

蚁群算法在冗余系统可靠性最优分配上的应用

程世娟^{1,2}, 卢伟³, 何平²

CHENG Shi-juan^{1,2}, LU Wei³, HE Ping²

1.西南交通大学 应用力学与工程系, 成都 610031

2.西南交通大学 应用数学系, 成都 610031

3.西华大学 数学与计算机学院, 成都 610039

1.Department of Applied Mechanics and Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

2.Department of Applied Mathematics, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China

3.College of Computer and Mathematics, Xihua University, Chengdu 610039, China

E-mail: csjj3202@163.com

CHENG Shi-juan, LU Wei, HE Ping. Ant colony optimization on reliability optimization of redundancy allocation problem. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(15): 64-66.

Abstract: Many heuristic algorithms had some flaws such as early convergence and easily falling in local peak. A ant colony optimization with identical state transition rules and pheromone updating rule is used to solve this problem. The experiment data showed that the ant colony optimization is an effective way to solve the redundancy allocation problem, which found the optimal solution in a relative short time.

Key words: ant colony optimization; Redundancy Allocation Problem(RAP); state transition rule; pheromone update rule

摘要:针对各种进化算法所存在的早熟收敛,易陷入局部极值点的缺点,采用两种不同的状态转移规则和与系统属性紧密相关的信息素更新规则,用蚁群算法解决元件可选择不同类型的最佳冗余分配问题,实例仿真结果表明蚁群算法可以在相对短的时间内较快的找到问题的最优解。

关键词:蚁群算法;冗余系统分配问题;状态转移规则;信息素更新规则

DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.15.019 **文章编号:**1002-8331(2009)15-0064-03 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP393

1 引言

最优冗余问题(Redundancy Allocation Problem, RAP)就是在系统元件的重量、体积、费用、可靠度等约束下,使系统的可靠度达到最大。由于系统中的元件有数量型号等的限制,而每一元件又有重量、费用、体积、可靠度等标志,所以最优冗余问题为典型的 NP-难问题^[1]。对于这类问题的求解存在两种不同的算法:确定性算法和近似算法。确定性算法可以保证找到问题的最优解,但对于 NP-难问题,确定性算法需要指数级时间找到问题的最优解,大多数情况下,确定性算法的性能不尽如人意。因此在实际应用中,如果不能有效的找到问题的最优解,唯一可行的方法就是降低最优解的精度以换取计算效率的提高,而近似算法正是寻求在相对较低的计算成本下找到最好的或接近最优解的有效方法。智能算法的提出和发展为解决冗余系统可靠性优化问题提供了全新的工具和模式。高尚^[2]、王正初^[3]、张磊^[4]等人先后把蚁群算法和微粒群算法应用到串并联系统可靠性优化问题中,在他们的成果中指出,当冗余系统中所有元件都相同时,系统最优冗余数目为(2, 2, ..., 2),并通过一个简

单实例分析了同一子系统的元件都相同时的情形。但现实模型中为了获得高可靠性,许多冗余系统并联子系统的设计中都用了不同型号的元件,应该说,按照工程的实际需要来选择子系统元件的数目和类型,才是最具有现实意义的。用蚁群算法解决系统的元件可选择不同类型的最佳冗余问题,Matlab 编程仿真结果表明算法是可行有效的。

2 蚁群算法的基本原理^[5]

20 世纪 90 年代初期,意大利学者 Dorigo Macro 等从生物进化论中受到启发,通过模拟自然界中蚂蚁群体寻优的行为而提出了蚁群优化算法。根据仿生学家的研究结果,蚂蚁凭借路径寻优的能力能够找到蚁巢与食物之间的最短路径,其原理在于蚂蚁在所经过的路径上留下一一种称为信息素的挥发性分泌物,蚂蚁在觅食过程中能够感知这种物质的存在及其强度,并以此来指导自己的运动方向,倾向于朝着这种物质强度高的方向移动。信息素强度越高的路径,选择它的蚂蚁就越多,则在该路径上留下的信息素的强度就更大,而强度大的信息素又吸引

基金项目:国家高技术研究发展计划(863)(the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA04Z406)。

作者简介:程世娟(1973-),女,博士研究生,讲师,研究方向:计算智能;卢伟(1971-),男,讲师,研究方向:计算智能、优化与决策;何平(1957-),男,教授,研究方向:可靠性设计。

收稿日期:2008-06-24 **修回日期:**2008-09-16

更多的蚂蚁,从而形成一种正反馈。通过这种正反馈,蚂蚁最终可以发现最佳路径,导致大部分的蚂蚁都会走此路径。蚁群算法就是受这种行为启发,以人工蚂蚁模拟真实蚂蚁行为来求解组合优化问题的方法。它是继模拟退火算法、遗传算法、禁忌搜索算法、人工神经网络算法等启发式搜索算法之后的一种新型的基于群体智能的启发式仿生类进化算法。

3 问题的描述及算法假设

设系统由 n 个独立的子系统串联而成,每个子系统由若干不同的元件并联,在重量、费用的约束下,选择合适的并联元件数目和元件类型,使系统的可靠度最大(图 1)。即:

$$\begin{aligned} \max R_s &= \prod_{i=1}^n R(i) \\ \text{s.t.} \quad & \sum_{i=1}^n C(i) \leq C \\ & \sum_{i=1}^n W(i) \leq W \end{aligned}$$

其中 $R(i)$, $C(i)$, $W(i)$ 分别为第 i 个子系统的可靠度、费用和重量。

在本文的讨论中作如下假设:

- (1) 元件只有正常和失效两状态;
- (2) 系统的重量和费用是元件重量和费用的线性函数;
- (3) 不同型号元件的费用、重量、可靠度已知;
- (4) 元件不可修,且寿命相互独立。

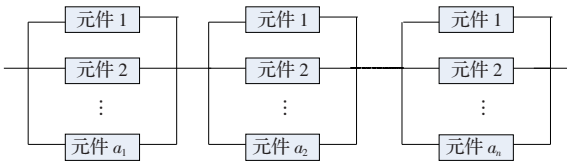


图 1 系统的可靠性框图

4 基于蚁群算法的最优冗余问题研究

4.1 蚁群算法模型

用蚁群算法解决问题,一般要把模型转化成图的形式。引入如下的边集和点集:

点集 $V_1 = \{1, 2, \dots, n\}$ 表示子系统;

点集 $V_2 = \{1, 2, 3, \dots\}$ 表示用于每一个子系统的元件的个数, (若每个子系统最多可并 a_i 个元件; 则 $V_2 = \{1, 2, \dots, a_i\}$ 表示一个元件, 两个并联, ..., a_i 个并联。);

点集 $V_3 = \{1, 2, 3, \dots\}$ 表示可供选择的元件的类型;

边集 E_1 : 连接 V_1 和 V_2 的边;

边集 E_2 : 连接 V_2 和 V_3 的边。

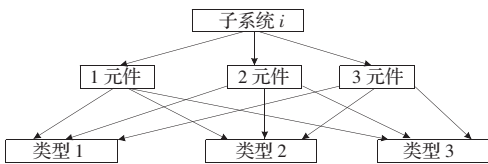


图 2 可并三个三种型号元件的子系统 i 的结构图

4.2 两种循环

蚂蚁在单个子系统内的循环搜索称为局部循环。在每个代表子系统的节点(即 V_1 中的点)上放 1 只蚂蚁(可放多只), 蚂蚁从 V_1 中的节点出发, 沿 E_1 中的边到达 V_2 , 在 V_2 中选择一个

点 k (表示 k 个元件并联), 再沿 E_2 中的边到达 V_3 来选择并记录这 k 个元件的类型, 一个局部循环结束。形成问题解的一部分。

被放置在 V_1 集合上的所有蚂蚁都完成一个局部循环后, 这 n 个局部循环构成一个整体循环。形成问题的一个解。

4.3 状态转移规则

在每个子系统上放 1 只蚂蚁(也可放多只), 每只蚂蚁代表问题解的一部分, 这 n 只蚂蚁通过反复运用两种状态转移规则来建立问题的一个解。

在每次转移过程中, 蚂蚁利用信息素轨迹(τ_{ij})指导自己选择所需元件的个数 k , 遵循如下规则:

$$p_{ik} = \begin{cases} \frac{(\tau_{ik})^\alpha}{\sum_{k=1}^{a_i} (\tau_{ik})^\alpha} & \text{if } k \in V_2 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

当蚂蚁移动到所选节点 k 后, 根据如下规则选择这 k 个元件的类型:

$$p_{kj} = \begin{cases} \frac{(\tau_{ik})^\alpha (\eta_{ij})^\gamma}{\sum_{k=1}^{a_i} (\tau_{ik})^\alpha (\eta_{ij})^\gamma} & \text{if } k \in V_3 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (2)$$

启发信息 η_{ij} 的选择与元件的类型有关。取 $\eta_{ij} = (r_{ij}) / (c_{ij})^3$, 其中 r_{ij} 和 c_{ij} 分别为第 i 个子系统的第 j 个元件的可靠度和费用。

4.4 信息素的更新

$$\tau_{ij}(t+1) = \rho \tau_{ij}(t) + \Delta \tau_{ij} \quad (3)$$

其中 ρ 为信息素挥发系数, $\Delta \tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k$, $\Delta \tau_{ij}^k$ 为第 k 只蚂蚁信息素的更新。为使可行解对应边上信息素加强, 劣质解上信息素削弱, 采用文献[6]中的惩罚函数:

$$\text{penalty}_k = \begin{cases} \left(\frac{C}{TC_k}\right)^a & \text{if } C < TC_k \\ \left(\frac{W}{TW_k}\right)^b & \text{if } W < TW_k \\ \left(\frac{C}{TC_k}\right)^a \left(\frac{W}{TW_k}\right)^b & \text{if } C < TC_k, \text{ if } W < TW_k \end{cases}$$

$$\Delta \tau_{ij}^k = \begin{cases} M \cdot \text{penalty}_k \cdot R_k & \text{蚂蚁经过}(i, j) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

M 为一正数, R_k 为第 k 只蚂蚁搜索到的路径的可靠度。

4.5 算法步骤:

步骤 1 初始化。输入蚂蚁数 n 、初始信息素矩阵、 a_i , M , ρ , 时间 $t=0$, 循环次数 $N_c=0$, 设置最大循环次数为 N_{\max} , $\Delta \tau_{ij}(0)=0$ 。

步骤 2 将 n 只蚂蚁均匀放在 n 个子系统上。

步骤 3 对所有蚂蚁根据式(1)、(2)两计算转移概率, 根据公式(3)更新所选路径上的信息素, 构造问题的解。

步骤 4 计算目标函数值, 如果 $R_s(t+1) > R_s(t)$, 更新目标函数值, 否则重复步骤 3。

步骤 5 如果已经达到最大循环次数, 循环结束, 输出目标函数值, 否则回步骤 3。

4.6 实例分析

本例取 $n=3$, $a_i=3$, $N_{\max}=300$, $M=150$, $\rho=0.85$, 三个子系统参

数如表 1 所示。约束条件为: $\sum_{n=1}^3 C_n \leq 30$ $\sum_{n=1}^3 W_n \leq 53$ 。用 Matlab

编程实现算法, 在第 87 次循环第一次得到最优解(3, 4,

表1 实例参数系统

	子系统1			子系统2			子系统3		
	R	C	W	R	C	W	R	C	W
1	0.94	7	4	0.97	6	5	0.96	7	6
2	0.91	6	6	0.86	3	7	0.89	6	8
3	0.89	6	8	0.70	2	4	0.72	4	5
4	0.75	3	7	0.66	2	7	0.71	3	4
5	0.72	3	8	0.65	2	6	0.67	2	4

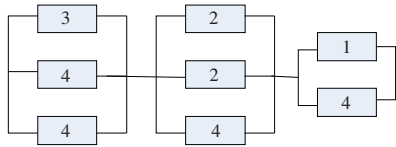


图3 实例最佳方案图

4|2,2,4|1,4),系统可靠度为0.975 1,总费用为30,总重量为53,最优解率接近70%,平均解为0.968 7。

若 $n=3, M=150, \rho=0.85, N_{\max}=300, a=5$,用Matlab编程实现算法,得到最优解(2,4,4|1,3|5,5,5,5),最优系统可靠度为0.981 6,总费用为30,平均解为0.981 49。最佳方案图如图4所示。

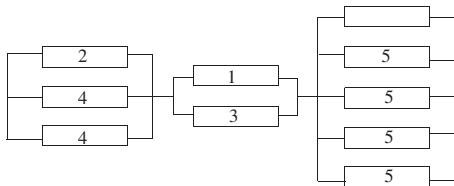


图4 实例最佳方案图

5 结束语

讨论了用蚁群算法解决最优冗余分配问题的可行性,实例

仿真结果表明蚁群算法可以在相对短的时间内较快地找到问题的最优解。蚁群算法是一种新兴的群体智能算法,许多研究已经证明,蚁群算法具有很强的发现较好解的能力。蚁群算法凭借其优异的算法性能和算法特点很快成为启发式方法范畴内的一个独立分支,在有关国际会议上多次作为专题加以讨论。自1998年第一次国际蚁群算法国际会议召开后,蚁群算法更是成为智能仿生算法的研究热点,越来越多的研究人员正在从事这方面的工作。

参考文献:

- [1] Chern M S. On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series systems[J]. Operations Research Letters, 1992, 11(6): 309-315.
- [2] 高尚, 杨静宇. 群智能算法及其应用[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006.
- [3] 王正初, 李薇薇. 基于粒子群的可靠性优化[J]. 台州学院学报, 2006, 28(6): 29-32.
- [4] 张磊, 扈延光, 江雅婷, 等. 基于蚁群优化的可靠性冗余分配模型及实现[C]//中国航空学会2007年年会可靠性、维修性与适航性专题, 2007.
- [5] Dorigo M, Cgmbardella L M. Ant colony system: A cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997, 1(1): 53-66.
- [6] Chem M S, Stochastic A E S. Formulations of the redundancy allocation problem[C]//Proceeding of the 5th Industrial Engineering Research Conference (IERC) MINne, 1996: 459-463.
- [7] Chem M S, Stochastic AE S. Formulations of the redundancy allocation problem[C]//Proceeding of the 5th Industrial Engineering Research Conferences (IERC) MINne, 1996: 459-463.
- [8] Dorigo M, Cgmbardella L M, Stützle T. 蚁群优化[M]. 张军, 译. 北京: 清华大学出版社, 2007.
- [9] 傅勤毅, 夏松波. 紧支集正交小波基的构造[J]. 振动工程学报, 1997, 10(3): 294-299.
- [10] 李世雄. 小波变换及其应用[M]. 北京: 高等教育出版社, 1997.
- [11] 康立山, 谢云. 非数值并行算法(第一册)模拟退火算法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [12] 刘勇, 康立山, 陈毓屏. 非数值并行算法(第二册)遗传算法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [13] 然科学版, 2005, 29(2): 126-132.
- [14] 谢妮, 郭强, 陈新庄. 缺省分配问题的一种解法[J]. 西南民族大学学报, 2006, 32(6): 1139-1143.
- [15] 张新辉. 任务数多于人数的指派问题[J]. 运筹与管理, 1997, 6(3): 20-25.
- [16] 石忠民. 广义指派问题[J]. 运筹与管理, 1999, 8(1): 21-26.
- [17] 方必和, 刘雪梅. 一类特殊二维0-1规划的广义指派模型求解[J]. 运筹与管理, 2007, 16(3): 66-68.
- [18] 郭强. 分配问题的一种新的迭代算法[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(12): 1915-1916.
- [19] 郭强. 运输问题的一种新的迭代算法[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(11): 57-58.

(上接46页)

- [4] Chui C K. An introduction to wavelets[M]. NY: Academic Press, 1992.
- [5] Mallat S. Multiresolution approximations and wavelet orthonormal bases of $L^2(R)$ [J]. Transaction of the American Mathematics Society, 1989, 315: 69-87.
- [6] Daubechies I. Ten lecture on wavelets[M]. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.

(上接63页)

- [2] Cattrysse D G, Van Wassenhove L N. A survey of algorithms for the generalized assignment problem[J]. European Journal of Operational Research, 1992, 60(3): 260-272.
- [3] Aora S, Puri M C. A variant of time minimizing assignment problem[J]. European Journal of Operational Research, 1998, 110(2): 314-325.
- [4] 钱颂迪. 运筹学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1990.
- [5] 白国仲, 毛经中. C指派问题[J]. 系统工程理论与实践, 2003(3): 107-111.
- [6] 谢凡荣, 朱家翔. 缺省指派问题及其求解算法[J]. 南昌大学学报: 自