

造成 Bjorken 标度无关性幂律型破坏的新机制

马伯强 孙 信
(北京大学技术物理系)

摘 要

本文在光锥微扰理论中,分别由夸克语言和自由场光锥展开方法证明了总“能量”守恒的约束给出同一个新的标度变量 x_p 。此标度变量在某些近似下分别约化为 Weizmann 变量, Bloom-Gilman 变量和 Bjorken 变量,并对 Bjorken 标度无关性的幂律型破坏给出较大的贡献。本文也给出了从自由场算符乘积展开(OPE)方法和一般 OPE 方法对 x_p 重新标度的理解,指出它很可能是光锥展开系数中的一种高阶效应而不属于高挠度效应。因此, x_p 重新标度是造成 Bjorken 标度无关性的幂律型破坏的一种可能的新机制,它对由实验数据准确测得可靠的 QCD 标度参数 Λ 具有一定的理论意义。

一、引 言

人们常用两种理论方法来理解轻子核子深度非弹散射中的标度无关性现象。其一是夸克-部分子模型^[1,2],这种模型把深度非弹散射看作是入射轻子与核内各个自由的夸克-部分子的弹性散射的非相干迭加。另一种方法是通过算符乘积展开(OPE)方法^[3]与重正化群^[4]和渐近自由性质^[5]的结合,把 Bjorken 标度不变性与领头挠度算符及它的零级光锥展开系数联系起来。根据理论的分析,Bjorken 标度无关性只是近似成立,实验证明果真如此。为此,人们在理论上和实验上都做了很多的努力,来计算和测量 Bjorken 标度无关性的破坏。如用算符乘积展开(OPE)语言来划分的话,人们迄今已发现了三种造成 Bjorken 标度不变性破坏的机制,它们分别是:

- (1) 由对光锥展开系数进行重正化群分析而得到的对数型修正项^[6];
- (2) 自由场光锥展开系数中夸克质量项及无迹张量中靶质量项所带来的 ξ 重新标度性^[7];
- (3) 高挠度效应所带来的(预期的)幂律型修正项^[7]。

这三种机制在夸克-部分子语言中也有着清晰的物理意义,它们分别是:

- (1) 对数型修正项所对应的夸克和胶子分布函数的 QCD 演化^[8];

(2) ξ 重新标度性所对应的靶质量和夸克质量效应^[10];

(3) 高挠度效应所对应的多粒子相干过程等效应。

以上的所有这些, 无论是用夸克-部分子语言, 还是用 OPE 语言, 构成了以往 Bjorken 标度无关性破坏现象的理论探讨的主要议题。

从另一角度来看, 在 Bjorken 标度无关现象及其破坏性发现后不久, 就出现了试图用引入新的标度变量来重新获得较为精确的标度无关性的尝试。其中, Bloom-Gilman 变量^[11] $x' = Q^2/(2M\nu + M^2)$ 和 Weizmann 变量^[12] $x_w = (Q^2 + m^2)/(2M\nu + M^2)$ 被证明是比 Bjorken 变量 $x = Q^2/2M\nu$ 更好的标度变量。然而, 使用这些修正标度变量的做法很快地被人们淡忘了, 这是因为这些标度变量缺乏明确的理论依据。另外, QCD 的建立及它所预言的标度无关性的对数型破坏, 也使人们对测量标度无关性的破坏产生了兴趣。

早期关于标度无关的破坏性的实验表明, QCD 所预言的对数型破坏与实验数据是近似符合的。由此, Bjorken 标度无关性的破坏曾被看做是支持 QCD 的证据。直到最近, 人们才清楚 QCD 的领头修正项既不能解释结构函数中的中低 Q^2 区的效应, 也不能解释 $R = \sigma_L/\sigma_T$ 的数据^[8]。在结构函数的实验数据中, 也发现了明显的幂律型修正效应^[13]。现在, 人们已认识到幂律型修正效应与 QCD 所预言的对数型修正对 Bjorken 标度无关性的破坏都是很重要的, 因此, 一个重要的工作就是把对数型修正与幂律型修正分离开来。这对由实验数据较为准确地测得可靠的 QCD 标度参数 Λ 具有重要的理论意义^[14]。

需要指出的是, Nachtmann 变量^[15, 8](即 ξ 重新标度)事实上也对 Bjorken 标度无关性给出幂律型修正。但是, Barnett 指出^[13], Nachtmann 变量的使用对他所揭示的实验数据中存在着幂律型修正效应这个结论的影响是很小的。如果仅有上面所谈到的三种 Bjorken 标度无关性的破坏机制的话, 很自然的可以把高挠度效应看作是造成其余的幂律型破坏的唯一原因。然而, 本文作者在最近的一篇文章^[16]中指出, 轻子核子深度非弹散射中的总能量守恒的约束给出一个新的标度变量 x_p , 这个标度变量在某些特定近似下分别约化为 Weizmann 变量和 Bloom-Gilman 变量。Politzer 和 Georgi 也曾指出^[7], Bloom-Gilman 变量和 Weizmann 变量是比 Nachtmann 变量更好的标度变量, 因此对 Bjorken 标度无关性给出更强的幂律型效应。从这个角度看, 总能量守恒效应如果不属于高挠度效应的话, 那它事实上是造成 Bjorken 标度无关性的幂律型破坏的一种新机制。

本文的目的是在光锥微扰理论^[17]中, 分别由夸克语言和 OPE 语言来细致分析总“能量”守恒的约束条件所带来的效应。第二章, 对朴素夸克-部分子模型进行修正。本文的理论框架是 Brodsky 等人应用夸克-胶子场的光锥微扰理论所建立的核子的相对论性复合粒子模型^[17]。我们将看到, 总“能量”守恒的约束给出一个新的标度变量 x_p 。这个标度变量在某些近似下分别约化为 Weizmann 变量, Bloom-Gilman 变量和 Bjorken 变量。第三章, 将在光锥微扰理论中, 对核子的强子张量进行自由场光锥分析, 由此, 重新得到了第二章所给出的标度变量 x_p 。我们发现, 这个标度变量也可从自由场算符乘积展开 (OPE) 方法和一般 OPE 方法得到理解: 它很可能是光锥展开系数中的一种高阶效应,

即它不属于高挠度效应。因此, x_p 重新标度是造成 Bjorken 标度无关性的幂律型破坏的一种可能的新机制。第四章, 总结。

二、相对论性复合粒子模型中的轻子-核子深度非弹散射

下面, 应用脉冲近似的图象^[18-20], 在 Brodsky 等人所建立的核子的相对论性复合粒子模型^[27]中重新推导轻子核子深度非弹散射的公式。相对论性复合粒子模型的理论基础是一般坐标系中的夸克-胶子场的光锥微扰理论, 此理论实质上等效于无穷大动量坐标系中的编时微扰理论^[22]。

1. 脉冲近似在光锥微扰理论中的有效性

也许有人会问: 为什么可以对一般坐标系中的光锥微扰理论应用脉冲近似呢? 因为这与过去脉冲近似在实验室系中不适用的结论似乎是矛盾的。回答是这样的: 过去的分析是建立在一般瞬时哈密顿动力学^[23]之上的, 在其中时空变量为 $x_\mu = (t, x, y, z)$, 4-动量算符为 $P_\mu = (P_t, P_x, P_y, P_z)$, 其中 P_x, P_y, P_z 是运动学变量, $E = P_t$ 是动力学变量; 而本文所应用的光锥微扰理论是建立在光面哈密顿动力学 (Light-Front Dynamics)^[23,24] 之上的, 在其中时空变量为 $x_\mu = (x^+, x^-, x_\perp)$, 4-动量算符为 $P_\mu = (P^+, P^-, P_\perp)$, 其中 $x^+ = t + z$ 是新的“时间”坐标, $x^- = t - z$ 是新的“空间”坐标, $P_\perp = P_x + P_y$, $P^+ = P_t + P_z$ 是新的运动学变量, 而 $P^- = P_t - P_z$ 是新的动力学变量。由于无穷大动量坐标系中的瞬时哈密顿动力学等效于一般坐标系中的光面哈密顿动力学^[24], 因此, 在无穷大动量坐标系中适用的编时微扰理论可以安全地应用到一般坐标系中的光锥微扰理论中, 而不再需做 $p \rightarrow \infty$ 的极限。如果选用 x^+ 做为“时间”, P^- 做为“能量”, 与过去的讨论类似, 可以证明, 在把光锥四动量 p_μ, q_μ 定义为

$$\begin{cases} p_\mu = (p^+, M^2/p^+, \mathbf{0}_\perp); \\ q_\mu = (0, 2Mv/p^+, \mathbf{q}_\perp), \end{cases} \quad (2.1)$$

其中 p_μ, q_μ 满足定义方程

$$q^2 = -Q^2, \quad p \cdot q = Mv. \quad (2.1')$$

的情况下, 脉冲近似的适用条件仍是满足的。

2. 对轻子-核子深度非弹散射的计算

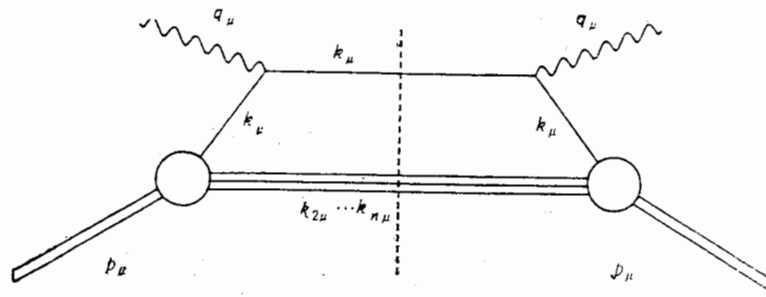
下面由核子的相对论性复合粒子模型, 在坐标系(2.1)中计算核子的强子张量 $W_{\mu\nu}$ 。散射的图解说明见图 1, 其中每一夸克的光锥 4-动量定义为

$$k_{i\mu} = (k_i^+, (\mathbf{k}_{i\perp}^2 + m^2)/k_i^+, \mathbf{k}_{i\perp}) = (x_i p^+, (\mathbf{k}_{i\perp}^2 + m^2)/x_i p^+, \mathbf{k}_{i\perp}). \quad (2.2)$$

其中 $x_i = k_i^+/p^+$ 。核子-夸克顶角可以写成

$$\phi_n(p; \underline{k}_1, \underline{k}_2, \dots, \underline{k}_n) 16\pi^3 \delta^2 \left(\mathbf{p}_\perp - \sum_{i=1}^n \mathbf{k}_{i\perp} \right) \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n x_i \right). \quad (2.3)$$

其中 $\phi_n(p; \underline{k}_1, \underline{k}_2, \dots, \underline{k}_n)$ 是 n 个在壳夸克 Fock 态的动量空间波函数, 标记 V 表示集

图 1 核子的相对论性复合粒子模型中核子的强子张量 $W_{\mu\nu}$ 的计算

$\{V^+, V_\perp\}$. 需注意在每一顶角处 3-动量 V 是守恒的, 而 V^- 却不一定守恒. 根据 Brodsky 等人给出的计算规则, 但使用文献[25]所使用的记号, 可以把核子的强子张量 $W_{\mu\nu}$ 写成

$$\begin{aligned}
 W_{\mu\nu} = & (1/4\pi) \sum_n \int 16\pi^3 \delta^2(\mathbf{p}_\perp - \mathbf{k}_\perp - \sum_{i=2}^n \mathbf{k}_{i\perp}) \delta\left(1 - x - \sum_{i=2}^n x_i\right) \\
 & \cdot (d^2\mathbf{k}_\perp dk^+ / 16\pi^3 k^+) 16\pi^3 \delta^2(\mathbf{p}_\perp - \mathbf{k}'_\perp - \sum_{i=2}^n \mathbf{k}_{i\perp}) \delta\left(1 - x' - \sum_{i=2}^n x_i\right) \\
 & \cdot (d^2\mathbf{k}'_\perp dk'^+ / 16\pi^3 k'^+) \phi_n(\mathbf{p}; \underline{k}, \underline{k}_2, \dots, \underline{k}_n) \phi_n^*(\mathbf{p}; \underline{k}', \underline{k}_2, \dots, \underline{k}_n) \\
 & \cdot (d^2\mathbf{k}'_\perp dk'^+ / 16\pi^3 k'^+) \prod_{i=2}^n (d^2\mathbf{k}_{i\perp} dk_i^+ / 16\pi^3 k_i^+) \\
 & \cdot (2\pi)^4 \delta^4\left(k' + \sum_{i=2}^n k_i - p - q\right) \langle k | J_\mu(0) | k' \rangle \langle k' | J_\nu(0) | k \rangle. \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

由此得到

$$W_{\mu\nu} = \sum_n \int (d^2\mathbf{k}_\perp dk^+ / 16\pi^3 k^+) [\rho_n(\underline{k}) / x] w_{\mu\nu}(k, k'), \quad (2.4')$$

其中

$$\begin{aligned}
 \rho_n(\underline{k}) = & \int \prod_{i=2}^n (d^2\mathbf{k}_{i\perp} dk_i^+ / 16\pi^3 k_i^+) 16\pi^3 \delta^2(\mathbf{p}_\perp - \mathbf{k}_\perp - \sum_{i=2}^n \mathbf{k}_{i\perp}) \\
 & \cdot \delta\left(1 - x - \sum_{i=2}^n x_i\right) |\phi_n(\mathbf{p}; \underline{k}, \underline{k}_2, \dots, \underline{k}_n)|^2, \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_{\mu\nu}(k, k') = & (1/4\pi) \int (d^2\mathbf{k}'_\perp dk'^+ / 16\pi^3 k'^+) (2\pi)^4 \delta^3(\underline{k}' - \underline{k} - \underline{q}) \\
 & \cdot \delta\left(k'^- + \sum_{i=2}^n k_i^- - p^- - q^-\right) \langle k | J_\mu(0) | k' \rangle \langle k' | J_\nu(0) | k \rangle \\
 = & 2Q_f^2 [k_\mu k'_\nu + k_\nu k'_\mu - g_{\mu\nu}(k \cdot k' \\
 & - m^2)] \delta\left(k'^- + \sum_{i=2}^n k_i^- - p^- - q^-\right) / k'^+. \quad (2.6)
 \end{aligned}$$

在上面的公式中, 函数 $\rho(\underline{k})$ 是核子束缚态中夸克的动量分布, $w_{\mu\nu}(k, k')$ 是被撞在质壳夸克的强子张量, 此核子在被撞前后的 4-动量分别是 k_μ 和 k'_μ , 其中 k'_μ 满足下面的虚光

子与靶核子之间的总“能量”守恒条件

$$\begin{cases} k'_\perp = q_\perp + k_\perp; \\ k'^+ = q^+ + k^+; \\ k'^- = p^- + q^- - \sum_{i=2}^n k_i^-. \end{cases} \quad (2.7)$$

可以看出

$$q'^- = k'^- - k^- = p^- + q^- - \sum_{i=1}^n k_i^-. \quad (2.8)$$

因此,得到了4-动量 k'_μ 与 k_μ 之间的差

$$k'_\mu - k_\mu = q'_\mu = (q^+, q'^-, q_\perp). \quad (2.9)$$

需注意 $q'_\mu \neq q_\mu$, 这是本文的结果与以往的脉冲近似不同之处.

为得到结构函数 $F_2 = \nu W_2$, 利用 $W_{\mu\nu}$ 具有的形式

$$\begin{aligned} W_{\mu\nu}/2M &= (q_\mu q_\nu/q^2 - g_{\mu\nu})W_1 + [(p_\mu - p \cdot qq_\mu/q^2) \\ &\quad \cdot (p_\nu - p \cdot qq_\nu/q^2)]W_2/M^2, \end{aligned} \quad (2.10)$$

而且只计算其++分量. 这是因为瞬时费米子对此分量无贡献^[27]. 由此得到

$$\begin{aligned} F_2(\nu, Q^2) &= [M\nu/2p^+p^+]W^{++} = [M\nu/2p^+p^+] \sum_n \int (d^2k_\perp dk^+/16\pi^3 k^+) \\ &\quad \cdot (\rho(k_\perp, x)/x) (4Q^2 k^+ k^+ / k'^+) \delta(k'^- + \sum_{i=2}^n k_i^- - p^- - q^-). \end{aligned} \quad (2.11)$$

对 δ -函数 $\delta(k'^- + \sum_{i=2}^n k_i^- - p^- - q^-)$ 进行 k^+ 积分, 且不做如文献 [16] 所提到的象 DLY 和 Brodsky 等人所做的近似, 得到

$$F_2(\nu, Q^2) = \sum_n \int dx \delta(x - x_p) f(x) Q^2 x^2 2M\nu / [m^2 + (k_\perp + q_\perp)^2], \quad (2.12)$$

其中 x_p 满足总“能量”守恒条件

$$(m^2 + (k_\perp + q_\perp)^2) / (k^+ + q^+) + \sum_{i=2}^n (m^2 + k_{i\perp}^2) / k_i^+ = (M^2 + p_\perp^2) / p^+ + q^-. \quad (2.13)$$

将连和 $\sum_{i=2}^n (m^2 + k_{i\perp}^2) / k_i^+$ 替换成 $P_c^- = (\lambda^2 + (p_\perp - k_\perp)^2) / (p^+ - k^+)$, 其中 λ 是按单粒子处理的剩余旁观者的有效质量, 得到

$$x_p = (A \pm B) / 2(M^2 + 2M\nu), \quad (2.14)$$

其中

$$\begin{cases} A = M^2 + 2M\nu + (k_\perp + q_\perp)^2 + m^2 - k_\perp^2 - \lambda^2; \\ B = \{A^2 - 4[(k_\perp + q_\perp)^2 + m^2](M^2 + 2M\nu)\}^{1/2}. \end{cases} \quad (2.14')$$

$0 < x_p < 1$ 的要求意味着 B 前的符号为负.

3. 对结果的讨论

需要注意, 在对 $\delta(k'^- + \sum_{i=2}^n k_i^- - p^- - q^-)$ 进行 k^+ 积分时, 由于 $k'^-, k_2^-, \dots, k_n^-$ 是

作为独立的变量来对待的, 文献[16]中所引入的约束

$$(k_{\perp}^2 + \lambda^2)/(1 - x_p)^2 \ll M\nu \quad (2.15)$$

将不再存在. 这如 Gilman 所建议的那样^[26], 恰是我们所期望的. 另外需要指出, “标度变量” x_p 可以在忽略 k_{\perp}^2 和 λ 时约化为 Weizmann 变量, 在忽略 k_{\perp}^2 , λ 和 m 时约化为 Bloom-Gilman 变量, 在忽略 k_{\perp}^2, λ, m 和 M^2 时约化为 Bjorken 变量. 因此可以期望 x_p 是一个更好的标度变量. 当然, 仍有许多工作要做, 但由文献[16]的结果可知, x_p 在忽略 k_{\perp}^2 和 λ 时, 对 Bjorken 标度无关性的幂律型破坏的贡献是很大的. 从原理上讲, 在知道 $\rho(k_{\perp}, x)$ 对 k_{\perp}^2, λ 的依赖关系后, 也可以计算横向动量 k_{\perp}^2 和旁观者质量 λ 的贡献.

我们还应注意, 与文献[16]中公式(10)不同, 公式(2.12)中 F_2 的物理意义是比较清楚的. 在 Bjorken 极限下, 公式(2.12)的 F_2 与朴素夸克-部分子模型的结论是一样的, 亦即它可以简单地看做核内夸克的动量分布. 然而, 在有限(但仍很大)的 Q^2 和 $2M\nu$ 的情况下, 公式(2.12)与朴素夸克-部分子模型的 F_2 相比还有额外的因子. 因此, 本文中 F_2 的物理意义与过去所认为的有所不同, 它亟需与实验数据进行唯象的比较分析.

三、算符乘积展开 (OPE) 语言下的 x_p 重新标度

上节的夸克语言分析揭示了总“能量”守恒条件的约束给出一个新的, 预期将是比较好的标度变量 x_p . 如何在 OPE 语言中理解这个 x_p 重新标度? 它是高挠度效应呢, 还是过去的 OPE 分析未揭示的一个新效应呢? 这就是本节试图回答的问题.

1. 自由场的光锥展开分析

过去的自由场光锥展开分析^[21,18]开始于基本公式

$$W_{\mu\nu} \propto \sum_i (1/4\pi) \int d^4x \exp(iq \cdot x) \langle p | [j_{\mu}^i(x), j_{\nu}^i(0)] | p \rangle, \quad (3.1)$$

其中 $j_{\mu}^i(x)$ 是夸克 i 的流算符. 下面将证明, 在光锥微扰理论中, 核子的强子张量公式可表示为

$$W_{\mu\nu} \propto \sum_{n,i} (1/4\pi) \int d^4x |a_n|^2 |b_n|^2 \exp(iq' \cdot x) \langle p; n | [j_{\mu}^i(x), j_{\nu}^i(0)] | p; n \rangle. \quad (3.2)$$

我们从更基本的公式

$$W_{\mu\nu}(q, p) = [1/4\pi] \int_x \langle p | J_{\mu}(0) | x \rangle \langle x | J_{\nu}(0) | p \rangle (2\pi)^4 \delta^4(p + q - p_x) \quad (3.3)$$

及脉冲近似的图像开始分析.

$$J_{\mu}(0) = \sum_i j_{\mu}^i(0). \quad (3.4)$$

并忽略干涉项 $j_{\mu}^i(0)j_{\nu}^j(0)$, 由公式(3.3)推出

$$W_{\mu\nu} \propto \sum_x \sum_i (1/4\pi) \int d^4x \exp(i(q + p - p_x) \cdot x) \langle p | j_{\mu}^i(0) | x \rangle \langle x | j_{\nu}^i(0) | p \rangle, \quad (3.5)$$

利用展开式 $|p\rangle = \sum_n a_n |p;n\rangle$, $|x\rangle = \sum_m b_m |x;m\rangle$, 并用移动算符将夸克的流算符 $j_\mu^i(0)$ 转换成 $j_\mu^i(x)$. 由于 $j_\mu^i(0)$ 是单体算符, 它只作用于夸克 i , 因此, 经化简后移动算符带来的相因子为 $\exp(i(k_i - k'_i) \cdot x)$, 而不是 $\exp(i(p - p_x) \cdot x)$, 由此得到

$$W_{\mu\nu} \propto \sum_x \sum_{n,i} (1/4\pi) \int d^4x |a_n|^2 |b_n|^2 \exp(i(q + p - p_x + k'_i - k_i) \cdot x) \langle p;n | j_\mu^i(x) | x;n \rangle \langle x;n | j_\nu^i(0) | p;n \rangle, \quad (3.6)$$

这约等于公式(3.2).

下面的讨论类似于文献[21,18]. 为简单起见, 只取自由标量场, 并只考虑“手提包”项, 此时 $[j^i(x), j^i(0)]$ 的光锥展开具有如下的形式

$$[j^i(x), j^i(0)] \propto \Delta(x, m'^2) : \phi_i(x) \phi_i(0) :. \quad (3.7)$$

由此给出深度非弹的结构函数

$$\begin{aligned} W(\nu, Q^2) &= \sum_{n,i} (1/4\pi) \int d^4x |a_n|^2 |b_n|^2 \exp(iq' \cdot x) \langle p;n | [j^i(x), j^i(0)] | p;n \rangle \\ &= \sum_{n,i} (1/4\pi) \int d^4x |a_n|^2 |b_n|^2 \exp(iq' \cdot x) \Delta(x, m'^2) \langle p;n | : \phi_i(x) \phi_i(0) : | p;n \rangle. \end{aligned} \quad (3.8)$$

其中

$$\Delta(x, m'^2) \propto [-i/(2\pi)^3] \int dk^+ dk^- d^2k_\perp \exp(-ik \cdot x) \varepsilon(k^-) \delta(k^2 - m'^2); \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} \langle p;n | : \phi_i(x) \phi_i(0) : | p;n \rangle &= B_{ni}(x^2, x \cdot p) \\ &\propto \int dk^+ dk^- d^2k_\perp \exp(ik \cdot x) \delta(k^2 - m^2) f_{ni}(k \cdot p). \end{aligned} \quad (3.10)$$

将(3.9),(3.10)代入(3.8), 发现

$$\begin{aligned} W(\nu, Q^2) &\propto \sum_{n,i} \int dk^+ dk^- d^2k_\perp |a_n|^2 |b_n|^2 f_{ni}(k \cdot p) \delta(k^2 - m^2) \\ &\quad \cdot \delta((k + q')^2 - m'^2) \varepsilon(k^- + q'^-). \end{aligned} \quad (3.11)$$

对第一个 δ 函数做 k^- 积分, 并对第二个 δ 函数做 k^+ 积分, 得到

$$W(\nu, Q^2) \propto K(\nu, Q^2) \sum_{n,i} |a_n|^2 |b_n|^2 F_{ni}(x_p), \quad (3.12)$$

其中 $K(\nu, Q^2)$ 在 Bjorken 极限下趋向于 $1/(\nu^2 + Q^2)^{1/2}$. x_p 由如下限定条件给出

$$(k + q')^2 = (k + q')^+ (k + q')^- - (\mathbf{k}_\perp + \mathbf{q}'_\perp)^2 = m'^2, \quad (3.13)$$

$$\text{其中} \begin{cases} k^+ + q'^+ = k^+ + q'^+; \\ (k + q')^- = q'^- + p^- - p^-; \\ x_p = k^+/p^+. \end{cases} \quad (3.14)$$

易证限定条件(3.13)实质上等效于限定条件(2.13). 因而 x_p 应具有与公式(2.14)相同的形式. 因此, 我们证明了光锥微扰理论下的自由场光锥展开给出与第二章一样的 x_p 重新标度.

2. 由 OPE 语言理解 x_p 重新标度

下面分别由光锥微扰理论的自由场 OPE 和一般 OPE 来理解 x_p 重新标度. 在第一种情况下, 向前康普顿振幅可表示为

$$W_{\mu\nu} \propto \sum_{n,i} (1/\pi) \text{Im} \int d^4x |a_n|^2 |b_n|^2 \exp(iq' \cdot x) \langle p; n | iT(j_\mu^i(x)j_\nu^i(0)) | p; n \rangle, \quad (3.15)$$

其中 $j_\mu^i(x)$ 是夸克 i 的流算符. 利用 Wilson 的结果, 得到在标度场情况下,

$$T(j^i(x)j^i(0)) = \sum_m x_{\mu_1} \cdots x_{\mu_m} C_m^i(x^2, g, m) O_m^{\mu_1 \cdots \mu_m}(0). \quad (3.16)$$

其中

$$O_m^{\mu_1 \cdots \mu_m}(0) = \phi_i(0) \partial^{\mu_1} \cdots \partial^{\mu_m} \phi_i(0). \quad (3.17)$$

用无迹算符 $\theta_m^{\mu_1 \cdots \mu_m}$ 来重新表述 $O_m^{\mu_1 \cdots \mu_m}(0)$, 得到

$$T(j^i(x)j^i(0)) = \sum_m C_m^i(x^2, g, m) \theta_m^{\mu_1 \cdots \mu_m} x_{\mu_1} \cdots x_{\mu_m}. \quad (3.18)$$

将公式(3.18)代入(3.15), 我们得到

$$W(\nu, Q^2) \propto \sum_{n,i} (1/\pi) \text{Im} \int d^4x |a_n|^2 |b_n|^2 \exp(iq' \cdot x) C_m^i(x^2) f_{ni}(x \cdot p). \quad (3.19)$$

从上面的光锥展开以及文献[21, 18]的结果, 可以期望, 在最低阶近似下,

$$C_m^i(x^2) \propto \varepsilon(x^+) \Delta_F(x, m^2); \quad (3.20)$$

$$f_{ni}(x \cdot p) \propto B_{ni}(x^2, x \cdot p), \quad (3.21)$$

将(3.20), (3.21)代入(3.19), 根据上面的光锥展开, 得知结构函数将具有 x_p 变量下的标度无关性. 因此, 自由场 OPE 分析给出 x_p 重新标度.

下面的问题是如何由一般 OPE 语言来理解 x_p 重新标度. 在这种情况下, 向前康普顿振幅可表示为

$$W_{\mu\nu} \propto (1/\pi) \text{Im} \int d^4x \exp(iq \cdot x) \langle p | iT(J_\mu(x)J_\nu(0)) | p \rangle, \quad (3.22)$$

其中 $J_\mu(x)$ 是核子的流算符. 算符乘积可以表为

$$T(J_\mu(x)J_\nu(0)) = \sum_n C_n(x^2, g, m) x_{\mu_1} \cdots x_{\mu_n} O_n^{\mu_1 \cdots \mu_n}(0), \quad (3.23)$$

其中光锥系数 $C_n(x^2, g, m)$ 在 $x^2 \rightarrow 0$ 时具有如下形式

$$C_n(x^2, g, m) \propto (-x^2 + i\varepsilon)^{-d_J + \frac{1}{2}r_n^{(a)}}, \quad (3.24)$$

需注意, 公式(3.22)中的相因子与(3.19)中的是不同的. 从上面的分析得知, $\exp(iq' \cdot x)$ 因子是 x_p 重新标度的来源, 因此所要回答的一个问题是如何从公式(3.22)来理解 x_p 重新标度.

根据上面的光锥展开分析和自由场 OPE 分析的启示, 理解这个问题的关键是假定光锥展开系数具有如下的形式

$$C_n(x^2, g, m) \propto \exp[i(q' - q) \cdot x] (-x^2 + i\varepsilon)^{-d_J + \frac{1}{2}r_n^{(a)}}, \quad (3.25)$$

此式在 Bjorken 极限下,在 $x^2 \rightarrow 0$ 时与公式(3.24)具有相同的极限. 因此, x_p 重新标度也可从一般 OPE 语言得到理解: 它很可能是光锥展开系数的一个高阶效应而不是高挠度效应.

需要小心的是,我们不应把由相因子 $\exp(iq' \cdot x)$ 产生的 x_p 重新标度与由光锥展开系数中的夸克质量效应所产生的 ξ 重新标度混淆起来. 光锥展开系数中的夸克质量效应产生于重正化群的贡献; 而相因子 $\exp(iq' \cdot x)$ 产生于总“能量”守恒条件的约束. 因此, x_p 重新标度,如果真的存在的话,是过去的 OPE 分析所没有考虑的新效应.

当然,相因子 $\exp(iq' \cdot x)$ 本身并不能给出 x_p 重新标度. 上面的一般 OPE 分析也只是对 x_p 重新标度提供了一种可能的理解途径,我们仍不清楚,无迹张量中的靶质量效应是否已包含在内. 要解决这个问题,需要由 OPE 语言推出,而不只是理解 x_p 重新标度. 但这已超出本文的范围.

四、总 结

本文在光锥微扰理论中,分别由夸克语言和自由场光锥展开方法证明了总“能量”守恒的约束条件给出同一个标度变量 x_p . 并给出从自由场算符乘积展开(OPE)方法和一般 OPE 方法对这个标度变量的理解. 我们发现, x_p 重新标度很可能是光锥展开系数中的一种高阶效应,亦即它不属于高挠度效应. 从过去的理论分析可以得知,在某些近似条件下, x_p 重新标度比 ξ 重新标度更好,并对 Bjorken 标度无关性的幂律型破坏给出更大的贡献. 因此, x_p 重新标度是造成 Bjorken 标度无关性的幂律型破坏的一种可能的新机制,它对由实验数据中准确测得可靠的 QCD 标度参数 Λ 具有极其重要的理论意义.

然而, x_p 中还有两个变量 k_{\perp} 和 λ 不是固定的. 尽管 x_p 在忽略 k_{\perp} 和 λ 时是一个较好的标度变量,但还不能确定,在 k_{\perp} 和 λ 贡献较大的情况下, x_p 是否仍是一个好的标度变量. 因此,我们下面要做的一个工作,就是要深入分析 k_{\perp} 和 λ 的影响. 为此,需要知道 $\rho_n(k_{\perp}, x)$ 对 k_{\perp} 和 λ 的依赖关系. 龙鸣和黄涛^[27]曾给出了一种可能的强子 Fock 态波函数,由此可以得到 $\rho_n(k_{\perp}, x)$ 随 k_{\perp} 和 λ 变化的关系式,并计算 k_{\perp} 和 λ 的贡献. 这是我们下一步要做的一个工作.

在本论文的准备、写作和修改过程中,本文第一作者得到了胡济民先生的指导和热情鼓励,并曾与黄涛、张启仁、程檀生、王正行、余友文、赵维勤、厉光烈等老师分别作过有益的讨论,尤其是黄涛老师给予了很多具体的帮助,在此表示衷心的感谢.

参 考 文 献

- [1] R. P. Feynman, High Energy Collisions, Proc. Third Int. Conf. on High Energy Collision, Stony Brook, 1969, edited by C. N. Yang et al., (Gordon and Breach, New York, 1969); *Phys. Rev. Lett.*, **23**(1969), 1415; Photon-Hadron Interactions, (Benjamin, New York, 1972).
- [2] J. D. Bjorken, *Phys. Rev.*, **179**(1969), 1547; J. D. Bjorken and E. A. Paschos, *Phys. Rev.*, **185**(1969), 1975.
- [3] K. Wilson, *Phys. Rev.*, **179**(1969), 1499; B. L. Ioffe, *Phys. Lett.*, **B30**(1969), 123; R. A. Brandt and G. Preparata, *Nucl. Phys.*, **B27**(1971), 541; Y. Frishman, *Ann. Phys.*, **66**(1971), 373; N. Christ, B. Hasslacher and A. Mueller, *Phys. Rev.*, **D6**(1972), 3543.

- [4] E. Stueckelberg and G. Peterman, *Helv. Phys. Acta*, **5**(1953), 499; M. Gell-Mann and F. Low, *Phys. Rev.*, **95**(1954), 1300; C. G. Callan, *Phys. Rev.*, **D2**(1970), 154; K. Symanzik, *Comm. Math. Phys.*, **18**(1970), 227; K. Wilson, *Phys. Rev.*, **D3**(1971), 1818.
- [5] D. Gross and F. Wilczek, *Phys. Rev. Lett.*, **30**(1973), 1343; H. D. Politzer, *ibid.*, **30**(1973), 1346.
- [6] H. Georgi and H. D. Politzer, *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 416; D. Gross and F. Wilczek, *ibid.*, **D8**(1973), 3622; **D9**(1974), 980.
- [7] H. Georgi and H. D. Politzer, *Phys. Rev. Lett.*, **36**(1976), 1281; Erratum, *ibid.*, **37**(1976), 68; *Phys. Rev.*, **D14**(1976), 1829.
- [8] R. M. Barnett, D. Schlatter and L. Trentadue, *Phys. Rev. Lett.*, **46**(1981), 1659; D. W. Duke and R. G. Roberts, *Nucl. Phys.*, **B165**(1980), 243; F. Eisele, M. Gluck, E. Hoffman and E. Reya, *Phys. Rev.*, **D26**(1982), 41.
- [9] G. Altarelli and G. Parisi, *Nucl. Phys.*, **B126**(1977), 298.
- [10] See, for example, Appendix B of the first paper in Ref. 17.
- [11] E. D. Bloom and F. J. Gilman, *Phys. Rev. Lett.*, **25**(1970), 1140; *Phys. Rev.*, **D4**(1971), 2901.
- [12] V. Rittenberg and H. R. Rubinstein, *Phys. Lett.*, **B35**(1971), 50; F. W. Brasse et al., *Nucl. Phys.*, **B39**(1972), 421.
- [13] R. M. Barnett, *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 1657; *Phys. Rev.*, **D27**(1983), 41.
- [14] S. J. Brodsky, TeV Physics and Beyond, Proc. VIIIth Summer School in Nuclear and Particle Physics, Launceston, Tasmania, 1987, edited by R. Delbourgo and J. R. Fox (World Scientific, Singapore, 1987), p. 173, please see page 202.
- [15] O. Nachtmann, *Nucl. Phys.*, **B63**(1973), 237.
- [16] B. -Q. Ma, *Phys. Lett.*, **B176**(1986), 179.
- [17] S. J. Brodsky, Lectures on Lepton Nucleon Scattering and Quantum Chromodynamics, edited by A. Jaffe and D. Ruelle (Birkhauser, Boston, 1982), p. 255; Quarks and Nuclear Forces, edited by D. C. Fries and B. Zeitnitz (Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, 1982), p. 81 and references therein. See also S. J. Brodsky, T. Huang and G. P. Lepage, Particles and Fields, edited by A. Z. Capri and A. N. Kamal (Plenum Publishing Corporation, 1983), p. 143.
- [18] J. Ellis, Weak and Electromagnetic Interactions at High Energy, edited by R. Balian and C. H. Llewellyn Smith (North-Holland, 1977), p. 1; see also, J. Ellis and R. L. Jaffe, U. C. Santa Cruz Summer School Lectures, SLAC-PUB-1253(1973).
- [19] E. Leader and E. Predazzi, An Introduction to Gauge Theories and the "New Physics" (Cambridge University Press, Cambridge, 1982), ch. 14.
- [20] S. D. Drell, D. J. Levy and T. -M. Yan, *Phys. Rev.*, **187**(1969), 2159; **D1**(1970), 1035; S. D. Drell and T. -M. Yan, *Ann. Phys.*, **66**(1971), 578.
- [21] R. Barbieri, J. Ellis, M. K. Gaillard and G. G. Ross, *Phys. Lett.*, **B64**(1976), 171.
- [22] S. Weinberg, *Phys. Rev.*, **150**(1966), 1313.
- [23] P. A. M. Dirac, *Rev. Mod. Phys.*, **21**(1949), 392; see also, H. Leutwyler and J. Stern, *Ann. Phys.*, **112**(1978), 94.
- [24] L. Susskind, *Phys. Rev.*, **165**(1968), 1535; K. Bardakci and M. B. Halpern, *ibid.*, **176**(1968), 1686; S. -J Chang and S. Ma, *ibid.*, **180**(1969), 1506; J. B. Kogut and D. Soper, *ibid.*, **D1**(1970), 2901; J. D. Bjorken, J. B. Kogut and D. Soper, *ibid.*, **D3**(1971), 1382.
- [25] 马伯强, 北京大学技术物理系博士论文, 1989.
- [26] F. J. Gilman, private communication (1986).
- [27] 龙鸣, 黄涛, 高能物理与核物理, **10**(1986), 562; 龙鸣, 高能物理与核物理, **10**(1986), 632.

NEW SOURCE FOR POWER-LAW TYPE DEVIATIONS FROM BJORKEN SCALING

MA BOQIANG SUN JI

(Technical Physics Department, Peking University)

ABSTRACT

We argue from both the quark language and the free field light-cone expansion in light-cone perturbation theory that the constraint of overall "energy" conservation yields the same new scaling variable x_p , which reduces to the Weizmann variable, the Bloom-Gilman variable and the Bjorken variable at some approximations. The x_p rescaling is expected to be a good scaling variable, and hence gives substantial power-law type corrections to the deviations from the Bjorken scaling. Understandings of this x_p rescaling from both the free field operator product expansion (OPE) and the ordinary OPE are also given, indicating that it is likely a higher order effect in the coefficient functions; i.e., it does not belong to the higher twist effect. Therefore this x_p rescaling is a new effect contributing to the power-law type corrections, and hence is of substantial importance to the extraction of a reliable value of the QCD scale Λ from the data.