第20卷 第3期 高能物理与核物理 Vol.20, No.3
1996年3月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Mar., 1996

快报

对过程 $e^+e^- \to J/\psi \to \gamma + X(J^{PC})$, $X \to B\overline{B}$(重子，反重子)的角分布和共振态X的自旋-宇称分析*

张 霖 郁 宏 沈齐兴

(中国科学院高能物理研究所 北京 100039)

1995-09-01 收稿

摘 要

用螺旋度角分布方法对过程 $e^+e^- \to J/\psi \to \gamma + X(J^{PC})$, $X(J^{PC}) \to B\overline{B}$(重子，反重子)进行了分析，得到了X具有不同自旋——宇称时角分布及投影角分布的形式，从而可以通过对实验数据的分析来确定共振态X的自旋性质.

关键词 自旋，宇称，共振态，角分布，螺旋度振幅.

1 引 言

在 J/ψ 到重子和反重子的辐射衰变过程中，反应 $J/\psi \to \gamma p\overline{p}$(质子，反质子)是一个令人感兴趣的过程. 通过对这个过程的研究，可以探索在2−3GeV能区的介子的性质[1].

DM2[2] 和 MARKIII[3] 对 $J/\psi \to \gamma p\overline{p}$ 过程进行了研究，他们发现除了一个较小的 η_c 信号之外，并没有看到其他共振结构，尤其是没有看到 $\xi(2230)$ 信号. MARKIII 给出的上限为: $BR(J/\psi \to \gamma\xi(2230))BR(\xi(2230) \to p\overline{p}) < 2\times10^{-5}$. 而最近BES在对该过程的研究中却清楚地看到了在～ 2.2GeV处的共振结构[4].

$\xi(2230)$ 是MARKIII实验组在1983年对 $J/\psi \to \gamma K^+K^-$ 的研究中首先发现的. 其后它又在 $K_S^0K_S^0$ 末态被观察到从而得到进一步证实. 由于事例数太少，因此对其自旋究竟是2还是4到现在仍不能确定. 文献[5]提出了确定它的自旋的一种新方法——矩分析法，有望将其自旋确定下来. 在 $\xi(2230)$ 发现后不久，人们提出了各种假设来解释它，例如Higgs粒子，胶子球(gg, ggg)，混杂态($q\overline{q}g$)，四夸克态($qq\overline{q}\,\overline{q}$)以及高自旋 $s\overline{s}$ 态，$\Lambda\overline{\Lambda}$ 束缚态等，但到目前为止还不能对那种理论更为合理作出判断.

BES观测到的～2.2GeV处的共振结构是否是 $\xi(2230)$ 抑或是其它的新态？它是胶球，还是混杂态或四夸克态…？我们必须确定它的自旋−宇称后才能做出进一步的判断.

* 国家自然科学基金资助.

在 $\pi^- p \to n\varphi\varphi$, $nK_s^0K_s^0$ 过程中发现的 g_T[6] 态的质量也刚好在这个区域，但在 J/ψ 衰变过程中至今未发现它们的$(\varphi\varphi)$共振信号. BES 看到的共振结构与这些 g_T 态有何关系也是令人感兴趣的.

2 角分布螺旋度形式

对于一个由重子、反重子构成的系统来说，其宇称和电荷共轭宇称分别为 $P=(-1)^{l+1}$, $C=(-1)^{l+s}$. 其中 l, s 分别为两重子之间的相对轨道角动量和它们的总自旋角动量. 由于过程 $J/\psi \to \gamma + X$ 电荷共轭宇称守恒，因此共振态 X 的电荷共轭宇称为正，故而 $l+s$ 为偶数. 下表列出了共振态 X 可能的自旋、宇称.

表 1 X 可能的自旋及宇称

l \ s	0	1
0	0^{-+}	
1		0^{++}, 1^{++}, 2^{++}
2	2^{-+}	

过程 $e^+e^- \to J/\psi \to \gamma + X(J^{PC})$, $X \to B\overline{B}$ 的各子过程的矩阵元分别为:

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{\lambda_J} | T_1 | e_r^+ e_{r'}^- \rangle &\sim e_\mu^{\lambda_J *} \overline{v}_r(p_+)\gamma^\mu u_{r'}(p_-), \\
\langle \gamma_{\lambda_\gamma} X_{\lambda_X} | T_2 | \psi_{\lambda_J} \rangle &\sim A_{\lambda_\gamma, \lambda_X} \delta_{\lambda_J, \lambda_\gamma - \lambda_X}, \\
\langle B_{\lambda_B} \overline{B}_{\lambda_{\overline{B}}} | T_3 | X_{\lambda_X} \rangle &\sim B_{\lambda_B, \lambda_{\overline{B}}} D^{J*}_{\lambda_X, \lambda_B - \lambda_{\overline{B}}}(\varphi, \theta, -\varphi),
\end{aligned} \tag{1}$$

其中所有 λ 为相应粒子的螺旋度，r 和 r' 分别为正电子和电子的极化指标，$A_{\lambda_\gamma, \lambda_X}$, $B_{\lambda_B, \lambda_{\overline{B}}}$ 为相应过程的螺旋度振幅. 在写以上矩阵元时我们选取了如下坐标系: 1. e^+e^- 质心系，并选取 γ 的运动方向为 z 轴，$\boldsymbol{p}_\gamma \times \boldsymbol{p}_+$ 的方向为 y 轴; 2. 共振态 X 的静止系，选取共振态 X 在 J/ψ 静止系中的运动方向为 z' 轴，$\Omega=(\theta, \varphi)$ 描述了 B 或$\overline{B}$ 动量方向在该坐标系中的极角及方位角.

由宇称守恒条件得到螺旋度振幅间的如下关系式:

$$\begin{aligned}
A_{\lambda_\gamma, \lambda_X} &= P(-1)^J A_{-\lambda_\gamma, -\lambda_X}, \\
B_{\lambda_B, \lambda_{\overline{B}}} &= P(-1)^J B_{-\lambda_B, -\lambda_{\overline{B}}},
\end{aligned} \tag{2}$$

其中 P, J 分别为 X 的宇称和自旋. 对于表1列出的各种情况可得到独立的螺旋度振幅如表 2 所示.

以上过程的角分布为:

$$W_J(\theta_\gamma, \Omega) \sim \sum_{\substack{\lambda_J, \lambda_J', \lambda_X, \lambda_X' \\ \lambda, \lambda_B, \lambda_{\overline{B}}}} I_{\lambda_J, \lambda_J'}(\theta_\gamma) A_{\lambda_\gamma, \lambda_X} A^*_{\lambda_\gamma, \lambda_X'} |B_{\lambda_B, \lambda_{\overline{B}}}|^2$$

$$D^{J*}_{\lambda_X, \lambda_B - \lambda_{\overline{B}}}(\varphi, \theta, -\varphi) D^{J}_{\lambda_X', \lambda_B - \lambda_{\overline{B}}}(\varphi, \theta, -\varphi) \delta_{\lambda_J, \lambda_\gamma - \lambda_X} \delta_{\lambda_J', \lambda_\gamma - \lambda_X'} \tag{3}$$

表2 不同 J^{PC} 中间态的独立振幅

J^{PC}	独立振幅	
0^{-+}	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$	$B_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}=-B_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$
0^{++}	$A_{1,0}=A_{-1,0}$	$B_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}=B_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$
1^{++}	$A_{1,1}=-A_{-1,-1}$, $A_{1,0}=-A_{-1,0}$	$B_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}=-B_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$, $B_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}=-B_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$
2^{-+}	$A_{1,1}=-A_{-1,-1}$	$B_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}=-B_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$
	$A_{1,0}=-A_{-1,0}$, $A_{1,2}=-A_{-1,-2}$	$B_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}=-B_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$
2^{++}	$A_{1,1}=A_{-1,-1}$	$B_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}=B_{-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}$
	$A_{1,0}=A_{-1,0}$, $A_{1,2}=A_{-1,-2}$	$B_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}=B_{-\frac{1}{2},\frac{1}{2}}$

其中 $I_{\lambda_J,\lambda'_J}(\theta_\gamma)$ 的值见文献[5].

以下分几种情形来讨论:

A. $J^{PC}=0^{\pm+}$ 情形

从(3)式求得:

$$W_0(\theta_\gamma,\ \Omega)\sim 1+\cos^2\theta_\gamma, \tag{4}$$

B. $J^{PC}=1^{++}$ 情形

定义螺旋度振幅比为:

$$xe^{i\varphi_x}=\frac{A_{1,1}}{A_{1,0}},\qquad ze^{i\varphi_z}=\frac{B_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}}{B_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}}, \tag{5}$$

则有

$$\begin{aligned}W_1(\theta_\gamma,\ \Omega)\sim\ & 2(1+\cos^2\theta_\gamma)(2\cos^2\theta+z^2\sin^2\theta)\\ &+2x^2\sin^2\theta_\gamma[2\sin^2\theta+(1+\cos^2\theta)z^2]\\ &+x\cos\varphi\cos\varphi_x\sin2\theta_\gamma\sin2\theta(z^2-2).\end{aligned} \tag{6}$$

C. $J^{PC}=2^{\pm+}$ 情形

定义:

$$xe^{i\varphi_x}=\frac{A_{1,1}}{A_{1,0}},\qquad ye^{i\varphi_y}=\frac{A_{1,2}}{A_{1,0}},\qquad ze^{i\varphi_z}=\frac{B_{\frac{1}{2},-\frac{1}{2}}}{B_{\frac{1}{2},\frac{1}{2}}}, \tag{7}$$

从而

$$W_2(\theta_\gamma,\ \Omega)\sim(1+\cos^2\theta_\gamma)\left[(3\cos^2\theta-1)^2+\frac{3}{2}z^2\sin^22\theta\right.$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{3}{2}\ y^2\sin^4\theta+z^2y^2\sin^2\theta(1+\cos^2\theta)]+3x^2\sin^2\theta_\gamma\sin^2 2\theta\\
&+2x^2z^2\sin^2\theta_\gamma(4\cos^4\theta-3\cos^2\theta+1)\\
&-\sqrt{3}\ x\sin2\theta_\gamma\sin2\theta\cos\varphi\cos\varphi_x(3\cos^2\theta-1)\\
&+\sqrt{6}\ y\sin^2\theta_\gamma\sin^2\theta\cos2\varphi\cos\varphi_y(3\cos^2\theta-1)\\
&+3\sqrt{2}\ xy\sin2\theta_\gamma\sin^3\theta\cos\theta\cos\varphi\cos(\varphi_x-\varphi_y)\\
&-\sqrt{3}\ xz^2\sin2\theta_\gamma\sin2\theta\cos\varphi\cos\varphi_x(1-2\cos^2\theta)\\
&-\frac{\sqrt{6}}{2}\ yz^2\sin^2\theta_\gamma\sin^2 2\theta\cos2\varphi\cos\varphi_y\\
&+\sqrt{2}\ xyz^2\sin2\theta_\gamma\cos\varphi\sin2\theta\cos^2\theta\cos(\varphi_x-\varphi_y)
\end{aligned}
\tag{8}
$$

对于 $J>2$ 时有如下一般表达式:

$$
\begin{aligned}
W_J(\theta_\gamma,\ \Omega)\sim\ &2I_{1,1}(\theta_\gamma)\{2d^J_{00}(\theta)^2+2z^2d^J_{01}(\theta)^2\\
&+y^2[2d^J_{20}(\theta)^2+z^2d^J_{21}(\theta)^2+z^2d^J_{2-1}(\theta)^2]\}\\
&+2I_{0,0}(\theta_\gamma)x^2[(d^J_{11}(\theta)^2+d^J_{1-1}(\theta)^2)z^2+2d^J_{10}(\theta)^2]\\
&+4I_{1,0}(\theta_\gamma)x\cos\varphi\cos\varphi_x[2d^J_{00}(\theta)d^J_{10}(\theta)\\
&+z^2d^J_{01}(\theta)(d^J_{11}(\theta)-d^J_{1-1}(\theta))]\\
&-4I_{1,0}(\theta_\gamma)xy\cos\varphi\cos(\varphi_x-\varphi_y)[2d^J_{20}(\theta)d^J_{10}(\theta)\\
&+z^2(d^J_{11}(\theta)d^J_{21}(\theta)+d^J_{1-1}(\theta)d^J_{2-1}(\theta))]\\
&+4I_{1,-1}(\theta_\gamma)y\cos2\varphi\cos\varphi_y[2d^J_{00}(\theta)d^J_{20}(\theta)\\
&+z^2d^J_{01}(\theta)(d^J_{21}(\theta)-d^J_{2-1}(\theta))]
\end{aligned}
\tag{9}
$$

在实验上, 一般是测量下列三个投影量:

$$
\begin{aligned}
W^1_J(\theta_\gamma)&\sim\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\cos\theta\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\,W_J(\theta_\gamma,\ \Omega)\\
W^2_J(\theta)&\sim\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\cos\theta_\gamma\int_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\,W_J(\theta_\gamma,\ \Omega)\\
W^3_J(\varphi)&\sim\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\cos\theta_\gamma\int_{-1}^{1}\mathrm{d}\cos\theta\,W_J(\theta_\gamma,\ \Omega)
\end{aligned}
\tag{10}
$$

因此对于以上 A, B, C 三种情形经归一化后有:

A. $J^{PC}=0^{\pm+}$ 的情形

$$
\begin{aligned}
W^1_0(\theta_\gamma)&=\frac{3}{8}\ (1+\cos^2\theta_\gamma)\\
W^2_0(\theta)&=\frac{1}{2}\\
W^3_0(\varphi)&=\frac{1}{2\pi}
\end{aligned}
\tag{11}
$$

B. $J^{PC}=1^{++}$ 的情形

$$W^1_1(\theta_\gamma)=\frac{3}{8}\cdot\frac{1}{1+x^2}\ (1+\cos^2\theta_\gamma+2x^2\sin^2\theta_\gamma)$$

$$W_1^2(\theta)=\frac{3}{8}\ \frac{1}{(1+x^2)(1+z^2)}\ \{2(2\cos^2\theta+z^2\sin^2\theta)+x^2[2\sin^2\theta+z^2(1+\cos^2\theta)]\} \tag{12}$$

$$W_1^3(\varphi)=\frac{1}{2\pi}.$$

C. $J^{PC}=2^{\pm+}$ 的情形

$$W_2^1(\theta_\gamma)=\frac{3}{8}\ \frac{1}{1+x^2+y^2}\ [(1+\cos^2\theta_\gamma)(1+y^2)+2x^2\sin^2\theta_\gamma]$$

$$\begin{aligned}W_2^2(\theta)=\frac{5}{8}\ \frac{1}{(1+z^2)(1+x^2+y^2)}\ \{&(3\cos^2\theta-1)^2\\&+\frac{3}{2}\ z^2\sin^2 2\theta+\frac{3}{2}\ y^2\sin^4\theta\\&+z^2y^2\sin^2\theta(1+\cos^2\theta)+\frac{3}{2}\ x^2\sin^2 2\theta\\&+x^2z^2(4\cos^4\theta-3\cos^2\theta+1)\}\end{aligned} \tag{13}$$

$$W_2^3(\varphi)=\frac{1}{2\pi}\left[1-\frac{\sqrt{6}}{6}\ \frac{y\cos\varphi_\gamma\cos2\varphi}{1+x^2+y^2}\right]$$

3 讨　论

由以上公式(4)，(6)，(8)，(11)，(12)，(13)式，我们可以对实验数据进行分析，从而确定共振态 X 的自旋.

从上述(4)，(6)，(8)式可以看到，在 $J^{PC}=0^{\pm+}$ 时，粒子的角分布只与 θ_γ 有关，而与 θ，φ 无关，而在 $J^{PC}=1^+$ 时，粒子的角分布跟 θ_γ 和 θ 有关，却与 φ 无关. 只有在 $J^P=2^\pm$ 情况时，粒子的角分布与 θ_γ，θ，φ 都有关系. 反映在归一的投影角分布上，$W_0^2(\theta)$ 和 $W_0^3(\varphi)$ 均为常数，而 $W_1^2(\theta)$ 不是常数，仅 $W_1^3(\varphi)$ 为常数，而 $W_2^2(\theta)$ 和 $W_2^3(\varphi)$ 均不为常数. 因此可以用来区分共振态 X 的自旋为 0，1，或 2. 对于 $J^{PC}=4$ 的情况，角分布的形式可由(9)式得到. 至于如何区分 $J=2$ 或者 4，我们将用矩分析法另作讨论.

但有一点值得注意，这里讨论的辐射衰变情形和文献[7] 中讨论的强衰变情形有点不同，那就是此处不能利用角分布来区分共振态 X 的宇称，而文献[7] 所讨论的过程则可以. 因为当共振态 X 的宇称不同时，强衰变螺旋度振幅 A_{00} 或为 0 或不为 0，从而导致角分布形式的不同. 而对于辐射衰变的情形，由于光子只有横向极化，即不存在螺旋度振幅 A_{00}，因而对于自旋相同而宇称不同的情况，其角分布却是完全相同的.

综上所述. 对于不同自旋的中间态，我们得到了相应的螺旋度角分布形式. 对于不同自旋的粒子，相应的角分布具有不同的特性，实验上可以根据测到的角分布和投影角分布的特点来判断中间态粒子 X 的自旋.

参　考　文　献

[1] P. G. O. Freund, F. Walthz, J. Rosner, *Nucl. Phys.*, **B13** (1969) 237.

[2] P. Henrard, PCCF, RI 87－03 (1987).

[3] J. S. Brown, PHD Thesis, UMI84－19117－mc (unpublished).

[4] 金　山，在 J/ψ 衰变中研究 $\xi(2230)$ 粒子，中科院高能物理所博士论文.

[5] 郁　宏，高能物理与核物理，**13** (1989) 87; 郁　宏、沈齐兴，高能物理与核物理，**17** (1993) 892.

[6] A. Etkin *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **49** (1982) 1620.

[7] 沈齐兴、郁　宏，高能物理与核物理，**14** (1990) 504.

Angular Distributions for the Process $e^+e^- \to J/\psi \to \gamma + X(J^{PC})$, $X \to B\bar{B}$ and Spin-Parity Analysis of the Resonance X

Zhang Lin　　Yu Hong　　Shen Qixing

(*Institute of High Energy Physics, The Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100039)

Received 1 September 1995

Abstract

Using the helicity angular distribution method we analyse the process $e^+e^- \to J/\psi \to \gamma + X(J^{PC})$, $X \to B\bar{B}$. The angular and the projection angular distribution formulas for different spin-parity of the resonance X are obtained. With these formulas, we determine the spin of the resonance X through analysing experimental data.

Key words　spin, parity, resonance, angular distribution, helicity amplitude.