $S(Ndset(t))$, 其中 $x \in Ndset(t)$, n 为第 t 代归档集中的向量个数。

定义 6 (一定概率局部收敛) 给定参数 T 与 SP , 若 MOEA 运行第 t 代时有 $S(Ndset(t)) \leq SP$, 则可以说该算法有一定概率进入了局部收敛, 其中 T 为运行代数的阈值 (一般设为算法运行早期), SP 为群体相似度的阈值。

MOEA/LC 算法流程:

{ N 为进化群体 P 规模, M 为归档集 Q (archive set) 大小, T 为预定的进化代数}

(1) 初始化: 产生一个初始群体 P_0 , 同时使归档集 Q_0 为

空, $t=0$ 。

(2) 适应度分配: 计算 P_t 和 Q_t 中所有个体的适应度。

(3) 环境选择: 将 P_t 和 Q_t 中所有非支配个体保存到 Q_{t+1} 中。若 Q_{t+1} 的大小超过 M , 则利用修剪过程 (archive truncation procedure) 降低其大小; 若 Q_{t+1} 的大小比 M 小, 则从 P_t 和 Q_t 中选取支配个体填满 Q_{t+1} 。

(4) 局部收敛估计: 计算第 $t+1$ 代归档集与第 t 代归档集的群体相似度 $S(Ndset(t+1))$, 若 $S(Ndset(t+1)) \leq SP$ (SP 为预先设置的群体相似度的阈值) 且 $t \leq T_0$ (运行代数的阈值), 则以一定概率 P (预先设置) 产生初始化种群 P_{t+1} , 随机挑选 Q_{t+1} 中 20% 的个体发生变异, 保留其余部分不变, 转步骤 (2)。

(5) 结束条件: 若 $t \geq T$, 或其它终止条件满足, 则将 Q_{t+1} 中的所有非支配个体作为返回结果, 保存到 $NDSet$ 中。

(6) 配对选择: 对 Q_{t+1} 执行锦标赛选择 (binary tournament selection)。

(7) 进化操作: 对 Q_{t+1} 执行交叉、变异操作, 并将结果保存到 P_{t+1} 中, $t=t+1$, 转步骤 (2)。

该算法在算法运行的早期 (T_0 代之前) 通过比较相邻两代归档集的群体相似度来判断算法是否有一定概率早熟收敛, 若有一定概率早熟收敛则以一定概率将内部种群初始化以增加群体的多样性, 并用部分个体发生变异后的归档集来引导搜索。实验结果表明该算法在多样性和收敛性上都有一定程

度的提高。

4 数据实验分析

实验 1 (ZDT1) 使用 MOEA/ELC 求以下多目标最小优化问题的 Pareto 最优集: $f_1(X)=x_1, f_2(X)=g(X) \times (1 - \sqrt{f_1(X)/g(X)})$,

$$g(X) = 1 + 9 \times \left(\sum_{i=2}^n x_i \right) / (n-1), n=30, x_i \in [0, 1], i=1, 2, \dots, n。$$

该优化问题的最优 Pareto 前沿是在 $g=2$ 时达到, 而且是凸的, 如图 1~图 4 所示。

实验 2 (ZDT4) 使用 MOEA/ELC 求解多目标最小优化问题:

$$f_1(X) = x_1, f_2(X) = g(X) \times (1 - \sqrt{f_1(X)/g(X)}), g(X) = 1 + 10(n-1) + \sum_{i=2}^n (x_i^2 - 10 \cos(4\pi x_i)), n=10, x_1 \in [0, 1], x_2, x_3, \dots, x_n \in [-5, 5]。$$

该问题在 $g=1$ 时达到最优 Pareto 前沿, 并有 21⁹ 个局部最优集, 因此是个多峰优化问题。在运行程序时, 设定初始种群规模 $N=200$, 交叉概率 $P_c=0.8$, $T=200$, 运行结果如图 5~图 8 所示。

实验 3 (ZDT6) 使用 MOEA/ELC 求解多目标最小优化问题:

$$f_1(X) = 1 - \exp(-4x_1) \sin^6(6\pi x_1), f_2(X) = g(X) \times (1 - (f_1(X)/g(X))^2), g(X) = 1 + 9 \times \left(\sum_{i=2}^n x_i \right) / (n-1)^{0.25}, n=10, x_i \in [0, 1], i=1, 2, \dots, n。$$

该问题的 Pareto 前沿是在 $g=1$ 时达到, 而且是非凸的, 如图 9~图 12。

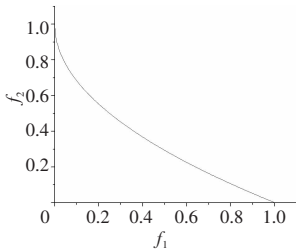


图 1 实验 1 的 Pareto 前沿

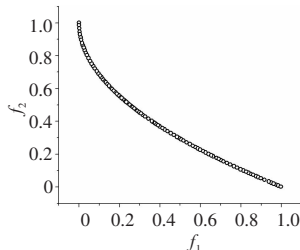


图 2 通过 SPEA2 计算实验 1 的 Pareto 前沿

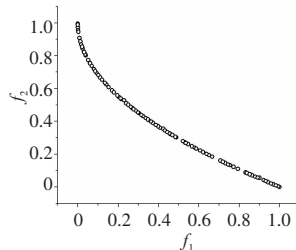


图 3 通过 NSGA2 计算实验 1 的 Pareto 前沿

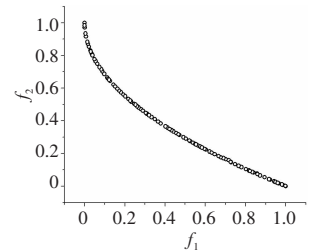


图 4 通过 MOEA/ELC 计算实验 1 的 Pareto 前沿

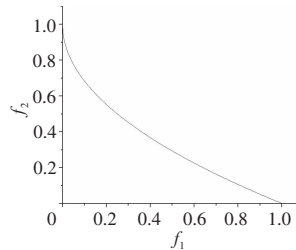


图 5 实验 2 的真实的 Pareto 前沿

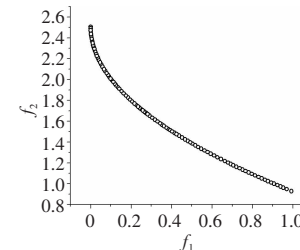


图 6 通过 SPEA2 计算实验 2 的近似 Pareto 前沿

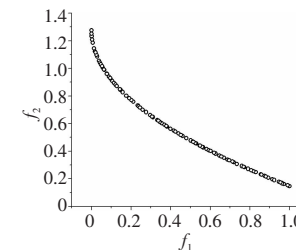


图 7 通过 NSGA2 计算实验 2 的近似 Pareto 前沿

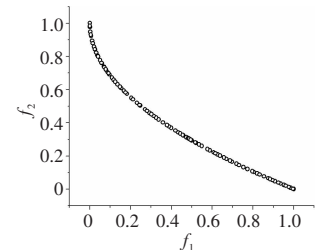


图 8 通过 MOEA/ELC 计算实验 2 的近似 Pareto 前沿

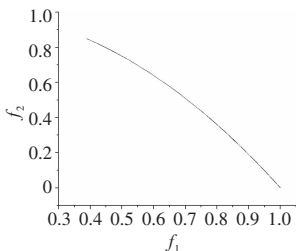


图 9 实验 3 的 Pareto 前沿

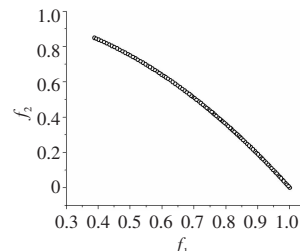


图 10 通过 SPEA2 计算实验 3 的 Pareto 前沿

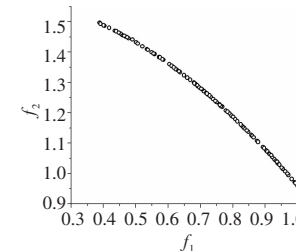


图 11 通过 NSGA2 计算实验 3 的 Pareto 前沿

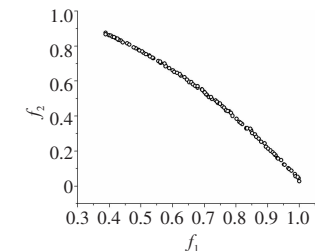


图 12 通过 MOEA/ELC 计算实验 3 的 Pareto 前沿

以上对算法进行了图形分析,下面通过 Inverted Generational Distance 距离来进行数量性能分析。Inverted Generational Distance 是一个恒量求出的 Pareto 解与真正的 Pareto 解的总距离,计算公式为:

$$GD = \frac{\|D\|_p}{n} = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n d_i^p}$$

这里 n 是通过算法求出的非劣解的个数, $d_i = \min\{\|y_i - y_j^*\|_2\}$ 。GD 的值越小就说明解集越靠近全局非劣最优区域,如果 $GD=0$ 就说明算法都在全局非劣最优区域上,这是最理想的情况。

从各个测试函数的实验图及表 1 可以看出,通过该算法求出的结果在收敛性上比 SPEA2 和 NSGA2 在 ZDT1 上有了较好的提高,而对于 ZDT4 和 ZDT6 在收敛性的改进上更为明显。我们知道,ZDT4 和 ZDT6 的收敛难度比 ZDT1 的收敛难度要大很多,这就表明该算法对于越容易陷入局部收敛的函数在收敛性的改进上越为明显。

表 1 实验 1~实验 3 的 GD 比较结果

实验	SPEA-II	NSGA-II	MOEA/LC
实验 1	0.039 12	0.001 72	0.001 54
实验 2	0.831 00	0.752 10	0.041 32
实验 3	0.036 81	0.076 13	0.034 70

5 结论

本文主要对多目标进化算法中的局部收敛情况进行研究,提出了一种估计局部收敛情况的方法,并通过增加种群的多样性对局部收敛情况进行了处理。由于该算法在一定概率下对归档集的大部分个体进行了保留,并对其中小部分个体进行了变异操作,通过对内部种群的重新初始化来增加种群的多样性,使得算法能够在陷入局部收敛的时候,能够跳出产生新个体,从而跳出局部及值点,最终收敛到 Pareto 最优面。在实验中,通过不同的测试函数与 SPEA2 和 NSGA2 的比较,表明了使用该

(上接 38 页)

2 中的测试结果显示,改进后的 PSO 算法在收敛速度上明显比基本的 PSO 算法要高约 10%。此外,在精度方面,改进后的算法要比基本的 PSO 高出一个数量级;与文献[7]相比,至少高出 12 个数量级。

综上所述,可以得出如下结论:改进的算法利用已知的每个粒子的最优值信息可以显著提高算法的性能;文献[7]实质上是一种对已知信息取相同权重的做法,而本文的方法在已知粒子信息的利用率上迈出了一大步,通过权重的巧妙选取改善了算法的性能。

本文在提高多样性的同时,从精度和收敛速度两方面成功地改进了基本粒子群优化算法。

5 结束语

粒子群优化算法是一类基于种群的简单随机全局优化技术,它是基于粒子群中信息的社会共享来实现的。然而,其粒子群中的信息利用还不充分,易出现过早收敛现象。因此,本文提出了一种基于提高多样性的粒子群优化算法(PSO-ID)。该算法的速度更新公式不仅利用了粒子本身信息、个体极值信息和全局极值信息,而且也充分利用了其他所有适应度更高的粒子的个体极值信息;同时,在位置更新环节中,利用真实物理反弹理论将解空间外的粒子反弹到解空间内,从而提高粒子的多样

性。对 5 个函数进行的仿真实验表明,该算法能有效避免粒子群优化算法过早收敛陷入局部最优的问题。因此,本方法是一种较为理想的寻优方法,具有一定的实用价值。

参考文献:

- [1] Ehrgott M, Gandibleux X. A survey and annotated bibliography of multiobjective combinatorial optimization[J]. OR Spektrum, 2000, 22(4): 425-460.
- [2] Ehrgott M. Multicriteria optimization[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [3] 刘勇. 非数值并行算法-遗传算法: 第二册[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
- [4] Schaffer J D. Multiple objective optimization, with vector evaluated genetic algorithms[C]// Proceedings of International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, Pittsburgh, PA, 1985: 93-100.
- [5] Schaffer J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms[C]// Proceedings of International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications, Pittsburgh, PA, 1985: 93-100.
- [6] Srinivas N, Deb K. Multiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms[J]. Evolutionary Computation, 1994, 2(3): 221-248.
- [7] Zitzler E. SPEA2: improving the strength pareto evolutionary algorithm for multiobjective optimization[C]// Giannakoglou K C. Proc Evolutionary Methods for Design, Optimization and Control with Application to Industrial Problems, EUROGEN 2001, 2001: 95-100.
- [8] Deb K, Agrawal S, Pratap A, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197.
- [9] 李康顺, 李元香, 康立山, 等. 一种基于输运理论的多目标演化算法[J]. 计算机学报, 2007, 30(5): 786-795.
- [10] 郑金华. 多目标进化算法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [11] Deb K. Multi-objective optimization using evolutionary algorithms[M]. Chichester, UK: Wiley, 2001.

参考文献:

- [1] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization[C]// Proc of IEEE International Conference on Neural Networks, 1995: 1942-1948.
- [2] Shi Yu-hui, Eberhart R. A modified particle swarm optimizer[C]// Proc IEEE World Congress on Computational Intelligence, 1998: 69-73.
- [3] 吴启迪, 江疆. 智能微粒群算法研究及应用[M]. 南京: 江苏教育出版社, 2005.
- [4] 朱丽莉, 杨志鹏, 袁华. 粒子群优化算法分析及研究进展[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(5): 24-27.
- [5] Wang Lei, Kang Qi. A modified adaptive particle swarm optimization algorithm[C]// IEEE International Conference on Industrial Technology, 2005: 209-214.
- [6] Voss M S. Principal component Particle Swarm Optimization (PCPSO)[C]// Proc IEEE Swarm Intelligence Symposium, 2005: 401-404.
- [7] 苏晋荣, 李兵义, 王晓凯. 一种利用种群平均信息的粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(10): 58-59.
- [8] 王丽, 王晓凯. 一种非线性改变惯性权重的粒子群算法[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(4): 47-48.