

6-DOF 并联机器人位置正解的实用解法

张兆印

ZHANG Zhao-yin

黑龙江大学 计算机科学技术学院, 哈尔滨 150080

Institute of Computer Science and Technology, Heilongjiang University, Harbin 150080, China

ZHANG Zhao-yin. Practical solution of 6-DOF parallel robot position forward solution. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(9): 47-48.

Abstract: This paper studies and analyzes the 6-DOF parallel robot position forward solution, solves the forward solution problem through the inverse solution method. First unify the top and bottom platforms under a coordinate system. According to the formulas of the distance between two points in the space, take 6 poles elongated values as known quantities, the position posture parameter as unknown quantities, establish 6 poles parametric equations. Solve the posture parameter through the iteration method. One of the features is that the unknown quantities are few in number, but the computation precision is that higher. Another feature is that the usability is strong. Experimental results show that this method satisfies the real-time control requirements.

Key words: parallel robot; position forward solution; iteration method

摘要: 对 6-DOF 并联机器人的位置正解进行了研究和分析, 通过位置反解的求解思路来解位置正解的问题。将上下平台统一在一个坐标系下。按照空间两点间距离计算公式, 以 6 个杆的伸长值为已知量, 位姿参数为未知量, 建立关于 6 个杆的参数方程。通过迭代法求得位姿参数。特点之一是未知量个数少, 计算精度高; 另一特点是从实现的角度来阐述, 实用性强。通过实验验证该思路满足即时控制的要求。

关键词: 并联机器人; 位置正解; 迭代

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.09.012 **文章编号:** 1002-8331(2009)09-0047-02 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP242

1 引言

6-DOF 并联机器人是由上下两个平台组成, 上平台也称为动平台, 机械手位于上平台的中心。下平台也叫定平台, 两个平台是由 6 个可伸缩的液压缸通过球铰链连接起来。而位置正解是根据给定 6 个液压缸的伸长值求得机械手的位姿参数, 一般来说, 位置反解求得容易, 而求正解非常困难。许多国内外学者在从事这种机构的研究, 并取得了成果。如文献[1]和[2]是利用位置反解在速度控制算法中计算即时速度的算法进行迭代得到位置正解; 文献[3]和[4]是解一个含有 24 个未知数的 2 次非线性方程; 文献[5]、[6]和[7]是基于神经网络的位置正解的求解方法。本文是在对大量文献研究分析的基础上, 提出了只需解含有 6 个未知数(位姿参数)的 2 次非线性方程组就可得到所需的位置正解, 此种方法不是最先进的, 但却是含有未知数最少、计算速度快且计算精确的方法。

2 位置变换算法

2.1 机构参数^[8]

为了描述算法, 在上(动)、下(固定)平台各建立一个坐标系, $O^1-X^1Y^1Z^1$ 和 $O-XYZ$, Z^1 和 Z 轴分别垂直于各自的平台, O

点与 O^1 点重合, 上下平台的外接圆半径分别为 250 mm 和 275 mm, 而短边与长边所对应的圆心角分别为 30° 和 90° 。坐标系建立如图 1 所示。

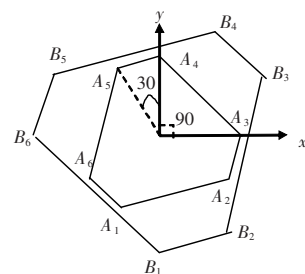


图 1 上下平台坐标系的设定

这样设定后, 上、下平台各铰点坐标分别为 $A[6][3]$, $B[6][3]$ 。

$$A[6][3] = \begin{bmatrix} A_1 & -125 & -\sqrt{250^2-125^2} & 0 \\ A_2 & \sqrt{250^2-125^2} & -125 & 0 \\ A_3 & 250 & 0 & 0 \\ A_4 & 0 & 250 & 0 \\ A_5 & -125 & \sqrt{250^2-125^2} & 0 \\ A_6 & -\sqrt{250^2-125^2} & -125 & 0 \end{bmatrix}$$

基金项目: 中国科学院机器人开放实验室基金资助项目(No. RL2002-07)。

作者简介: 张兆印(1955-), 男, 副教授, 研究方向: 机器人技术, 人工智能。

收稿日期: 2008-02-18 修回日期: 2008-05-05

$$B[6][3]=\begin{bmatrix} B_1 & 0 & -125 & 0 \\ B_2 & 137.5 & -\sqrt{275^2-137.5^2} & 0 \\ B_3 & \sqrt{275^2-137.5^2} & 137.5 & 0 \\ B_4 & 137.5 & \sqrt{275^2-137.5^2} & 0 \\ B_5 & -\sqrt{275^2-137.5^2} & 137.5 & 0 \\ B_6 & -275 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

2.2 坐标转换

设动坐标系沿固定坐标系下 X、Y 和 Z 轴分别平移 x_0, y_0 和 z_0 , 在此基础上分别绕 X、Y 和 Z 轴旋转 α, β 和 γ 角, 则动坐标系下一点到定坐标系下的坐标转换矩阵为:

$$T=\begin{bmatrix} c\beta c\gamma & -c\beta s\gamma & s\beta & x_0 \\ s\alpha s\beta c\gamma+c\alpha s\gamma & c\alpha c\gamma-s\alpha s\beta s\gamma & -s\alpha c\beta & y_0 \\ s\alpha s\gamma-c\alpha s\beta s\gamma & c\alpha s\beta s\gamma+s\alpha c\gamma & c\alpha c\beta & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

这样对于上平台过各铰点的坐标 $A_i(i=1, 2, \dots, 6)$ 经过平移旋转后得到在固定坐标系下的坐标为:

$$\begin{matrix} A'_1 & A'_2 & A'_3 & A'_4 & A'_5 & A'_6 \\ \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 & y_5 & y_6 \\ z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & z_5 & z_6 \end{bmatrix} \end{matrix} = T_{4 \times 4} \times \begin{bmatrix} A^T \\ 1 \end{bmatrix}_{4 \times 6}$$

即:

$$\begin{aligned} x_1 &= -125c\beta c\gamma + \sqrt{250^2-125^2} c\beta s\gamma + x \\ y_1 &= -125(s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma) - \sqrt{250^2-125^2} (c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma) + y \\ z_1 &= -125(s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta s\gamma) - \sqrt{250^2-125^2} (c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma) + z \\ x_2 &= \sqrt{250^2-125^2} c\beta c\gamma + 125c\beta s\gamma + x \\ y_2 &= \sqrt{250^2-125^2} (s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma) - 125(c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma) + y \\ z_2 &= \sqrt{250^2-125^2} (s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta s\gamma) - 125(c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma) + z \\ x_3 &= 250c\beta c\gamma + x, y_3 = 250(s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma) + y \\ z_3 &= 250(s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta s\gamma) + z \\ x_4 &= -250c\beta s\gamma + x, y_4 = 250(c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma) + y \\ z_4 &= 250(c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma) + z \\ x_5 &= -125c\beta c\gamma - \sqrt{250^2-125^2} c\beta s\gamma + x \\ y_5 &= -125(s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma) + \sqrt{250^2-125^2} (c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma) + y \\ z_5 &= -125(s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta s\gamma) + \sqrt{250^2-125^2} (c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma) + z \\ x_6 &= (-\sqrt{250^2-125^2} c\beta c\gamma + 125c\beta s\gamma) + x \\ y_6 &= -\sqrt{250^2-125^2} (s\alpha s\beta c\gamma + c\alpha s\gamma) - 125(c\alpha c\gamma - s\alpha s\beta s\gamma) + y \\ z_6 &= -\sqrt{250^2-125^2} (s\alpha s\gamma - c\alpha s\beta s\gamma) - 125(c\alpha s\beta s\gamma + s\alpha c\gamma) + z \end{aligned}$$

有了下平台各铰点在定坐标系下的坐标 B_1, B_2, \dots, B_6 , 再由上面计算的上平台各铰点在定坐标系的坐标 A'_1, A'_2, \dots, A'_6 就可以根据空间两点的坐标计算 6 个液压杆的伸长值 $L_i(i=1, 2, \dots, 6)$ 。也即:

$$(b_{i1}-x_i)^2 + (b_{i2}-y_i)^2 + (b_{i3}-z_i)^2 - L_i^2 = 0 \quad i=1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

其中 (x_i, y_i, z_i) 是上(动)平台各铰点在定坐标系下的坐标, (b_{i1}, b_{i2}, b_{i3}) 是下(固定)平台各铰点的在定坐标系下的坐标。

3 位置正解的牛顿迭代法

位置正解的关键是根据 6 个液压缸的伸长值 $L_i(i=1, 2, \dots, 6)$ 计算出上平台中心机械手的位姿参数 x, y, z, α, β 和 γ 。为了计算出这位姿参数的解, 本文采用了牛顿迭代法来解式

(1)含有 6 个参数的二次非线性方程组。令 $X=(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma)^T \in R^n$, 则:

$$\begin{cases} f_1(X) = (0-x_1)^2 + (-275-y_1)^2 + z_1^2 - L_1^2 = 0 \\ f_2(X) = (137.5-x_2)^2 + (-\sqrt{275^2-137.5^2}-y_2)^2 + z_2^2 - L_2^2 = 0 \\ f_3(X) = (\sqrt{275^2-137.5^2}-x_3)^2 + (137.5-y_3)^2 + z_3^2 - L_3^2 = 0 \\ f_4(X) = (137.5-x_4)^2 + (\sqrt{275^2-137.5^2}-y_4)^2 + z_4^2 - L_4^2 = 0 \\ f_5(X) = (-\sqrt{275^2-137.5^2}-x_5)^2 + (137.5-y_5)^2 + z_5^2 - L_5^2 = 0 \\ f_6(X) = (-275-x_6)^2 + y_6^2 + z_6^2 - L_6^2 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

令 $F=(f_1, f_2, \dots, f_6)^T$, 则式(2)可写成如下形式:

$$F(X)=0 \quad (3)$$

若已给出方程 $F(X)=0$ 的一个近似根 $X^{(k)}=(x^{(k)}, y^{(k)}, \dots, \gamma^{(k)})^T$, 将函数 $F(X)$ 的分量 $f_i(X)(i=1, 2, \dots, 6)$ 在 $X^{(k)}$ 用多元泰勒展开, 并取其线性部分, 则可表示为:

$$F(X) \approx F(X^{(k)}) + F'(X^{(k)})(X-X^{(k)})$$

由式(3)得到线性方程组

$$F'(X^{(k)})(X-X^{(k)}) = -F(X^{(k)}) \quad (4)$$

其中

$$F'(X)=D=\begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{26} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{61} & d_{62} & \dots & d_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x} & \frac{\partial f_1(X)}{\partial y} & \dots & \frac{\partial f_1(X)}{\partial \gamma} \\ \frac{\partial f_2(X)}{\partial x} & \frac{\partial f_2(X)}{\partial y} & \dots & \frac{\partial f_2(X)}{\partial \gamma} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_6(X)}{\partial x} & \frac{\partial f_6(X)}{\partial y} & \dots & \frac{\partial f_6(X)}{\partial \gamma} \end{bmatrix}$$

称为 $F(X)$ 的雅可比矩阵, 求解线性方程组(4), 并记解为 $X^{(k+1)}$, 则得

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} - F'(X^{(k)})^{-1} F(X^{(k)}) \quad (k=0, 1, \dots) \quad (5)$$

采用了高斯-约旦消去法求逆矩阵 $F'(X)^{-1} = C_{6 \times 6}$, 由式(5)得:

$$\begin{aligned} X^{(k+1)} &= X^{(k)} - C(X^{(k)}) \cdot D^{(k)} \\ \text{即: } \begin{cases} x^{(k+1)} = x^{(k)} - C(x^{(k)}) \cdot D(x^{(k)}) \\ y^{(k+1)} = y^{(k)} - C(y^{(k)}) \cdot D(y^{(k)}) \\ z^{(k+1)} = z^{(k)} - C(z^{(k)}) \cdot D(z^{(k)}) \end{cases} & \begin{cases} \alpha^{(k+1)} = \alpha^{(k)} - C(\alpha^{(k)}) \cdot D(\alpha^{(k)}) \\ \beta^{(k+1)} = \beta^{(k)} - C(\beta^{(k)}) \cdot D(\beta^{(k)}) \\ \gamma^{(k+1)} = \gamma^{(k)} - C(\gamma^{(k)}) \cdot D(\gamma^{(k)}) \end{cases} \end{aligned}$$

再给定初始近似值 $X^{(0)}=(x^{(0)}, y^{(0)}, z^{(0)}, \alpha^{(0)}, \beta^{(0)}, \gamma^{(0)})$ 及允许的误差就可按此迭代法求出本方程组的解 $X^{(k)}=(x^{(k)}, y^{(k)}, z^{(k)}, \alpha^{(k)}, \beta^{(k)}, \gamma^{(k)})$, 也即机器人机械手的终点位姿参数。

4 实例验证

下面给出一个实例, 机构参数见 2.1 节。已知 6 个液压杆的伸长值如表 1 所示, 设迭代所需位姿参数的初始值如表 2 所示, 经过程序计算完成迭代过程如表 3 所示。

表 1 假定液压杆的伸长值

L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6
144.6	347.0	110.3	178.6	277.6	269.4