第34卷 第13期 计 算 机 工 程 2008年7月
Vol.34 No.13 Computer Engineering July 2008

·人工智能及识别技术·

陈 波[1]，张立伟[2]

CHEN Bo[1], ZHANG Li-wei[2]

【Abstract】This paper analyses the theory and effects of Total Variation(TV) model for noise removal and proposes a new fourth-order Partial Differential Equations(PDE) de-nosing model to avoid the blocky effects of second-order PDE model, while preserving edges. A symmetric discrete algorithm based on four-neighbor system is developed to solve the new model. Median filtering is applied to alleviate the speckle effects in the processed image at last. Experimental results show that the new algorithm is better, compared with traditional methods.

1 概述

图像去噪是图像处理中的基本问题，是很多机器视觉任务(如物体检测和识别)重要的预处理阶段，目标是从退化图像中尽可能地估计出原始图像。

给定一个退化图像 $u^0 \in R^n$ ，不妨考虑加性噪声，即 $u^0 = u^{\text{true}} + n$ ，其中，u^{true}是真实图像；n是噪声。图像去噪的目标是尽可能准确地恢复出真实图像u^{true}，同时在近似图像u中，保持原始图像重要的特征信息。也就是说，去噪过程的难点之一是保持和加强原图像的重要特征。对图像而言，图中物体的边界是最普遍和重要的特征之一。

通过线性滤波去噪通常效果不佳，这是因为噪声和边缘都有高频的特性。因此，非线性滤波方法是必要的。中值滤波[1]是典型的非线性滤波，基于小波分析的滤波器[2-3]也发展迅速。同时，基于偏微分方程(Partial Differential Equations, PDE)的非线性散射滤波模型[4-8]也在图像去噪领域取得了巨大的成功。其中，比较著名的如整体变分(Total Variation, TV)模型[9-10]，在图像恢复问题中有很多成功的应用，不仅能解决基本的图像去噪难题，而且能用于图像去模糊、图像修补等。变分框架将这些图像处理问题转变为最小化一个特定的能量泛函，然后应用变分方法使其转化为求解一个有一定边界条件的偏微分方程问题。

如图 1 所示，传统去噪方法(如维纳滤波、中值滤波)在去除噪声的同时会模糊图像，而 TV 模型在去噪的视觉效果和边缘等细节的保持上优于传统滤波。TV 去噪模型本质上是一个针对图像本身的二阶偏微分方程处理模型，但二阶偏微分方程模型在进行图像去噪时会产生分块效应，如图 1(e)、图 1(f)所示。

(a)均值为 0、方差为 0.01 的高斯噪声图像 (b)0.04 的乘积噪声图像

(c)对图 1(a)的维纳滤波图像 (d)对图 1(b)的维纳滤波图像

(e)TV 模型对图 1(a)的滤波图像 (f)TV 模型对图 1(b)的滤波图像

图 1 去噪效果比较

为了解决这一问题，可以考虑使用四阶偏微分方程[11]。

基金项目：深圳大学科研启动基金资助项目(200863)
作者简介：陈 波(1979－)，男，讲师、博士，主研方向：图像处理，模式识别；张立伟，博士研究生
收稿日期：2008-02-20 **E-mail**：chenbo@szu.edu.cn

对于灰度渐变的区域，四阶PDE并不会像二阶PDE那样把图像变成几个灰度值不同的色块，而是将它平滑成一个灰度渐变的区域，在这块区域内梯度恒定。虽然与真实图像的灰度变化不一定相同，但它一般不会产生额外的边缘，与二阶PDE相比，四阶PDE具有更好的视觉效果。

2　一种新的四阶 PDE 去噪模型

考虑如下能量函数：

$$E(u)=\iint_{\Omega}\left(f\left(\left|\nabla^2 u\right|\right)+\frac{\lambda}{2}\left|u-u^0\right|^2\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y \tag{1}$$

其中，Ω是图像区域；调节参数$\lambda(>0)$是一个Lagrange乘数，且是一个预先给定的常数，定义了能量函数中 2 项所占的权重；u^0为带噪图像；∇^2 表示拉普拉斯算子；f必须是非负函数且严格单调递增。最小化这样一个能量函数相当于找一个最小的 $\left|\nabla^2 u\right|$，即平滑图像u，且保持u与u^0接近。其对应的Euler-Lagrange方程为 $\nabla^2\left(f'\left(\left|\nabla^2 u\right|\right)sign\left(\nabla^2 u\right)\right)+\lambda(u-u^0)=0$，其中，$sign$ 为符号函数，从而得到

$$\nabla^2\left(f'\left(\left|\nabla^2 u\right|\right)\frac{\nabla^2 u}{\left|\nabla^2 u\right|}\right)+\lambda(u-u^0)=0$$

令 $c(s)=\dfrac{f'(s)}{s}$，则上面方程化为

$$\nabla^2\left(c\left(\left|\nabla^2 u\right|\right)\nabla^2 u\right)+\lambda(u-u^0)=0 \tag{2}$$

引入时间 t，应用梯度下降法求解上述 Euler-Lagrange 方程，得

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\nabla^2\left(c\left(\left|\nabla^2 u\right|\right)\nabla^2 u\right)-\lambda(u-u^0) \tag{3}$$

最后离散化迭代求解上述方程即可。

3　新模型的对称离散化

在保证离散化的正确性的同时，应使离散化结果尽量简单对称。这里应用一个基于四邻域结构(如图 2 所示)的简单对称差分程序进行离散化迭代求解。

	$(i\text{-}1,j)$	
$(i,j\text{-}1)$	(i,j)	$(i,j+1)$
	$(i+1,j)$	

图 2　四邻域图像结构

在中心点，离散化 $\nabla^2 u$ 为

$$\nabla^2 u\Big|_{i,j}=\frac{u_{i+1,j}+u_{i-1,j}+u_{i,j+1}+u_{i,j-1}-4u_{i,j}}{h^2} \tag{4}$$

其中，h 为离散化空间步长。将式(3)离散化后，迭代公式为

$$u^{n+1}=u^n-\Delta t\left(\nabla^2\left(c\left(\left|\nabla^2 u^n\right|\right)\nabla^2 u^n\right)+\lambda(u^n-u^0)\right) \tag{5}$$

其中，Δt 为离散化时间步长。类似于文献[11]，可以令

$$c(s)=\frac{1}{1+(s/k)^2} \tag{6}$$

其中，k 为参数。

因此，对称四阶 PDE 去噪算法可以归结为：(1)给定参数 λ, k、离散化空间步长 h、时间步长△t，初始化 u；(2)应用式(4)计算 $\nabla^2 u$ 及 $\left|\nabla^2 u\right|$；(3)应用式(6)计算 $c\left(\left|\nabla^2 u^n\right|\right)$；(4)应用式(5)进行迭代计算；重复步骤(2)~步骤(4)，直到收敛。

4　实验结果和分析

本文应用 Matlab 对不同的图像，不同高斯白噪声强度进行了实验。通过信噪比(PSNR)比较图像质量。

对于上文的 Lena 图像，分别加入方差为 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05 的高斯白噪声，然后分别应用文献[11]的算法和本文算法进行恢复。在实验中，2 种算法都取 $\lambda=0.01$, $\Delta t=2$。图 3 给出了比较结果，可以看出，本文的算法是有效的。

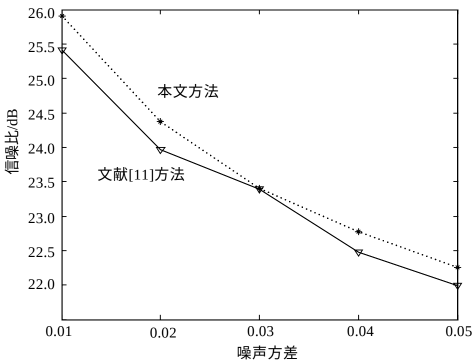
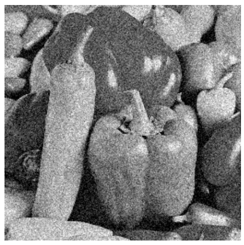
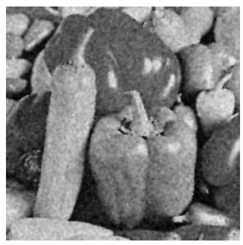


图 3　与传统算法去噪效果的比较

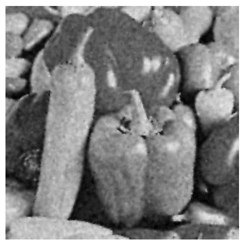
对加入方差为 0.01 高斯白噪声的 Peppers 图进行恢复，如图 4 所示。分别用文献[11]方法和本文算法去噪，其中的参数均取 $\lambda=0.01,\Delta t=2,k=5$，经过 30 次迭代。通过实验知道，本文算法的视觉效果优于传统方法。最后用简单的中值滤波去除恢复后图像中的亮点，如图 4(d)所示。



(a)均值为 0、方差为 0.01 的高斯噪声图像



(b)以文献[11]的方法恢复后的效果



(c)用本文方法恢复后的效果

(d)对图 4(c)中值滤波后的效果

图 4　Peppers 去噪效果

表 1 显示了在对 Peppers 图像去噪时，时间步长 t 与参数 k 对算法效果的影响(均应用 30 次迭代，效果通过信噪比体现)。由表 1 可知，当 t=1, k=7 时，去噪效果较好。

表 1　参数对去噪效果的影响

t	信噪比/dB			
	k=5	k=6	k=7	k=8
1	25.483 0	26.237 4	26.458 2	26.382 8
2	26.035 4	25.555 4	25.051 9	24.623 1
3	25.172 8	24.499 3	23.923 1	23.467 3

5　结束语

图像恢复通常是图像分割、压缩等后续处理中必要的预处理步骤，除非能为驱动方程选择恰当的参数并用合适的数值算法进行离散化，否则基于变分框架的图像处理效果不佳。为了保持去噪后图像的高保真性、解决去噪后图像分块的问

（下转第 209 页）