

关于 β 稳定线公式的一个评注

林福民

苏汝铿

(汕头大学物理系 广东 515063) (复旦大学物理系 上海 200433)

宋宏秋

(上海原子核研究所 上海 201800)

1993年3月22日收到

摘 要

指出 β 稳定线公式应在理论框架下通过自洽的计算决定。这与传统的 β 稳定线公式略有区别。本文还对在 Hartree-Fock 近似下的 β 稳定线公式给出了一个评注。

关键词 稳定性, 哈特利-福克近似, 核物质。

通常, β 稳定线公式可通过原子核质量的经验公式

$$M(N, Z) = NM_n + ZM_p - B(N, Z) \quad (1)$$

及稳定条件

$$\left. \frac{\partial M}{\partial N} \right|_{A=\text{const.}} = 0 \quad (2)$$

给出, 上两式中, $A = N + Z$ 是核子数, N 是中子数, Z 是质子数, M_n 和 M_p 分别是中子和质子的质量, B 是结合能。由(1)式和(2)式得出^[1]

$$Z = \frac{1}{2} A - 0.3 \times 10^{-2} A^{5/3}, \quad (3)$$

(3)式表示 β 稳定线公式。最近, Jaqamin^[2] 用 Skyrme 相互作用势讨论热核的库仑不稳定性时, 利用(3)式讨论了沿 β 稳定线的核的库仑不稳定性的极限温度。

值得指出, (3)式虽然是一般的传统的经验公式, 但严格说来, 在选用不同的模型或采用不同的近似时, β 稳定线公式应在所采用的模型和理论框架中, 通过自洽的计算重新决定。

以 Jaqamin^[2] 的工作为例。可以证明, 在准确到五级简并修正的条件下, 在有限温度时, 元激发谱是^[3]

$$E_i(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m_i^*} + \Delta_i \quad (i = p, n), \quad (4)$$

$$\frac{m_i}{m_i^*} = 1 + \frac{m_i}{4} [2(t_1 + t_2)\rho + (t_2 - t_1)\rho_i]. \quad (5)$$

$$\Delta_p = \left[\tau_0(2+x_0) + \frac{\tau_3}{6}(2+x_3)\rho^d \right] \frac{\rho}{2} - \left[\tau_0(1+2x_0) + \frac{\tau_3}{6}(2+x_3)\rho^d \right] \frac{\rho_p}{2} - 3k_B T \left[\frac{1}{m_p^*} \frac{\partial m_p^*}{\partial \rho_p} \frac{1}{\lambda_p^3} f_{5/2}(\tilde{z}_p) - \frac{1}{m_n^*} \frac{\partial m_n^*}{\partial \rho_p} \frac{1}{\lambda_n^3} f_{5/2}(\tilde{z}_n) - \mu_p \right], \quad (6)$$

$$\Delta_n = \Delta_p(p \rightleftharpoons n),$$

Jaqamin 的近似相当于在(6)式中 $f_{5/2}$ 的求和式中只取前五项。我们采用文献[3]相同的符号。对于稳定的核或核物质,应该考虑等温等压平衡^[4-9]。这时的化学势平衡条件为:

$$\begin{aligned} \mu_{\text{coul}} = \mu_{n0} - \mu_{p0} &= E_{n0} - E_{p0} \\ &= - \left[\tau_0(1+2x_0) + \frac{\tau_3}{6}(1+2x_3)\rho_0^d \right] \frac{\alpha\rho_0}{2}, \end{aligned} \quad (7)$$

式中 $\alpha = (\rho_n - \rho_p)/\rho$ 是中子不对称度。在寒温极限下,(6)式中 $f_{5/2}$ 取多少项对(7)式无影响。(7)式中由库仑能引起的化学势是^[6,7]

$$\mu_{\text{coul}} = V_c = \frac{6}{5} \frac{Ze^2}{R} \left[1 - 5 \left(\frac{3}{16\pi Z} \right)^{2/3} + \frac{1}{Z} \right], \quad (8)$$

式中 $R = (3A/4\pi\rho_0)^{1/3}$ 是液滴半径, ρ_0 可取为饱和密度。在 Z 较大时,(8)式的后两项可略去。由(7),(8)两式得

$$Z = \frac{A}{2} \frac{1}{1 + \xi A^{2/3}} \approx \frac{A}{2} (1 - \xi A^{2/3}) = \frac{A}{2} - \frac{\xi}{2} A^{5/3}. \quad (9)$$

$$\xi = - \frac{6}{5} e^2 \left(\frac{3}{4\pi\rho_0} \right)^{-1/3} \rho_0^{-1} \left[\tau_0(1+2x_0) + \frac{\tau_3}{6}(1+2x_3)\rho_0^d \right]^{-1}. \quad (10)$$

(9)、(10)两式表示用 Skyrme 势,在 Jaqamin 理论框架下的 β 稳定线公式,它与(3)式有相同的形式,但系数

$$\frac{\xi}{2} = \begin{cases} 2.473 \times 10^{-3} & (\text{SkI}), \\ 4.745 \times 10^{-3} & (\text{SkIII}), \\ 3.817 \times 10^{-3} & (\text{SkM}^*). \end{cases} \quad (11)$$

与(3)式中的系数 0.3×10^{-2} 有所不同。对 SkIII,其最大偏离甚至达到 58%。

因此我们认为,Jaqamin^[2] 的工作在理论上并不是无可挑剔的。在同一个理论框架下, β 稳定线公式完全应该从理论框架中自然地给出,无需再外加传统的经验公式。脱离了自身的理论推导,另外加上一个新的经验公式,即使这个公式曾受实验的验证,在理论上也并不是完美无缺的。正确的做法应该是:在自身的理论框架中,自然地给出 β 稳定线公式(9),(10),(11)。并通过分析比较公式(9)和传统的受实验验证的公式(3)的歧离,深入研究理论框架的合理程度和近似程度。事实上,采用不同的近似,如 Hartree-Fock 近似,Bruckner-Hartree-Fock 近似,RPA 近似等等都将给出不同的 β 稳定线理论公式。

参 考 文 献

- [1] A. Bohr, et al., "Nuclear Structure" Vol. I, p. 141.
[2] H.R. Jaqaman, *Phys. Rev.*, **C39**(1989)169; *ibid*, **C40**(1989)162.
[3] Su R.K., Yang S.D., Li G.L., and Kuo T.T.S., *Mod. Phys. Lett.*, **A1**(1986)71.
[4] H.R. Jaqaman, A.Z. Mekjian and L. Zamick, *Phys. Rev.*, **C29**(1984)2067.
[5] D.Q. Lamb, J.M. Lattimer, C.J. Pethick and D.G. Ravenhall, *Nucl. Phys.*, **A360**(1981)459.
[6] Song H.Q. and Su R.K., *Phys. Rev.*, **C44**(1991)2505; Song H.Q., Zheng G.T. and Su R.K., *Jour. of Phys.*, **G16**(1990)203.
[7] Zheng G.T. and Su R.K. *Science in China*, **A35**(1992)169.
[8] Song H.Q., Zheng G.T. and Su R.K., *Chinese Phys. Lett.*, **7**(1990)117.
[9] 郑国桐, 宋宏秋, 苏汝铿, 高能物理与核物理, **14**(1990)1081.

Comments on the Formula of β -stability Line

Lin Fumin

(Department of Physics, Shantou University, Guangdong 515063)

Su Rukeng

(Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433)

Song Hongqiu

(Institute of Nuclear Research, Shanghai 201800)

Received on March 22, 1993

Abstract

The formula of β -stability line should be determined by the self-consistent calculations from the employed theoretical-framework. A slight difference formula of β -stability line from the traditional one is derived. A comment on the formula of β -stability line under Hartree-Fock approximation is given.

Key words stability, Hartree-Fock approximation, nuclear matter.