第 18 卷 第 5 期 高能物理与核物理 Vol. 18, No. 5
1994 年 5 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS May, 1994

粒子-转子模型分析超形变转动带*

陈星蕖 邢正
(兰州大学现代物理系 兰州 730000)

1993 年 1 月 5 日收到

摘 要

利用三轴粒子-转子模型计算了 ^{193}Tl 超形变带 γ 跃迁能量，运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 和动力学转动惯量 $J^{(2)}$，并与实验值进行比较得到了满意的结果；预言了 $B(M1)$ 值以及动力学电四极矩 $Q^{(1)}$ 和 $Q^{(2)}$ 指出在超形变带的分析中粒子-转子模型是一种可以采用的方法.

关键词 核结构，转动带，超形变带，粒子-转子模型.

推转模型相当成功地解释了超形变(SD)带的性质，利用包括对相互作用的 Woods-Saxon 势成功地解释了 $A\sim190$ 区 SD 带动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 随转动频率 $\hbar\omega$ 逐渐上升[1]. 但是 ^{193}Tl SD 带的实验数据与理论计算并不一致[2,3]，^{192}Hg SD 带的新的实验数据[4]表明在 $\hbar\omega>4$MeV 时，动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 继续上升，与推转模型预言的下弯有明显的矛盾. 此外，推转模型有它固有的缺点. 例如，总角动量 I 不是守恒量，而是平均值；没有包括反冲项；通常的一维推转模型认为核是轴对称的，不考虑三轴形变. 另一方面，在粒子-转子模型中，总角动量 I 是守恒量，包括反冲项，能同时考虑三轴形变，因此粒子-转子模型，特别是要对电磁跃迁几率作定量估计时，是研究高自旋态的一个主要方法. 文献 [5] 用轴对称的粒子-转子模型定性地解释了超形变全同带的性质. 我们的分析表明[6,7]，超形变核是一个极好的转子，由文献[6,7] SD 带退激自旋已经较为可靠地被指定. 对 $A\sim190$ 区超形变核中子、质子 Woods-Saxon 势计算的罗兹量[1]表明 $Z=80$ 和 $N=112$ 在一个相当大的转动频率范围内有一个能隙，因此 $^{192}_{80}$Hg 看成双幻超形变核，在 $Z=80$ 质子费米面附近，质子轨道为闯入态 $\left[642\frac{5}{2}\right]$ $(\pi i_{13/2})$，正常宇称态为$\left[514\frac{9}{2}\right]$，$\left[530\frac{1}{2}\right]$，$\left[411\frac{1}{2}\right]$，对奇 Z 核 Tl，最后一个质子填充在 $\left[642\frac{5}{2}\right]$ 轨道，不同 j 壳之间混合较弱，因此可以只考虑单 j 壳的粒子-转子模型，对 ^{193}Tl 其组态为 $^{192}\mathrm{Hg}\otimes\pi\left[642\frac{5}{2}\right]$. 本文的主要目的是利用单 j 壳的三轴粒子-转子模型，以 ^{193}Tl 为例，计算超形变带的 γ 跃迁能量 E_γ，两类转动惯量 $J^{(1)}$ 和 $J^{(2)}$，并与实验值进行比较，预言约化跃迁几率$B(M1)$以及动力学电四极矩 $Q^{(1)}$ 和 $Q^{(2)}$，指出粒子-转子模型用于 SD 带的分析是可行的.

* 国家自然科学基金和国家教委博士点基金资助.

粒子-转子模型哈密顿量为[8]

$$H_{\mathrm{pr}} = H_{\mathrm{rot}} + H_{\mathrm{intr}}, \tag{1}$$

其中转子哈密顿量

$$H_{\mathrm{rot}} = \sum_{K=1}^{3} \frac{1}{2J_K}(I_K - j_K)^2, \tag{2}$$

这里 I 是总角动量，j 是单粒子角动量；J_K 是惯量矩，我们采用不可压缩无旋流体模型的惯量矩公式.

$$J_K = \frac{4}{3} J_0(I) \sin\left(\gamma + \frac{2}{3}\pi K\right),\ K = 1,2,3, \tag{3}$$

这里 $J_0(I)$ 与 SD 带自旋值有关，由于 W-Z 公式[9]

$$E(I) = a\left[\sqrt{1 + bI(I+1)} - 1\right], \tag{4}$$

极其精确地描述了超形变带的带结构[6,7]，则由(4)式得到 $J_0(I)$ 的具体表达式．(4)式变形为

$$E(I) = \frac{1}{2J_0(I)} I(I+1), \tag{5}$$

则

$$\begin{aligned} J_0(I) &= \frac{1}{ab} \frac{1 + \sqrt{1 + bI(I+1)}}{2} \\ &= J_0 \frac{1 + \sqrt{1 + bI(I+1)}}{2}. \end{aligned} \tag{6}$$

由(4)式拟合实验级联 γ 跃迁能量 E_γ 估计参数 J_0, b.

内禀哈密顿量

$$H_{\mathrm{intr}} = \sum_{\nu} (\varepsilon_\nu - \lambda) a_\nu^+ a_\nu + \frac{\Delta}{2} \sum_{\mu\,\nu} \delta(\tilde{\mu}_\nu)(a_\mu^+ a_\nu^+ + a_\nu a_\mu), \tag{7}$$

ε_ν 表示角动量为 $\boldsymbol{j}$ 的单粒子在三轴形变四极势 $V(\gamma)$ 中的单粒子能量，λ 为费米能，Δ 为能隙参数，$\tilde{\mu}$ 为状态 μ 的时间反演态.

$$V(\gamma) = -\kappa\left[\cos\gamma Y_{20}(\theta,\varphi) - \frac{1}{\sqrt{2}} \sin\gamma(Y_{22}(\theta,\varphi) + Y_{2-2}(\theta,\varphi))\right], \tag{8}$$

这里 κ 是能量单位，与四极形变参数 β 有关，对 ^{193}Tl 超形变带，最后一个质子填充在 $\left[642\ \frac{5}{2}\right]$ 轨道，在 $\beta \approx 0.5$ 附近，$\kappa \approx 7$MeV，这样选取的 κ 值与 $i_{13/2}$ 子壳的 Nilsson 能级位置大抵相当[8].

先求出单粒子能量 ε_ν 和内部波函数 χ_ν.

$$\chi_\nu = \sum_{\Omega} C_{\Omega}^{(\nu)} \phi_{\Omega}, \tag{9}$$

$$\tilde{\chi}_\nu = \sum_{\Omega} (-)^{j-\Omega} C_{\Omega}^{(\nu)} \phi_{-\Omega}. \tag{10}$$

由时间反演态能量简并，Ω 取值限于 $\cdots,-\frac{3}{2},\frac{1}{2},\frac{5}{2},\cdots$. 用强耦合基底，对角化(1)式，基函数为

$$\Psi^{I\nu}_{MK} = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2}} \sum_{\Omega} C^{(\nu)}_{\Omega}[D^{I}_{MK}\phi_{\Omega} + (-)^{I-j}D^{I}_{M-K}\phi_{-\Omega}], \tag{11}$$

由 D_2 对称，K-Ω 限于取偶数，从而得到本征值和本征函数

$$\Psi^{I}_{M} = \sum_{K,\nu} a^{I\nu}_{K}\Psi^{I\nu}_{MK}. \tag{12}$$

约化跃迁几率

$$B(\mathcal{O}\lambda;I_i \to I_f) = \frac{1}{2I_i+1}|\langle I_f\|\mathcal{U}(\mathcal{O}\lambda)\|I_i\rangle|^2, \tag{13}$$

对作用是用标准的 BCS 方法计算的.

利用能量本征值，得到运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 和动力学转动惯量 $J^{(2)}$,

$$J^{(1)}(I-1) = \frac{2I-1}{E_\gamma(I\to I-2)}\hbar^2, \tag{14}$$

$$J^{(2)}(I) = \frac{4\hbar^2}{E_\gamma(I+2\to I) - E_\gamma(I\to I-2)}. \tag{15}$$

为了与 ^{193}Tl SD 带的实验数据进行比较，假定 SD 带退激自旋 I_0 已经指定[7]，即对 ^{193}Tl(b1)，$I_0 = 19/2(E_\gamma(I_0+2\to I_0) = 228.1\text{keV})$，对 ^{193}Tl(b2)，$I_0 = 21/2(E_\gamma(I_0+2\to I_0) = 248.3\ \text{keV})$. 因此 band1 和 band2 是 ^{193}Tl 超形变 yrast 态，它们的 signature 不同. 注意到 favoured (unfavoured) signature 定义为

$$\alpha_f = \frac{1}{2}(-)^{j-\frac{1}{2}} \quad \left(\alpha_u = \frac{1}{2}(-)^{j+\frac{1}{2}}\right), \tag{16}$$

而总自旋 I 与 signature α 关系为

$$I = \alpha \bmod 2. \tag{17}$$

对 $j = 13/2, \alpha_f = 1/2, \alpha_u = -1/2$，因此 ^{193}Tl(b2) 为优先态 (f 态)，而 ^{193}Tl(b1) 为非优先态 (u 态)，由于它们都为 Yrast 态，计算中采用同一组参数，计算的级联 γ 跃迁能量 E_γ，用测量的优先态的最低能级的 γ 跃迁能量规格化，即由计算的 E_γ 等于测量值来决定能量单位 κ. 考虑到测量的 248.3 keV 误差较大，用 $E_\gamma(I = 29/2 \to 25/2) = 287.6\text{keV}$ 来决定 $\kappa(\kappa = 7.4992\text{MeV})$. 表 1 给出了 $i_{13/2}$ 三轴粒子-转子模型计算的 ^{193}Tl 超形变带 γ 跃迁能量，并与实验值进行了比较. 使用参数为: $\gamma = 4.5°$, $\Delta = 0.045\kappa$, $\lambda = -0.55\kappa, J_0 = 620/\kappa, b = 2.3\times10^{-4}$. 运动学转动惯量 $J^{(1)}$ 和动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 由图 1 给出. 由表 1 和图 1 可见:

(1) 对 ^{193}Tl (b1) 计算的级联 γ 跃迁能量 E_γ 与测量值最大偏离为 3.5 keV，而 ^{193}Tl(b2) 最大偏离只有 1.1keV，定义方均根偏差

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_I |E_\gamma(\text{cal.}I) - E_\gamma(\text{exp.}I)|^2}, \tag{18}$$

则对 band1 和 band2, σ 分别为 1.8 keV 和 0.6 keV，考虑到计算中对两条带采用同一组参数，使得全部 26 个点的理论值与实验值极好地符合，这种情况对正常形变态也是不多见的。因此对 ^{193}Tl 超形变核态可以看成一个在三轴形变势场中运动的 $i_{13/2}$ 准质子与转动核心耦合的结果。理论与实验的符合也间接证明了我们指定的 ^{193}Tl SD 带退激自旋 I_0 是正确的[7]。

（2）由方程(4)选取参量 $J_0 = 620/\kappa \approx 82.7$ ($\hbar^2$MeV^{-1})，$b = 2.3 \times 10^{-4}$ 与文献[7]给出的 ^{192}Hg 的数据基本是一致的，而 $\gamma = 4.5°$ 与 W-Z 公式[9]假定非轴对称度不大 ($\sin^2 3\gamma \ll 1$) 是一致的，因此理论值与实验值的符合表明方程(4)极好地描写超形变核态决不是偶然的。

（3）图 1 和文献[2,3]推转模型计算的动力学转动惯量 $J^{(2)}$ 相比较，对 ^{193}Tl 两条超形变带 $J^{(2)}$ 随 I 的增加而增加，重现实验值，而推转模型预言的下弯与实验不一致[2,3]。

（4）对 ^{193}Tl 超形变核态，能隙参数 $\Delta = 0.045\kappa \approx 0.34$MeV($\kappa \approx 7.5$MeV)，远小于正常形变核的

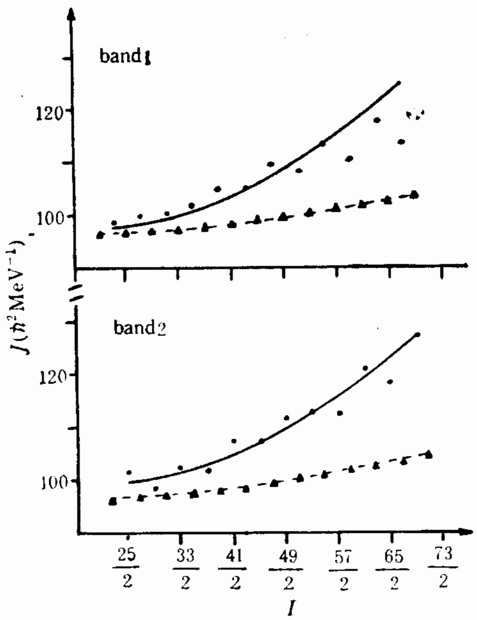

图 1　^{193}Tl SD 带两类转动惯量理论值与实验值比较

实线为 $J^{(2)}$，虚线为 $J^{(1)}$ 的理论值，而圆点和三角分别表示测量值.

表 1　^{193}Tl 超形变带 γ 跃迁能量

band 1			band 2		
I	$E_\gamma(I \to I-2)$(keV)		I	$E_\gamma(I \to I-2)$(keV)	
	cal.	exp.[2]		cal.	exp.[2]
23/2	227.5	228.1	25/2	247.3	248.3
27/2	268.4	268.6	29/2	287.6	287.6
31/2	309.0	308.6	33/2	327.4	328.0
35/2	349.1	348.4	37/2	366.7	366.9
39/2	388.8	387.7	41/2	405.4	405.9
43/2	427.8	426.0	45/2	443.4	443.0
47/2	466.1	464.1	49/2	480.5	480.1
51/2	503.5	500.7	53/2	516.9	515.9
55/2	539.9	537.6	57/2	552.4	551.3
59/2	575.4	573.1	61/2	586.9	586.8
63/2	609.7	609.3	65/2	620.4	619.9
67/2	642.9	643.2	69/2	652.9	653.6
71/2	674.9	678.4	73/2	684.3	685.1

$$\Delta = \frac{12}{\sqrt{A}}\ (\mathrm{MeV}) \approx 0.86\mathrm{MeV},$$

表明超形变核态对力大大减弱，但不等于零。这一结论与推转模型的估计是一致的。

(5) 利用粒子-转子模型波函数计算了 ^{193}Tl SD 带的磁偶极跃迁几率 $B(M1)$ 和动力学电四极矩 $Q^{(1)}$ 和 $Q^{(2)}$。结果由图 2 和图 3 给出，这里 $Q^{(1)}$ 和 $Q^{(2)}$ 由下述公式定义：

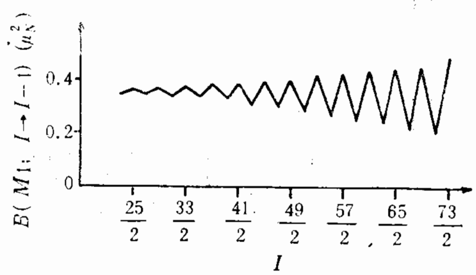

图 2 ^{193}Tl 超形变带磁偶极跃迁几率
使用参数：$g_l = 1, g_s = 3.91, g_R = 0.40$，
其它同图 1.

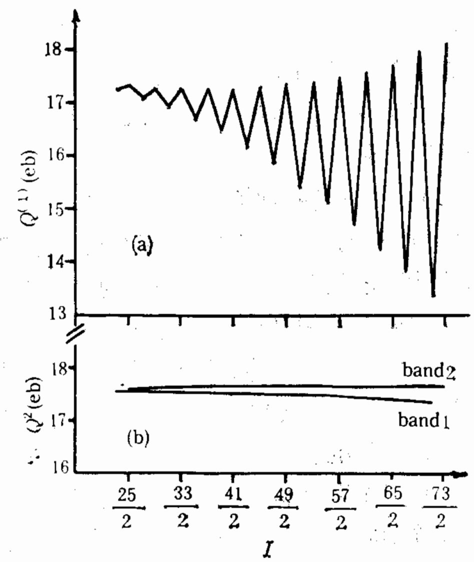

图 3 ^{193}Tl超形变带动力学电四极矩 $Q^{(1)}$和 $Q^{(2)}$
使用参数：等效电荷 $e_{\mathrm{eff}}\langle r^2\rangle/Q_0 = 0.1e, Q_0 = 18\mathrm{eb}$，
其它同图 1.

$$B(E2; I \rightarrow I-1) = \frac{5}{16\pi}\langle IK20|I-1K\rangle^2 Q^{(1)^2},$$

$$B(E2; I \rightarrow I-2) = \frac{5}{16\pi}\langle IK20|I-2K\rangle^2 Q^{(2)^2}. \tag{19}$$

由图可见，在我们选定的参数下，平均磁偶极跃迁几率 $B(M1) \approx 0.35\mu_N^2$，且有 $B(M1; \alpha_f I \rightarrow \alpha_u I-1) > B(M1; \alpha_u I \rightarrow \alpha_f I-1)$。对动力学电四极矩 $Q^{(2)}$ 在观测自旋范围内基本为常数，且有 $Q^{(2)}$(band2) 略大于 $Q^{(2)}$(band1)，而 $Q^{(1)}$ 则出现明显的振荡，表明 ^{193}Tl(b1) 到 ^{193}Tl(b2) 的约化电四极跃迁几率 $B(E2; \Delta I = 1)$ 随着自旋增加迅速减小，而 band2 到 band1 的跃迁 $B(E2; \Delta I = 1)$ 变化甚微。

由于能谱并不灵敏地依赖于波函数，因此在一合理范围内选用不同参数可以给出同样好的结果，但是电磁跃迁几率极其灵敏地依赖于核的波函数，因此要确切地决定超形变核的性质，需要测量超形变态的电磁跃迁几率，这是一项极其困难的工作。

参 考 文 献

[1] M. A. Riley et al., *Nucl. Phys.*, **A512** (1990) 178.
[2] P. B. Fernandez et al., *Nucl. Phys.*, **A517** (1990) 386.
[3] P. R. Chasman, *Phys. Lett.*, **B242** (1992) 317.
[4] T. Lauritsen et al., *Phys. Lett.*, **B279** (1992) 239.
[5] W. Nazarewicz et al., *Phys. Rev. Lett.*, **64**(1990) 1654.
[6] 邢正、陈星蕖，高能物理与核物理，**15**(1991)1020. 陈星蕖、邢正，高能物理与核物理，**15**(1991)1094.

[7] C. S. Wu, J. Y. Zeng, Z. Xing, X. Q. Chen and J. Meng, *Phys. Rev.*, **C45** (1992) 261.
[8] A. Bohr and B. Mottelson, Nuclear Structure Vol. II, Benjamin, New York, 1975.
[9] 吴崇试、曾谨言，高能物理与核物理，8(1984)219, 445; **9** (1985) 77, 214.
C. S. Wu and J. Y. Zeng, *Commun. in Theor. Phys.*, 8(1987) 51.

THE ANALYSIS OF SUPERDEFORMED BANDS IN THE PARTICLE-ROTOR MODEL

Chen Xingqu Xing Zheng
(*Department of Modern Physics, Lanzhou University, Lanzhou* 730000)
Received on January 5, 1993.

Abstract

Superdeformed bands in ^{193}Tl are analyzed by means of the triaxial-particle-rotor model. An overall and excellent agreement between the calculated and observed spectra E_γ, kinematic moment of inertia and dynamic moment of inertia is obtained. The calculated $B(M1)$ and dynamical quadrupole moments $Q^{(1)}$ and $Q^{(2)}$ are given. It is pointed out that the particle-rotor model can be used to analyze the superdeformed bands in nuclei.

Key words nuclear structure, rotational band, superdeformed band, particle-rotor model.