

非拓扑孤子模型的袋常数与退禁闭相变*

高 嵩

(锦州师范学院物理系, 121003)

王 恩 科

(荆州师范专科学校, 434001)

李 家 荣

(华中师范大学粒子物理研究所, 武汉 430070)

摘 要

用有限温度场论方法, 通过计算非拓扑孤子袋模型中与温度和密度相关的有效势, 进而得到了袋常数随温度和化学势的变化关系, 相应地讨论了退禁闭相变的性质。

一、引 言

Friedberg 和 Lee 提出的非拓扑孤子袋模型^[1] (简称 F-L 模型), 在唯象地描述强相互作用性质方面取得了较大的成功。Goldflam 和 Willets 等人的工作^[2]使这一模型得到了进一步完善。用这一模型研究孤子星问题也有很大的进展^[3], 从而使 F-L 模型越来越广泛地受到人们的重视。

人们普遍认为, 在高温高密度条件下, 强子物质可以变成夸克胶子等离子体 (QGP), QGP 的性质及其演化过程的研究显得越来越重要^[4]。在考察 QGP 的热力学性质时, 由于非微扰 QCD 的复杂性, 一种常见的处理方法是认为, QGP 的热力学势为有限温度和化学势下微扰 QCD 的热力学势与表示 QCD 非微扰效应的袋常数 B 之和。用这种处理方法, 一方面得到了一些有价值的结果^[5], 另一方面也暴露出一个明显的缺点, 即把袋常数看作是温度与化学势无关的常数。这样在计算某些重要的热力学量 (如熵) 时, 由于对温度和化学势的偏微分, 非微扰效应 (袋常数) 并没有真正包含在计算的热力学量中。完整地考虑非微扰效应的影响, 应该考虑的是与温度 T 和化学势 μ 有关的袋常数 $B(T, \mu)$ 。袋常数的温度依赖性, 虽然有过一些讨论^[6], 但没有令人满意的结果。而 F-L 模型将袋常数与真空点的有效势联系起来^[2], 为研究有限温度和密度下袋常数的性质提供了有效的方法。

本文 1991 年 8 月 6 日收到。

* 国家自然科学基金资助。

本文在虚时间有限温度场论的基础上,研究了 F-L 模型的高温高密度行为。通过计算有限温度和有限费米子化学势情况下的有效势,得到了袋常数随温度和化学势的变化曲线,并且发现在某一温度(或化学势)时,袋常数变为零,表明发生了退禁闭相变。还拟合出了袋常数的解析式,为进一步研究 QGP 的热力学性质提供了必要的基础。有限温度和密度下有效势的结果还表明,相变是一阶的,在高温 ($T > T_{c2}$) 和/或高密度 ($\mu > \mu_{c2}$) 条件下,普通的物理真空消失,整个系统以 QCD 微扰真空为真空态,物质世界充满的是夸克胶子等离子体。

二、有限温度和密度下的有效势及相变条件

F-L 模型的有效拉氏量密度为^[1]:

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma_\mu\partial^\mu - g\sigma)\psi + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - U(\sigma), \quad (1)$$

$$U(\sigma) = \frac{a}{2!}\sigma^2 + \frac{b}{3!}\sigma^3 + \frac{c}{4!}\sigma^4 + B, \quad (2)$$

其中 a, b, c, g 为模型参数,通常还引入一个“族”参数 $f = b^2/ac$ 对这些参数进行分类。 ψ 是夸克场, σ 是唯象的标量场,这里已假定夸克的流质量 $m_i = 0$ 。

自相互作用势 $U(\sigma)$ 反映了孤子场的非线性性质,由势的极值条件:

$$\frac{\partial U(\sigma)}{\partial\sigma} = 0, \quad (3)$$

可知势 $U(\sigma)$ 有三个极值点,其中的两个极小值点分别为:

$$\sigma_0 = 0, \quad (4)$$

$$\sigma_v = \frac{3}{2c} \left(-b + \sqrt{b^2 - \frac{8ac}{3}} \right), \quad (5)$$

σ_0 对应 QCD 微扰真空态, σ_v 对应物理真空态。选择这两个真空点的势分别满足 $U(\sigma_0) = B$, 和 $U(\sigma_v) = 0$, 这样定义的 B 有和 MIT 袋模型的袋常数相同的意义,表示袋压强, B 称为 F-L 模型的袋常数。在(2)式中应用 $U(\sigma_v) = 0$ 可得:

$$-B = \frac{a}{2!}\sigma_v^2 + \frac{b}{3!}\sigma_v^3 + \frac{c}{4!}\sigma_v^4, \quad (6)$$

表 1 中列出了不同参数组时的袋常数值。通常认为 $B \simeq 50 \sim 253 \text{MeV}/\text{fm}^3$, 对应 $B^{1/4} \simeq 140 \sim 210 \text{MeV}$ 。

唯象的 σ 场表示的是 QCD 真空的非微扰性质,其真空期待值(物理真空) σ_v 可解释为胶子凝聚。 σ 场激发的“量子”可以解释成胶球,一般认为其质量 m_σ 对应于 O^{++} 胶球质量 M_{GB} :

$$M_{GB}^2 \equiv m_\sigma^2 = \left. \frac{d^2 U(\sigma)}{d\sigma^2} \right|_{\sigma_v} = a + b\sigma_v + \frac{c}{2}\sigma_v^2, \quad (7)$$

这样表示的胶球质量依赖于参数的选取(见表 1)。

拉氏量密度(1)式中, $-g\bar{\psi}\sigma\psi$ 表示的是 σ 场和夸克场的耦合, $U(\sigma) + g\bar{\psi}\sigma\psi$ 在

表 1

a	$-b$	c	g	f	B	M_{GB}	T_{c1}	T_{c2}	μ_{c1}	μ_{c2}
263.13	11614	180000	25.0	3.2	23.6	3.497	85.2	146.4	221.1	640
69.73	2112.6	20000	12.416	3.2	21.7	1.935	83.7	135.4	216.2	540
188.86	7774.0	100000	15.333	3.2	31.8	3.184	92.8	144.8	237.6	496
11.60	834.4	10000	10.957	6.0	44.2	1.626	102.2	126.0	258.4	450
17.70	1457.4	20000	12.16	6.0	51.4	2.008	106.9	130.0	268.3	467
45.21	5208.5	100000	16.379	6.0	67.1	3.209	116.2	135.9	286.7	442
7.51	474.0	5000	10.09	6.0	36.7	1.305	96.6	122.0	246.4	487
7.212	805.64	10000	10.56	9.0	55.1	1.709	108.9	129.6	273.4	449
6.734	778.48	10000	10.963	9.0	48.0	1.652	104.8	126.0	263.9	462
10.25	1358.4	20000	12.211	9.0	55.7	2.038	109.6	129.8	273.7	439
26.12	4848.4	100000	16.537	9.0	72.3	3.253	119.0	138.4	292.2	437

QCD 微扰真空点 $\sigma_0 = 0$ 附近有极小值。具体计算表明 σ 场的位形构成一个“袋”，使夸克禁闭在袋内^[2]。

为了研究有限温度和密度下 F-L 模型的袋常数及退禁闭相变特征，需要计算这时模型的有效势。有限温度和密度下 F-L 模型的有效势可表示为：

$$V(\sigma, T, \mu) = U(\sigma) + V_S(\sigma, T) + V_F(\sigma, T, \mu), \quad (8)$$

上式右边第一项是零温时的有效势，第二项是有限温度下标量 σ 场的有效势，最后一项是有限温度和有限费米子化学势对有效势的贡献。这里不必考虑量子修正，Williams 等人用泛函积分方法证明了，略去 σ 场和夸克场的量子修正时，可以得到有孤子解的耦合方程^[7]。这与通常 F-L 模型认为 σ 场的所有圈图修正都已包含在有效拉氏量中，不必考虑其重整化的观点是一致的。对于 σ 场也有人用相干态方法考察过它的量子效应^[8]。

为了研究 σ 场和夸克场的热效应，将 σ 场相对于物理真空点 $\sigma_V(T)$ 作平移：

$$\sigma = \sigma'(T) + \sigma_V(T), \quad (9)$$

$\sigma'(T)$ 对应热激发。场作平移后拉氏量密度应作相应的变化，由(1)式可得场作平移后保留二次项的拉氏量密度(将常数场 $\sigma_V(T)$ 记为 $\sigma(T)$)为：

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{quid}} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma')^2 + \bar{\psi} (i\gamma_\mu \partial_\mu - g\sigma(T)) \psi \\ & - \frac{1}{2} \left(a + b\sigma(T) + \frac{c}{2} \sigma^2(T) \right) \sigma'^2. \end{aligned} \quad (10)$$

这样，夸克的有效质量为：

$$m_q = g\sigma(T). \quad (11)$$

零温时，在微扰真空态 ($\sigma_0 = 0$)，夸克质量为零，即由(11)式 $m_q = 0$ 。表示在袋内夸克作准自由的运动。(10)式还表明 σ' 场的质量平方为：

$$m_\sigma^2 = a + b\sigma(T) + \frac{c}{2} \sigma^2(T), \quad (12)$$

这里采用文献[9]中的方法，使 m_σ^2 固定在物理真空点 $\sigma_V(T)$ 处取值。

考虑热激发效应和费米子化学势效应，采用虚时间温度场论中求单圈近似有效势方

法^[10],可得这时 σ 场和夸克场的有效势分别为:

$$V_s(\sigma, T) = \frac{1}{2\pi^2\beta^4} \int_0^\infty dx x^2 \ln \left[1 - \exp\left(-\sqrt{x^2 + \beta^2 m_s^2}\right) \right], \quad (13)$$

$$V_F(\sigma, T, \mu) = -\frac{\gamma}{2\pi^2\beta^4} \int_0^\infty dx x^2 \{ \ln [1 + \exp(-\sqrt{x^2 + \beta^2 m_q^2} - \beta\mu)] + \ln [1 + \exp(-\sqrt{x^2 + \beta^2 m_q^2} + \beta\mu)] \}, \quad (14)$$

其中 $\beta = 1/T$, $\gamma = 2(\text{自旋}) \times 3(\text{味}) \times 3(\text{色})$ 为夸克的简并因子. 将(13)、(14)式中的积分作一些形式上的变化,结合(6)、(8)式可得 F-L 模型的总有效势为:

$$V(\sigma, T, \mu) = \frac{a}{2!} (\sigma^2 - \sigma_v^2) + \frac{b}{3!} (\sigma^3 - \sigma_v^3) + \frac{c}{4!} (\sigma^4 - \sigma_v^4) - \frac{T^4}{6\pi^2} \int_0^\infty \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^2 + \beta^2 m_s^2} [\exp(\sqrt{x^2 + \beta^2 m_s^2}) - 1]} - \frac{\gamma T^4}{6\pi^2} \left\{ \int_0^\infty \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^2 + \beta^2 m_q^2} [1 + \exp(\sqrt{x^2 + \beta^2 m_q^2} + \beta\mu)]} + \int_0^\infty \frac{x^4 dx}{\sqrt{x^2 + \beta^2 m_q^2} [1 + \exp(\sqrt{x^2 + \beta^2 m_q^2} - \beta\mu)]} \right\}, \quad (15)$$

上式中的积分,在 $\beta m \gg 1$ 的近似条件(令 $\mu = 0$)下,都可作低温展开^[11],在低温近似所得的结果中,令 $T = 0$,则得与 σ 场和夸克场相关的有效势均为零,说明回到了零温场论.

选定一组符合强子静态性质的参数为:

$$a = 17.70 \text{fm}^{-2}, \quad b = -1457.4 \text{fm}^{-1}, \quad c = 2 \times 10^4, \quad g = 12.16,$$

由(15)式可得不同条件下有效势的变化曲线. 本文中所有的图形都是在这一组参数下给出的.

图1给出了固定化学势 $\mu_0 = 0(a)$ 和 $\mu_0 = 150 \text{MeV}(b)$ 时,不同温度下有效势的变化曲线. 图2表示的是低温($T_0 = 2 \text{MeV}, a$)和较高温($T_0 = 80 \text{MeV}, b$)时,不同化学势下有效势的变化曲线. 图1和图2中有效势的单位是 MeV/fm^3 , σ 的单位是 fm^{-1} . 从图1和图2可以看出,随着温度(或化学势)的增加,微扰真空点的有效势和物理真空点的有效势之差不断减小,在某一温度(或化学势)时,两真空点的有效势相等,这时对应的是原孤子解存在的一种极限条件,当温度(或化学势)继续升高时,微扰真空点的有效势小于普通物理真空点的有效势,原零温型的孤子解消失,退禁闭相变开始发生. 因此称这种极限情况下的温度(或化学势)为相变温度 T_{c1} (或相变化学势 μ_{c1}).

给定不同的化学势,相应地存在不同的相变温度,这样可以作出退禁闭相变的相图如图3所示.

当温度(或化学势)进一步升高到某一温度 T_{c2} (或化学势 μ_{c2})时,原来普通的物理真空态 $\sigma_v(T)$ 消失,只存在一个稳定的微扰真空态 σ_0 . 称这一温度(或化学势)为临界温度(或临界化学势).

我们选取几组满足强子静态性质的参数系 a, b, c, g ,计算结果表明其相变图象相同. 相变温度 T_{c1} (化学势 μ_{c1})和临界温度 T_{c2} (化学势 μ_{c2})的结果如表1所示. 表1中

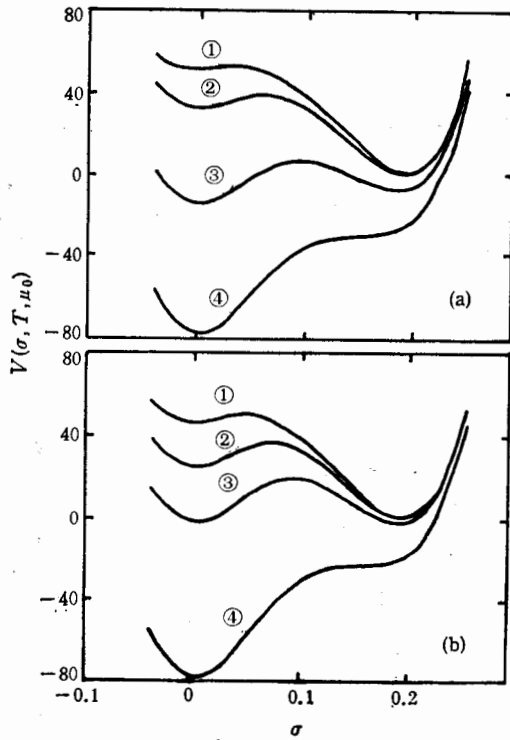


图 1 化学势固定,不同温度时的有效势
(a) $\mu_0 = 0$; ①、②、③、④相应 $T = 10, 80, 110, 130 \text{ MeV}$
(b) $\mu_0 = 150 \text{ MeV}$; ①、②、③、④相应 $T = 10, 60, 82, 112 \text{ MeV}$

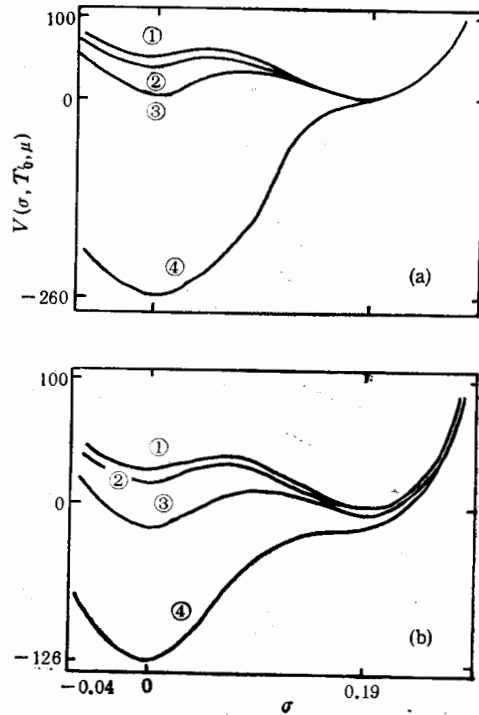


图 2 温度固定,不同化学势时的有效势
(a) $T_0 = 2 \text{ MeV}$; ①、②、③、④相应 $\mu = 100, 200, 270, 470 \text{ MeV}$
(b) $T_0 = 80 \text{ MeV}$; ①、②、③、④相应 $\mu = 50, 100, 180, 280 \text{ MeV}$

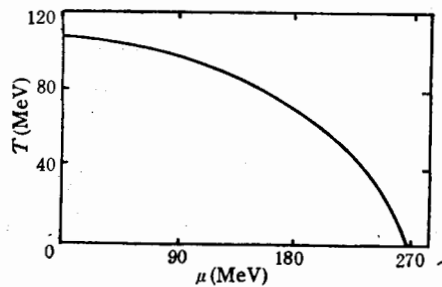


图 3 相图

各量的单位: $a \sim \text{fm}^{-2}$, $b \sim \text{fm}^{-1}$, $B \sim \text{MeV}/\text{fm}^3$, $M_{\text{GB}} \sim \text{GeV}$, $T, \mu \sim \text{MeV}$.

上面的结果表明,在 F-L 模型的相变过程中,当 $T > T_{c1}$ (或 $\mu > \mu_{c1}$) 时,原孤子解消失,这时系统的稳定态是 QCD 微扰真空态 σ_0 ,当系统处在这个稳定态时,对应于退禁闭态。这时系统还存在一个亚稳态 $\sigma_v(T)$,当系统处在亚稳态时,由(11)式可知夸克质量很大,表示在亚稳态不可能观察到自由夸克。此时系统对应于禁闭态。当 $T > T_{c2}$ (或 $\mu > \mu_{c2}$) 时,亚稳态消失,系统只有一个稳定的真空态(微扰真空 σ_0),这时夸克

作准自由运动, 禁闭完全解除。以上的分析还表明, 当 $T_{c1} < T < T_{c2}$ (或 $\mu_{c1} < \mu < \mu_{c2}$) 时, 两相可以同时存在, 说明相变是一阶的。

三、温度和化学势相关的袋常数 $B(T, \mu)$

由上节得到的有效势, 可以方便地求出袋常数。F-L 模型的袋常数定义为微扰真空的有效势与物理真空有效势之差:

$$B(T, \mu) = V(\sigma_0, T, \mu) - V(\sigma_V(T), T, \mu), \quad (16)$$

表示的是物理真空对袋的压强。

首先考虑化学势固定时, 袋常数对温度的依赖关系。由上节得到的有效势和(16)式, 可得袋常数 $B(T)$ 随温度的变化曲线如图4所示。在相变温度 T_{c1} 处, $B(T_{c1}) = 0$, 禁闭解除。从图4还可以看出, 化学势越高, 相变温度越低, 和相图的结果一致。

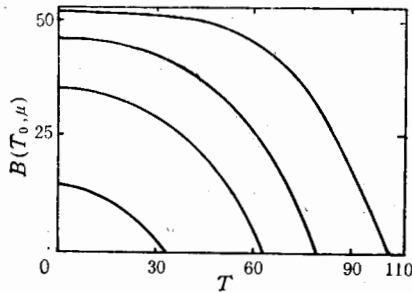


图4 袋常数随温度的变化曲线

①、②、③、④对应

$$\mu_0 = 0, 150, 200, 250 \text{ MeV}$$

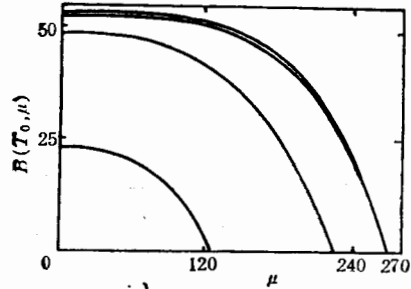


图5 袋常数随化学势的变化曲线

①、②、③、④对应

$$T_0 = 2, 2, 50, 90 \text{ MeV}$$

根据图4中的曲线①可以拟合出 $\mu_0 = 0$ 时袋常数的解析式:

$$B(T) = B - \alpha T^4 - \delta T^2, \quad (17)$$

其中 B 是零温时的袋常数, $\alpha = 3.016$, $\delta = 46.039 \text{ MeV}^2$ 。式中 T^4 形式表示的是理想气体情况^[6], T^2 项表示对非理想气体的修正。

其次再考虑固定温度时袋常数对化学势的依赖关系。袋常数随化学势的变化曲线如图5所示, 图中曲线④表示的是低温高密度近似下的结果。当温度很低时, 可以不考虑 σ 场热激发的贡献, 物理真空点的有效势 $V(\sigma_V) = 0$ 近似不变, 因此低温高密度条件下的袋常数为:

$$B(\mu, T_0) = U(\sigma_0) + V_F(\sigma_0, T_0, \mu), \quad (18)$$

$$V_F = -\frac{3T_0^4}{\pi^2} \left[\int_0^\infty \frac{x^3 dx}{1 + \exp(x - \mu/T_0)} + \int_0^\infty \frac{x^3 dx}{1 + \exp(x + \mu/T_0)} \right]. \quad (19)$$

在低温高密度近似下, 即 $\mu/T_0 \gg 1$ 时, 由费米积分公式可得:

$$V_F = -\left[\frac{3}{4\pi^2} \mu^4 + \frac{3}{2} T^2 \mu^2 + \frac{7\pi^2}{20} T^4 \right]. \quad (20)$$

这样得到的袋常数为:

$$B(\mu, T_0) = B - \left(\frac{3}{4\pi^2} \mu^4 + \frac{3}{2} T_0^2 \mu^2 + \frac{7\pi^2}{20} T_0^4 \right). \quad (21)$$

式中 B 为 $T_0 = \mu = 0$ 时的袋常数, (21) 式表示的变化曲线就是图 5 中的①, 和由有效势及(16)式所得的结果(曲线②)基本一致. 对应相变化学势 μ_{c1} 点, $B(\mu, T_0) = 0$, 表明发生了退禁闭相变. 图 4 和图 5 中 B 的单位是: MeV/fm^3 , T 和 μ 的单位是: MeV .

四、结果与讨论

本文通过计算有限温度和密度下 F-L 模型的有效势, 得到了袋常数随温度和化学势的变化关系. 结果表明: 在相变温度(或化学势)点, 微扰真空和物理真空的有效势相等, 袋常数为零, 使夸克禁闭的“袋”消失, 退禁闭相变发生. 当温度(或化学势)升高到临界温度(化学势)点时, 原物理真空态 σ_v 消失, 系统以 QCD 微扰真空为稳定的真空态, 由(11)式知这时夸克的质量为零, 禁闭完全解除. 同时上面的结果还显示了相变是一阶的.

用有限温度场论的方法研究 F-L 模型的相变已有过一些讨论^[12]. M. Li 等人的方法是, 寻找另一组参数所决定的树图近似势与单圈修正之和来符合 F-L 模型的零温势 $U(\sigma)$, 然后求这组新选参数下的有限温度单圈近似有效势, 求出了不同参数组时的相变温度、临界温度和潜热, 但这些新选的参数不符合强子的静态性质. Reinhardt 等人没有考虑热效应, 只考虑有限费米子化学势效应, 也得到了 F-L 模型的相变是一阶的结论.

这些方法的缺点和不足, 在本工作中的有效势计算中得到了改进, 特别是, 我们相信用这里给出的与温度和化学势相关的袋常数, 将会进一步完善 QGP 的有关计算.

高嵩感谢华中师大粒子物理研究所提供的良好的研究条件, 感谢庄鹏飞博士的大力帮助和有益讨论, 感谢裘忠平副教授的有益讨论.

参 考 文 献

- [1] 李政道, «粒子物理与场论导论», 科学出版社(1981).
- [2] R. Goldflam and L. Wilets, *Phys. Rev.*, **D25**(1982), 1951; *Comments Nucl. Part. Phys.*, **12**(1984), 191; J. -L. Dethier and R. Goldflam, *Phys. Rev.*, **D34**(1986), 207; R. Saly and M. K. Sundaresan, *Phys. Rev.*, **D29**(1984), 525; M. Bickeboller, M. C. Birse, H. Marschall and L. Wilets, *Phys. Rev.*, **D31**(1985), 2892.
- [3] T. D. Lee, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 3637; R. K. Su, *Phys. Lett.*, **B230**(1989), 99.
- [4] Proceeding of the Sixth International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus-Nucleus Collision—Quark Matter 1987 Nordkirchen, FRG, 24-28 August 1987, *Z. Physik*, **C38**(1988), No 1/2; 高嵩, 李家荣, 高能物理与核物理, **15**(1991), 117.
- [5] R. Gagnon, *Phys. Rev.*, **D28**(1983), 2862; K. S. Murugesan, G. Janhavi and P. R. Subramanian, *Phys. Rev.*, **D42**(1990), 3576; U. Heinz, P. R. Subramanian, H. Stocker, and W. Greiner, *J. Phys.*, **G12**(1986), 1237; P. R. Subramanian, H. Stocker, and W. Greiner, *Phys. Lett.*, **B173**(1986), 468; G. Janhavi and P. R. Subramanian, *Phys. Rev.*, **D38**(1988), 1452.
- [6] R. D. Pisarski, *Phys. Lett.*, **B110**(1982), 155; F. Takagi, *Phys. Rev.*, **D35**(1987), 2226; H. Reinhardt and B. V. Dang, *Phys. Lett.*, **B173**(1986), 473.
- [7] A. G. Williams and R. T. Cahill, *Phys. Rev.*, **D28**(1983), 1966, 2599; **D30**(1984), 391.
- [8] E. G. Lubbeck, M. C. Birse, E. M. Henley and L. Wilets, *Phys. Rev.*, **D33**(1986), 234; **D35**(1987), 2809.
- [9] L. Wilets, M. C. Birse, G. Lubek and E. M. Henley, *Nucl. Phys.*, **A434**(1985), 129c.

- [10] 李家荣,《夸克物质理论导论》,湖南教育出版社(1989).
- [11] Y. Fujimoto, R. Grigjanis and R. Kobes, *Prog. Theor. Phys.*, **73**(1985), 434.
- [12] 王恩科,李家荣,刘连寿,高能物理与核物理,**14**(1990),407;毕品镇,郑挺芳,苏汝铿,科学通报,**31**(1986),341
Ming Li, M. C. Birse and L. Wilets, *J. Phys.*, **G13**(1987), 1;
H. Reinhardt, B. V. Dang, H. Schulz, *Phys. Lett.*, **B159**(1985), 161.

Bag Constant and Deconfinement Phase Transition in the Nontopological Soliton Bag Model

GAO SONG

(Jinzhou Teacher's College, 121003)

WANG ENKE

(Jingzhou Teacher's College, 434001)

LI JIARONG

(Institute of Particle Physics, Huazhong Normal University, Wuhan 430070)

ABSTRACT

The effective potential in finite temperature and density nontopological soliton bag model is investigated. Based on this, we calculate the bag constant which depends on temperature and chemical potential. We also analyse the property of deconfinement phase transition.