

蚁群算法求解函数优化中的参数设置

陈小强¹, 杜呈欣², 熊伟清³

CHEN Xiao-qiang¹, DU Cheng-xin², XIONG Wei-qing³

1.兰州交通大学 自动化与电气工程学院, 兰州 730070

2.兰州交通大学 电子与信息工程学院, 兰州 730070

3.宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211

1.School of Automatization and Electric Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China

2.School of Electronics and Information Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China

3.Faculty of Information Science and Engineering, Ningbo University, Ningbo, Zhejiang 315211, China

CHEN Xiao-qiang, DU Cheng-xin, XIONG Wei-qing. Ant colony algorithm design for function optimization. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(17): 53-55.

Abstract: The enactment of the parameters of an ant system is determined by experience and experiment. This leads to heavy work load and makes the optimal combination of the parameters difficult to obtain. On the basis of the ant algorithm and the result of the experiment, the effect by changing the parameters of α, β, ρ is discussed, and an improved scheme is proposed. Then both of the improved scheme and the ant algorithm are applied to the function optimization problem, and a comparison is made in the simulation.

Key words: ant colony algorithm; function optimization; combinatorial optimization; optimum configurations

摘要: 蚁群算法的参数设置一直是依靠经验和实验来确定, 造成实验工作量大且难以得到最优的参数组合, 影响了算法的使用。从基本蚁群算法出发, 结合实验结果, 讨论了 α, β 及 ρ 的变化对实验结果的影响, 提出了相应的参数改进方案。并将经此方案修正的蚂蚁算法与基本蚁群算法同时运用于经典函数优化问题中, 对仿真结果进行了对比。

关键词: 蚁群算法; 函数优化; 组合优化; 参数设置

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.17.016 文章编号: 1002-8331(2008)17-0053-03 文献标识码: A 中图分类号: TP301.6

1 引言

蚁群算法 (Ant Colony Algorithm, ACA) 由意大利学者 Marco Dorigo 等人在 20 世纪 90 年代首先提出^[1,2], 算法思想充分利用了蚁群搜索食物的过程与著名的旅行商问题 (Traveling Salesman Problem, TSP) 之间的相似性, 通过模拟蚂蚁群落搜索食物的过程来求解 TSP 问题, 取得比较理想的效果。

目前, 蚁群算法模型还成功应用于函数优化、分配问题、job-shop 调度问题等 NP-complete 的组合最优化问题^[2,3], 是继模拟退火算法、遗传算法、禁忌搜索 (Tabu Search) 算法、人工神经网络算法后的又一种应用于组合优化问题的启发式搜索算法。

在求解组合优化问题中, 蚁群算法除了具有很多其他智能算法共有的优点外, 还具有以下特点: 较强的鲁棒性、正反馈机制、分布式计算、易于与其它方法给合、全局优化。但是, 从算法搜索最短路径的机理可以看到, 算法中的主要参数选择对求解问题的效果起决定性的影响, 其选择的方法和原则目前尚无足够的理论依据, 通常都是根据经验而定。本文以求解函数优化问题为例, 通过一系列的对比实验研究, 来探讨参数的最佳设置原则, 以利于蚁群算法在其他应用领域中的推广。

2 基本蚁群算法模型

蚁群算法的思想最先用于求解旅行商问题 (TSP), 下面就以 TSP 问题为例来说明该算法思想。设 m 为蚁群数量; d_{ij} 为城市 i, j 之间的距离; $\tau(t)$ 为 t 时刻连接城市 i 和 j 的路径上的残留信息量, 初始时刻各路径上信息量相等, 设 $\tau(0) = C$ (C 为常数); η 表示城市 i 转移到城市 j 的期望程度。

蚂蚁 k ($k=1, 2, \dots, n$) 根据各条路径上的信息量决定转移方向, t 时刻蚂蚁 k 从城市 i 向城市 j 转移的概率 $P_{ij}^k(t)$ 计算如下:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t) \cdot \eta_{ij}^\beta(t)}{\sum_{s \in allowed_k} \tau_{is}^\alpha(t) \cdot \eta_{is}^\beta(t)} & J \in allowed_k \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (1)$$

其中, $allowed_k = \{0, 1, \dots, n-1\} - tabu_k$ 表示蚂蚁 k 下一步允许选择的城市, α 为信息启发式因子, β 为期望值启发式因子。与自然蚁群系统不同之处在于人工蚁群系统具有一定的记忆力, $tabu_k$ ($k=1, 2, \dots, n$) 用于记录蚂蚁 k 所走过的城市, 集合 $tabu_k$ 随着进化过程进行动态调整。人工蚁群保留了自然蚁群信息素探

基金项目: 甘肃省自然科学基金 (the Natural Science Foundation of Gansu Province of China under Grant No. 3ZS024-B25-034)。

作者简介: 陈小强 (1966-), 男 (汉族), 兰州交通大学副教授, 博士研究生, 现从事计算电磁学和并行计算的研究。

收稿日期: 2008-02-28 修回日期: 2008-04-24

发特点,随着时间的推移,以前留下的信息逐渐消逝,参数 ρ ($0 \leq \rho < 1$) 表示信息素的持久性, $1-\rho$ 则表示信息素的衰减度。在每只蚂蚁完成对所有 n 个城市的访问后(即一次循环结束),各路经商的信息素量根据公式(2)(3)进行调整:

$$\tau_{ij}(t+n) = \rho \cdot \tau_{ij}(t) + (1-\rho) \cdot \Delta\tau_{ij} \quad (2)$$

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k \quad (3)$$

其中, $\Delta\tau_{ij}^k$ 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中留在路径 (i, j) 上的信息素量, $\Delta\tau_{ij}$ 表示本次循环中路径 (i, j) 上的信息素增量。

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{若第 } k \text{ 只蚂蚁在 } t+1 \text{ 时刻经过路径 } (i, j) \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

其中, Q 是一个常数,表示蚂蚁所留的信息素量, L_k 表示第 k 只蚂蚁在本次循环中所走路程的长度。初始时刻, $\Delta\tau_{ij}(0) = C$, $\Delta\tau_{ij} = 0$ ($i, j = 0, 1, \dots, n-1$)。 η_{ij} 表示由城市 i 转到 j 的期望程度,可根据某种启发算法具体确定。根据其具体问题选择不同的启发算法, $\tau_{ij}(t)$ 、 $\Delta\tau_{ij}(t)$ 及 P_{ij}^k 的表示形式各不相同。M.Dorigo 定义了三种不同的模型: ant-cycle system、ant-quantity system、ant-density system, 它们的差别在表达式的不同^[4]。

ant-quantity system 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \frac{Q}{d_{ij}^k} & \text{若蚂蚁 } k \text{ 在时刻 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 经过路径 } (i, j) \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (5)$$

ant-density system 模型中:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} Q & \text{若蚂蚁 } k \text{ 在时刻 } t \text{ 和 } t+1 \text{ 经过路径 } (i, j) \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (6)$$

由于 ant-quantity system、ant-density system 利用的是局部信息, ant-cycle system 利用的则是整体信息,因此在求解 TSP 时 ant-cycle system 性能较好,因此通常采用它为基本模型。

下面是蚁群算法伪码:

Begin

初始化: $nc=0$ (nc 为迭代步数) 将 m 个蚂蚁随机置于初始位置;

Loop: 将所有蚂蚁的初始出发点置于当前解集中;

for $i=0$ to $n-1$ do

for $k=1$ to m do

按概率 选择顶点 j ;

移动蚂蚁 k 至顶点 j ;

将顶点 j 置于蚂蚁 k 的当前解集

end for

end for

计算各蚂蚁的目标函数值;更新当前的最优解;重置所有工

作变量;

更新信息素;

$nc++$;

if $nc > NcMax$ (预定的迭代次数) goto Loop;

输出全局最优解;

End

算法时间复杂度为 $O(nc \cdot m \cdot n^2)$ 。

3 蚁群算法求解函数优化

蚁群算法求解函数优化,通过对目标函数的自适应来调整蚂蚁的搜索行为,同时通过路径选择过程中的多样性来保证得到更多的搜索空间,从而快速地得到全局最优解。函数优化问

题一般为求极值问题,其中包括极大或极小值,算法设计中通常转化为求极小值问题,并通过改进目标函数使得所有解空间上解的目标函数值为正。算法的数学模型为: $\min f(x_i)$, $x_i \in [x_{\min}, x_{\max}]$; 其中 $i=1, 2, 3, \dots$ 。用蚁群算法求解函数优化问题的编码方式、有向图定义和信息素更新等问题作者已经在文献[5]中有详细的叙述,本文不再赘述。

4 参数设置对求解函数优化问题影响的实验分析研究

蚁群算法求解函数优化中参数设置的好坏,直接影响算法的运行性能,从而影响算法的实用性。目前,在蚁群算法应用于函数优化问题研究领域还没有一套系统的、有效的数学分析方法使不同情况下的蚂蚁系统都能生成最优的参数设置,而国内外有关的文献大都只是根据实验经验提出一种参数配置,但实验结果表明对于不同类型、不同规模的函数问题同样的参数所得的结果优劣差别很大。本文将蚁群算法基本模型的参数设定问题描述成均匀设计中多因素多水平的实验设计,通过选择有代表性的参数组合进行实验,从而能够用较少的实验次数找到满意的算法参数组合。仿真实验表明了该方法的可行性和有效性,为科学设定相关算法参数提供了参考。因此,通过大量有针对性地对不同类型、不同规模的函数问题进行实验,获得参数的统计数据,研究参数设置对算法求解效果的影响。

试验中 $NcMax=100$, 即循环 100 次作为终止条件,并采用改变一个参数,其他参数不变的策略来探索参数的设置对算法效率的影响,每组数据试验多次(100 或 600 次)取平均作比较。

实验中选取了 3 个不同类型的经典测试函数作为算例例子进行比较:

(1) 求解函数 $f_1(x) = 5e^{-0.5x} \sin 30x + e^{0.2x} \sin 20x + 6$, $x \in [0, 8]$ 的最小值,该函数为单变量函数(如图 1),具有多个局部最小值,对优化变量的取值是十分敏感^[6];

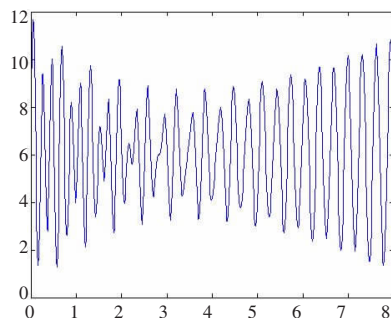


图 1 函数 $f_1(x)$ 曲线

(2) 求解函数 $f_2(x) = 100(x_1^2 - x_2)^2 + (1 - x_1)^2$, $x_1, x_2 \in [-2.048, 2.048]$, 的最大值,该函数是局部有些凹陷的二变量二次函数(如图 2)^[6];

(3) 求解六峰驼返回函数 $f_3(x) = (4 - 2.1x_1^2 + \frac{1}{3}x_1^4)x_1^2 + x_1x_2 + (-4 + 4x_2^2)x_2^2$, 其中 $x_1 \in (-3, 3)$, $x_2 \in (-2, 2)$ 的最小值,该函数为二变量、单峰、四次函数,该函数在两个不同: $(-0.0898, 0.7126)$ 和 $(0.0898, -0.7126)$ 处有一个全局最小值 -1.0316 ^[6]。

分析表 1 至表 3 的结果,可以得到如下的结论:

(1) 从算法转移概率的计算公式(公式(1))不难发现,作为指数的 α, β 取值越大,计算量也越大。因此,在取得满意解的情

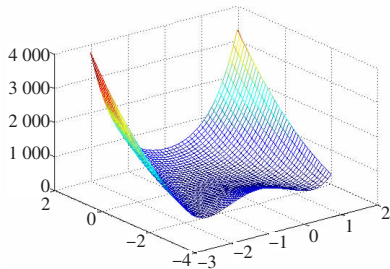


图2 函数 $f_2(x)$ 曲线

表1 f_1 的 100 次试验结果

组数	α	β	ρ	得到最优解次数	最优解	最差解	均值
1	2	3	0.1	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
2	2	3	0.7	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
3	2	8	0.2	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
4	2	13	0.8	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
5	12	3	0.2	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
6	15	4	0.9	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
7	2	0	0.3	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
8	3	0	0.6	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
9	0	4	0.2	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363
10	0	3	0.8	100	1.257 363	1.257 363	1.257 363

表2 f_2 的 600 次试验结果

组数	α	β	ρ	得到最优解次数	最优解	最差解	均值
1	2	3	0.1	290	3 905.926 227	3 020.555 457	3 834.774 826
2	2	3	0.7	296	3 905.926 227	3 433.452 548	3 866.263 753
3	2	8	0.2	294	3 905.926 227	3 372.829 532	3 864.648 295
4	2	13	0.8	297	3 905.926 227	3 418.239 884	3 853.814 321
5	10	3	0.2	308	3 905.926 227	3 465.921 842	3 873.928 756
6	15	4	0.9	312	3 905.926 227	3 462.768 294	3 895.749 294
7	0	4	0.2	306	3 905.926 227	3 449.193 719	3 871.964 821
8	0	3	0.8	310	3 905.926 227	3 461.972 841	3 885.927 967

表3 f_3 的 600 次试验结果

组数	α	β	ρ	得到最优解次数	最优解	最差解	均值
1	1	1	0.1	0	-0.997 293	-0.117 508	-0.575 339
2	2	3	0.7	0	-0.998 342	-0.293 814	-0.559 932
3	2	8	0.2	0	-1.003 923	-0.218 027	-0.569 147
4	2	13	0.8	0	-1.018 230	-0.192 862	-0.562 843
5	15	3	0.2	3	-1.031 558	-0.109 152	-0.601 845
6	15	4	0.8	0	-1.029 505	-0.270 565	-0.554 293
7	25	1	0.1	0	-0.628 300	0.190 243	-0.382 171
8	3	0	0.6	0	-0.692 301	0.219 529	-0.321 936
9	0	4	0.2	0	-0.615 595	0.201 163	-0.362 389
10	0	3	0.8	0	-0.615 631	0.340 429	-0.327 901

况下, α, β 应取相对较小的值;

(2)蚁群算法中,信息素挥发参数 ρ ,其作用是使个体蚂蚁忘掉过去从蚁群搜索过程中获得的一部分经验,避免过早收敛于一个局部最优解;信息启发式因子 α ,反映了在蚁群路径搜索中随机性因素作用的强度,取值较高使得个体蚂蚁在搜索过程中更依赖于蚁群中其他蚂蚁,更倾向于选择其他蚂蚁已经搜索的路径,搜索的随机性减弱,使蚁群的搜索过早陷于局部最优;期望值启发式因子 β ,反映了在蚁群路径搜索中确定性因素作用的强度,其值越大,蚂蚁在某个局部点上选择局部最优解的可能性越大,虽然搜索的收敛速度加快,但蚁群在最优路径的搜索过程中随机性减弱,易于陷入局部最优。蚁群算法的

全局寻优性能,首先要求蚁群的搜索过程必须有很强的随机性;而蚁群算法的快速收敛性能,又要求蚁群的搜索过程必须要有较高的确定性。因此,两者对蚁群算法性能的影响是相互配合、密切相关的。如果 $\alpha=0$,则相当于经典贪婪算法,如果 $\beta=0$,则只是一个正反馈过程;

(3)求解 f_1 时,不论 α, β, ρ 如何取值,算法在很短时间内(8或9次迭代)就能得到最优解,这一结果充分体现了蚁群算法求解函数优化问题的优越性;

(4)求解 f_2 时, α, ρ 的取值对求解效果影响显著,较小取值的求解效果较差,较大的值取得最优解和平均值较好;

(5) $\alpha=0$,即贪婪算法求解 f_2 效果也比较理想;

(6)求解 f_3 时, α 的取较大的值, ρ 取较小值时获得最优解和平均值的效果较好,但是通过试验发现,仅在 $\alpha=15, \beta=3, \rho=0.2$ 时,600次求解中3次取得函数理论最小值-1.031 558,这说明蚁群算法在求解类似 f_3 此类复杂函数的优化问题中尚需要进行优化,如引入局部搜索(Local Search)机制^[7]、同其他智能算法相结合^[8,9]等等。

5 小结

不同类型的函数优化问题,变量数目和局部最优解的情况差异很大,对于上述实验所得到的结果,可以将之作为以后求解不同类型的函数优化问题时的出发点,在此基础上进行更精确的参数匹配,从而减少工作量。

下一步的工作是将蚁群算法求解函数优化问题同求解其他类型问题(如TSP)进行对比,研究在不同问题中参数设置对求解效果的影响。

参考文献:

- [1] Dorigo M, Gambardella, Maria L. Ant colonies for the traveling salesman problem[J]. Biosystems, 1997, 43(2): 73-81.
- [2] Dorigo M, Gambardella, Maria L. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Trans on Evolutionary, 1997, 1(1): 53-66.
- [3] Seuranen E. Solving traveling salesman problem with genetic Algorithms[EB/OL]. (2003-02-28). <http://www.hut.fi/~eseurance/projects/TSP/>.
- [4] Dorigo M, Luca. M.A study of some properties of ant Q[C]//Voigt H M, Ebeling W, Rechenberg I. Proc of 4th Int Conf on Panelled Problem Solving from Nature (PPSN). Berlin: Springer Verlag, 1996: 656-665.
- [5] 杜呈欣, 陈小强, 熊伟清. 用于求解函数优化的一个蚁群算法设计[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(25): 25-57.
- [6] 米凯利维茨 Z. 演化程序——遗传算法和数据编码的结合[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 257-259.
- [7] Stutzle T, Hoos H. The MAX-MIN ant system and local search for the traveling salesman problem[C]//Baeck T, Michalewicz Z, Yao X. Proceedings of IEEE-ICEC-EPSS'1997, IEEE International Conference on Evolutionary Computation and Evolutionary Programming Conference. IEEE Press, 1997: 309-314.
- [8] 丁建立, 陈增强, 袁著祉. 遗传算法与蚂蚁算法的融合[J]. 计算机研究与发展, 2003, 40(9): 1351-1356.
- [9] 林振荣. 一种基因与蚁群的融合算法研究[J]. 微计算机信息, 2007, 12(3): 176-177.