

不协调集值决策信息系统的属性约简

宋笑雪^{1,2}, 张文修¹

SONG Xiao-xue^{1,2}, ZHANG Wen-xiu¹

1. 西安交通大学 理学院 信息与系统科学研究所, 西安 710049

2. 咸阳师范学院 计算机系, 陕西 咸阳 712000

1. Institute of Information and System Science, Faculty of Science, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China

2. Department of Computer, Xianyang Normal College, Xianyang, Shaanxi 712000, China

E-mail: songxiaoxue@stu.xjtu.edu.cn

SONG Xiao-xue, ZHANG Wen-xiu. Knowledge reduction in inconsistent set-valued decision information system. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(1): 33-35.

Abstract: This paper presents two types of the reduction in an inconsistent set-valued decision information system (DIS). The judgment theorem and the discernibility matrix of the possible reduct and the partly-accordant reduct are given, from which we provide a material approach to knowledge reduction. A possible consistent set is a subset of the attribute set that preserves all possible decision classes. A partly-accordant consistent set is a subset of the attribute set that preserves accordant decision classes of partly object.

Key words: set-valued decision information system; knowledge reduction; discernibility matrices

摘 要: 给出了不协调集值决策信息系统的两种属性约简方法: 分配约简和部分一致约简。分配约简保持所有对象的可能决策类不变, 部分一致约简保持部分对象的一致决策不变。给出了这些约简的判定定理和辨识矩阵, 从而得到了属性约简的具体操作方法。

关键词: 集值决策信息系统; 知识约简; 可辨识矩阵

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.01.009 文章编号: 1002-8331(2009)01-0033-03 文献标识码: A 中图分类号: O159

1 引言

粗糙集理论是在上世纪 80 年代由波兰数学家 Z. Pawlak 提出^[1], 是处理不确定性问题的一种新的数学工具, 吸引了国内外大批研究者^[2-8]。基于不可分辨关系的经典粗糙集理论主要用于完备数据集的研究(即每个对象的属性值是单一的并且是确定的)。而在实际情况中, 得到的某些对象的属性值可能是属性域的一个子集。这种情况可以用集值信息系统来处理^[8-9]。

粗糙集理论的一个重要研究方向是找出条件属性集的一些子集, 这些属性子集在知识库分类能力或决策能力方面与所有条件属性起的作用是完全一样的, 这样的属性子集称为约简^[2-6, 9]。对不协调集值决策信息系统在优势关系下的分配约简、部分一致约简问题进行了讨论, 给出了相应的判定定理和辨识矩阵, 从而得到了不协调集值决策信息系统中属性约简的具体操作方法。

2 不协调集值决策信息系统

定义 1^[8] 称 $(U, A \cup D, F, G)$ 是集值决策信息系统, 其中 U 是对象集, A 是条件属性集, $D \subseteq A$ 是决策属性集。 $F = \{f_l | l \leq m\}$ 是

U 与 A 的关系集, $f_l: U \rightarrow \mathcal{P}_0(V_l) (l \leq m)$, V_l 是属性 a_l 的值域, $\mathcal{P}_0(V_l)$ 表示 V_l 的非空子集全体。 $G = \{g_d | d \leq n\}$ 是 U 与 D 的关系集, $g_d: U \rightarrow \mathcal{P}_0(V_d) (d \leq n)$, V_d 是属性 $d \in D$ 的值域, $\mathcal{P}_0(V_d)$ 表示 V_d 的非空子集全体。

设 $(U, A \cup D, F, G)$ 是一个集值决策信息系统, 任意属性子集 $B \subseteq A$, 定义二元关系: $R_B^{\subseteq} = \{(x, y) \in U \times U | f_a(x) \subseteq f_a(y) (\forall a \in B)\}$, 并记 $[x]_B^{\subseteq} = \{y \in U | (x, y) \in R_B^{\subseteq}\} = \{y \in U | f_a(x) \subseteq f_a(y) (\forall a \in B)\}$ 。显然, R_B^{\subseteq} 是自反和传递的, 称为优势关系。同样地, 对于决策属性集 D , 有二元关系: $R_D^{\subseteq} = \{(x, y) \in U \times U | f_d(x) \subseteq f_d(y) (\forall d \in D)\}$, 并且 $[x]_D^{\subseteq} = \{y \in U | (x, y) \in R_D^{\subseteq}\} = \{y \in U | f_d(x) \subseteq f_d(y) (\forall d \in D)\}$ 。

容易证明以下性质成立:

- (1) 当 $B_1 \subseteq B_2 \subseteq A$ 时, $R_{B_1}^{\subseteq} \supseteq R_{B_2}^{\subseteq} \supseteq R_A^{\subseteq}$ 。
- (2) 当 $B_1 \subseteq B_2 \subseteq A$ 时, $[x]_{B_1}^{\subseteq} \supseteq [x]_{B_2}^{\subseteq} \supseteq [x]_A^{\subseteq}$ 。
- (3) $\mathcal{J} = \{[x]_B^{\subseteq} | x \in U\}$ 是 U 的一个覆盖。
- (4) 当 $y \in [x]_B^{\subseteq}$ 时, $[y]_B^{\subseteq} \subseteq [x]_B^{\subseteq}$ 。

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(973)(the National Grand Fundamental Research 973 Program of China under Grant No.2002CB312200);

陕西省教育厅专项科研计划项目(No.07JK422); 咸阳师范学院专项科研基金项目(No.06XSYK110)。

作者简介: 宋笑雪(1967-), 女, 副教授, 博士生, 主要研究方向: 粗糙集、模糊集、人工智能; 张文修, 教授、博导。

收稿日期: 2008-05-13

修回日期: 2008-06-18

对于集值决策信息系统 \$(U, A \cup D, F, G)\$, 如果 \$R_A^C \subseteq R_D^C\$, 则称 \$(U, A \cup D, F, G)\$ 是协调的, 否则称为不协调的。

例 1 表 1 是一个不协调集值决策信息系统。\$U=\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}, A=\{a_1, a_2, a_3\}, D=\{d\}\$。

表 1 不协调集值决策信息系统

| | \$a_1\$ | \$a_2\$ | \$a_3\$ | \$d\$ |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| \$x_1\$ | {1} | {1, 2} | {1} | {1, 2, 3} |
| \$x_2\$ | {1, 2, 3} | {1, 2} | {1, 2} | {1, 2} |
| \$x_3\$ | {1} | {1} | {1, 2} | {1} |
| \$x_4\$ | {1, 2} | {1} | {1, 2, 3} | {1, 2} |
| \$x_5\$ | {1, 2, 3} | {1, 2, 3} | {1, 2} | {1, 2, 3} |
| \$x_6\$ | {1, 2, 3} | {1, 2} | {1, 2, 3} | {1} |

由表 1 可得: \$[x_1]_A^C = \{x_1, x_2, x_5, x_6\}, [x_2]_A^C = \{x_2, x_5, x_6\}, [x_3]_A^C = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}, [x_4]_A^C = \{x_4, x_6\}, [x_5]_A^C = \{x_5\}, [x_6]_A^C = \{x_6\}\$。

\$D_1 = [x_1]_D^C = [x_5]_D^C = \{x_1, x_5\}, D_2 = [x_2]_D^C = [x_4]_D^C = \{x_1, x_2, x_4, x_5\}, D_3 = [x_3]_D^C = [x_6]_D^C = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}\$。

显然 \$R_A^C \not\subseteq R_D^C\$。故该系统是不协调集值决策信息系统。

3 不协调集值决策信息系统的属性约简

设 \$(U, A \cup D, F, G)\$ 为不协调集值决策信息系统, \$R_A^C, R_D^C\$ 分别为属性集 \$A\$ 和 \$D\$ 生成的 \$U\$ 上的优势关系, 对于 \$B \subseteq A\$, 记

$$UR_B^C = \{[x_i]_B^C | x_i \in U\}, UR_D^C = \{D_1, D_2, \dots, D_r\}$$

$$\delta_B(x_i) = \{D_j | [x_i]_B^C \cap D_j \neq \emptyset (x_i \in U)\}$$

$$\sigma_B(x_i) = \{D_j | [x_i]_B^C \subseteq D_j (x_i \in U)\}$$

称 \$\delta_B(x_i)\$ 为论域 \$U\$ 上对象 \$x_i\$ 关于属性子集 \$B\$ 的分配函数, \$\sigma_B(x_i)\$ 为论域 \$U\$ 上对象 \$x_i\$ 关于属性子集 \$B\$ 的部分一致函数。

容易证明以下命题成立:

- (1) 当 \$B \subseteq A\$ 时, \$\forall x \in U\$ 有 \$\delta_A(x) \subseteq \delta_B(x)\$。
- (2) 当 \$B \subseteq A\$ 时, \$\forall x \in U\$ 有 \$\sigma_B(x) \subseteq \sigma_A(x)\$。
- (3) 对 \$x, y \in U\$, 当 \$[y]_B^C \subseteq [x]_B^C\$ 时, 有 \$\delta_B(y) \subseteq \delta_B(x)\$。
- (4) 对 \$x, y \in U\$, 当 \$[x]_B^C \subseteq [y]_B^C\$ 时, 有 \$\sigma_B(y) \subseteq \sigma_B(x)\$。

定义 2 设 \$(U, A \cup D, F, G)\$ 是不协调集值决策信息系统, \$B \subseteq A\$:

(1) 若对任意的 \$x \in U\$ 都有 \$\delta_B(x) = \delta_A(x)\$, 则称 \$B\$ 是分配协调集。若进一步 \$B\$ 的任何真子集都不是分配协调集, 称 \$B\$ 是分配约简。

(2) 若对任意的 \$x \in U\$ 都有 \$\sigma_B(x) \subseteq \sigma_A(x)\$, 则称 \$B\$ 是部分一致协调集。若进一步 \$B\$ 的任何真子集都不是部分一致协调集, 称 \$B\$ 是部分一致约简。

分配协调集保持所有对象的可能决策类不变, 部分一致协调集保持部分对象的一致决策不变。

例 2 由表 1 可得: \$\delta_A(x_1) = \delta_A(x_2) = \delta_A(x_3) = \delta_A(x_5) = \{D_1, D_2, D_3\}, \delta_A(x_4) = \{D_2, D_3\}, \delta_A(x_6) = \{D_3\}, \sigma_A(x_1) = \sigma_A(x_2) = \sigma_A(x_3) = \sigma_A(x_4) = \sigma_A(x_6) = \{D_3\}, \sigma_A(x_5) = \{D_1, D_2, D_3\}\$。

若取 \$B = \{a_2, a_3\}\$, 易证 \$[x]_B^C = [x]_A^C (\forall x \in U)\$, 因此有 \$\delta_B(x) = \delta_A(x)\$。所以 \$B = \{a_2, a_3\}\$ 是一个分配协调集, 而且进一步可以验证

\$\{a_2\}, \{a_3\}\$ 均不是分配协调集, 故 \$B = \{a_2, a_3\}\$ 是一个分配约简。

若取 \$B' = \{a_1, a_3\}\$, 可以计算出 \$[x_1]_{B'}^C = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}, [x_2]_{B'}^C = \{x_2, x_5, x_6\}, [x_3]_{B'}^C = \{x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}, [x_4]_{B'}^C = \{x_4, x_6\}, [x_5]_{B'}^C = \{x_2, x_5, x_6\}, [x_6]_{B'}^C = \{x_6\}\$。

于是可得 \$\delta_{B'}(x_1) = \delta_{B'}(x_2) = \delta_{B'}(x_3) = \delta_{B'}(x_5) = \{D_1, D_2, D_3\}, \delta_{B'}(x_4) = \{D_2, D_3\}, \delta_{B'}(x_6) = \{D_3\}\$。

因此有 \$\delta_{B'}(x) = \delta_A(x)\$, 所以 \$B' = \{a_1, a_3\}\$ 是另一个分配协调集, 而且进一步可以验证 \$\{a_1\}, \{a_3\}\$ 均不是分配协调集, 故 \$B' = \{a_1, a_3\}\$ 是另一个分配约简。

进一步可以验证 \$\{a_1, a_2\}\$ 不是分配协调集。因此由表 1 所示的不协调集值决策信息系统有两个分配约简 \$\{a_2, a_3\}\$ 和 \$\{a_1, a_3\}\$。

同理可以验证 \$\{a_2\}\$ 是该决策信息系统唯一的一个部分一致约简。

定理 1 设 \$(U, A \cup D, F, G)\$ 是不协调集值决策信息系统, \$B \subseteq A\$, 则

- (1) \$B\$ 是分配协调集当且仅当 \$\forall x, y \in U\$, 当 \$\delta_A(y) \not\subseteq \delta_A(x)\$ 时, 有 \$[y]_B^C \not\subseteq [x]_B^C\$。
- (2) \$B\$ 是部分一致协调集当且仅当 \$\forall x, y \in U\$, 当 \$\sigma_A(x) \not\subseteq \sigma_A(y)\$ 时, 有 \$[y]_B^C \not\subseteq [x]_B^C\$。

证明 (1) “\$\Rightarrow\$” 设 \$[y]_B^C \subseteq [x]_B^C\$, 则有 \$\delta_B(y) \subseteq \delta_B(x)\$, 由题设已知 \$B\$ 是分配协调集, 所以有 \$\delta_A(x) = \delta_B(x)\$ 和 \$\delta_A(y) = \delta_B(y)\$, 因此 \$\delta_A(y) \subseteq \delta_A(x)\$。所以当 \$\delta_A(y) \not\subseteq \delta_A(x)\$ 时 \$[y]_B^C \not\subseteq [x]_B^C\$ 成立。

“\$\Leftarrow\$” 要证 \$B\$ 是分配协调集, 需证明对任意的 \$x \in U\$ 都有 \$\delta_B(x) = \delta_A(x)\$。由于 \$\forall x \in U\$ 有 \$\delta_A(x) \subseteq \delta_B(x)\$, 所以只需证 \$\delta_B(x) \subseteq \delta_A(x)\$。

\$\forall D_j \in \delta_B(x)\$, 有 \$D_j \cap [x]_B^C \neq \emptyset\$。不妨设 \$y_i \in D_j \cap [x]_B^C\$, 则 \$y_i \in D_j\$ 且 \$y_i \in [x]_B^C\$, 所以 \$[y_i]_B^C \subseteq [x]_B^C\$ 成立, 因此由题设已知条件可得 \$\delta_A(y_i) \subseteq \delta_A(x)\$。又 \$y_i \in [y_i]_A^C\$, 所以 \$y_i \in D_j \cap [y_i]_A^C\$, 即 \$D_j \cap [y_i]_A^C \neq \emptyset\$, 因此 \$D_j \in \delta_A(y_i) \subseteq \delta_A(x)\$。故 \$\delta_B(x) \subseteq \delta_A(x)\$。定理得证。

(2) “\$\Rightarrow\$” 设 \$[y]_B^C \subseteq [x]_B^C\$, 则有 \$\sigma_B(y) \supseteq \sigma_B(x)\$, 由题设已知 \$B\$ 是部分一致协调集, 所以有 \$\sigma_A(x) = \sigma_B(x)\$ 和 \$\sigma_A(y) = \sigma_B(y)\$, 因此 \$\sigma_A(y) \supseteq \sigma_A(x)\$。所以当 \$\sigma_A(y) \not\supseteq \sigma_A(x)\$ 时成立。

“\$\Leftarrow\$” 要证 \$B\$ 是部分一致协调集, 需证明对任意的 \$x \in U\$ 都有 \$\sigma_B(x) = \sigma_A(x)\$。由于 \$\forall x \in U\$ 有 \$\sigma_B(x) \subseteq \sigma_A(x)\$, 所以只需证 \$\sigma_B(x) \supseteq \sigma_A(x)\$。

\$\forall D_j \in \sigma_A(x)\$ 和 \$\forall y_i \in [x]_B^C\$, 由题设已知条件有 \$\sigma_A(y_i) \supseteq \sigma_A(x)\$ 成立, 因此有 \$D_j \in \sigma_A(y_i)\$, 即 \$[y_i]_A^C \subseteq D_j\$, 所以 \$y_i \in D_j\$。因此 \$\forall D_j \in \sigma_A(x)\$, 有 \$[x]_B^C \subseteq D_j\$ 成立, 即 \$D_j \in \sigma_B(x)\$, 所以 \$\sigma_A(x) \subseteq \sigma_B(x)\$。定理得证。

以上定理给出了不协调集值决策信息系统的分配协调集和部分一致协调集的等价刻画, 可进一步得出分配约简和部分一致约简的方法。下面先给出可辨识矩阵的概念。

定义 3 设 \$(U, A \cup D, F, G)\$ 是不协调集值决策信息系统, 记

$$D_\delta^* = \{(x_i, x_j) | \delta_A(x_j) \not\subseteq \delta_A(x_i)\}$$

$$D_\sigma^* = \{(x_i, x_j) | \sigma_A(x_i) \not\subseteq \sigma_A(x_j)\}$$

定义(其中 $l=\delta, \sigma$)

$$D_l^{\subseteq}(x_i, x_j) = \begin{cases} \{a \in A | (x_i, x_j) \notin R_a^{\subseteq}\} = \{a \in A | f_a^{\subseteq}(x_i) \not\subseteq f_a^{\subseteq}(x_j)\}, & (x_i, x_j) \in D_l^* \\ \phi, & (x_i, x_j) \notin D_l^* \end{cases}$$

称 $D_{\delta}^{\subseteq}(x_i, x_j), D_{\sigma}^{\subseteq}(x_i, x_j)$ 为 x_i 与 x_j 的分配可辨识属性集、部分一致可辨识属性集。

矩阵 $M_{\delta}^{\subseteq} = \{D_{\delta}^{\subseteq}(x_i, x_j) | x_i, x_j \in U\}, M_{\sigma}^{\subseteq} = \{D_{\sigma}^{\subseteq}(x_i, x_j) | x_i, x_j \in U\}$ 分别称为该不协调集值决策信息系统的分配可辨识矩阵、部分一致可辨识矩阵。

若记 $F_l^{\subseteq} = \bigwedge \{ \bigvee \{ a | a \in D_l^{\subseteq}(x_i, x_j) \}, x_i, x_j \in U \} = \bigwedge \{ \bigvee \{ a | a \in D_l^{\subseteq}(x_i, x_j) \}, x_i, x_j \in D_l^* \}$ (其中 $l=\delta, \sigma$), 称 $F_{\delta}^{\subseteq}, F_{\sigma}^{\subseteq}$ 分别为该不协调集值决策信息系统的分配辨识公式、部分一致辨识公式。

定理 2 设 $(U, A \cup D, F, G)$ 是不协调集值决策信息系统, $B \subseteq A$, 则

(1) B 是分配协调集当且仅当对任意的 $(x, y) \in D_{\delta}^*$, 有 $B \cap D_{\delta}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$ 。

(2) B 是部分一致协调集当且仅当对任意的 $(x, y) \in D_{\sigma}^*$, 有 $B \cap D_{\sigma}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$ 。

证明 (1) “ \Rightarrow ”。

对 $(x, y) \in D_{\delta}^*$, 则有 $\delta_A(y) \not\subseteq \delta_A(x)$ 。由 B 是分配协调集, 有 $[y]_B^{\subseteq} \not\subseteq [x]_B^{\subseteq}$ 。因此, $[y]_B^{\subseteq}$ 与 $[x]_B^{\subseteq}$ 的关系有三种情况: ① $[x]_B^{\subseteq} \subset [y]_B^{\subseteq}$; ② $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} = \phi$; ③ $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} \neq \phi$, 即 $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} \subset [x]_B^{\subseteq}$ 且 $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} \subset [y]_B^{\subseteq}$ 。下面证明在这三种情况下均有 $B \cap D_{\delta}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$ 成立。

①若 $[x]_B^{\subseteq} \subset [y]_B^{\subseteq}$, 则至少存在一个 $z \in [y]_B^{\subseteq}$, 而 $z \notin [x]_B^{\subseteq}$, 则存在 $b \in B$, 使得 $f_b(y) \supset f_b(z)$, 又 $z \in [y]_B^{\subseteq}$, 则 $f_b(y) \subseteq f_b(z)$, 所以 $f_b(y) \subset f_b(x)$, 因此 $b \in D_{\mu}^{\subseteq}(x, y)$, 即有 $B \cap D_{\delta}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$ 。

②若 $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} = \phi$ 。事实上, 此时必然至少存在一个 $b \in B$, 使得 $f_b(x) \supset f_b(y)$, 即 $B \cap D_{\delta}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$ 。否则, 若 $\forall b \in B$ 都有 $f_b(x) \subseteq f_b(y)$, 则 $y \in [x]_B^{\subseteq}$, 这与 $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} = \phi$ 矛盾。

③若 $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} \subset [x]_B^{\subseteq}$ 且 $[x]_B^{\subseteq} \cap [y]_B^{\subseteq} \subset [y]_B^{\subseteq}$, 证明同(1)。因为此时也至少存在一个 $z \in [y]_B^{\subseteq}$, 而 $z \notin [x]_B^{\subseteq}$ 。

因此, 若 B 是分配协调集, 则对任意的 $(x, y) \in D_{\delta}^*$, 有 $B \cap D_{\delta}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$ 。

“ \Leftarrow ”若对任意的 $(x, y) \in D_{\delta}^*$, 有 $B \cap D_{\delta}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$, 则存在一个 $b \in B$, 使得 $b \in D_{\delta}^{\subseteq}(x, y)$, 故有 $f_b(x) \not\subseteq f_b(y)$, 所以 $y \notin [x]_B^{\subseteq}$, 因此 $[y]_B^{\subseteq} \not\subseteq [x]_B^{\subseteq}$ 。由定理 1 知 B 是分配协调集。

(2) 证明与(1)类似。

定理 3 设 $(U, A \cup D, F, G)$ 是不协调集值决策信息系统, 辨识公式 F_l^{\subseteq} (其中 $l=\delta, \sigma$) 的极小析取范式为 $F_l^{\subseteq} = \bigvee_{k=1}^p (\bigwedge_{s=1}^q) a_s$, 若记 $B_l^k = \{a_s | s=1, 2, \dots, q_k\}$, 则 $B_{\delta}^k, B_{\sigma}^k$ 是所有分配约简、部分一致约简形式的集合。

证明 仅证 $l=\delta$ 时定理成立。

$\forall (x, y) \in D_{\delta}^*$ 由极小析取范式的定义知 $B_{\delta}^k \cap B_{\delta}^{\subseteq}(x, y) \neq \phi$, 由定理 2 知 B_{δ}^k 是分配协调集, 同时 $F_{\delta}^{\subseteq} = \bigvee_{k=1}^p (B_{\delta}^k)$ 在 B_{δ}^k 中去掉一个元素形成 $B_{\delta}^{k'}$, 则必然存在某个 $(x, y) \in D_{\delta}^*$ 使得 $B_{\delta}^k \cap D_{\delta}^{\subseteq}(x, y) = \phi$, 故 $B_{\delta}^{k'}$ 不是分配协调集, 从而 B_{δ}^k 是分配约简。而辨识公式中包含了所有的 $D_{\delta}^{\subseteq}(x, y)$, 因此不存在其它分配约简。

例 3 对于表 1 给出的不协调集值决策信息系统, 进一步计算可得

$$D_{\delta}^* = \{(x_4, x_1), (x_4, x_2), (x_4, x_3), (x_4, x_5), (x_6, x_1), (x_6, x_2), (x_6, x_3), (x_6, x_4), (x_6, x_5)\}$$

$$D_{\sigma}^* = \{(x_5, x_1), (x_5, x_2), (x_5, x_3), (x_5, x_4), (x_5, x_6)\}$$

该信息系统的分配辨识矩阵、部分一致辨识矩阵分别为:

$$M_{\delta}^{\subseteq} = \begin{pmatrix} \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ \{a1, a3\} & \{a3\} & \{a1, a3\} & \phi & \{a3\} & \phi \\ \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ \{a1, a3\} & \{a3\} & A & \{a1, a2\} & \{a3\} & \phi \end{pmatrix}$$

$$M_{\sigma}^{\subseteq} = \begin{pmatrix} \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \\ A & \{a2\} & \{a1, a2\} & \{a1, a2\} & \phi & \{a3\} \\ \phi & \phi & \phi & \phi & \phi & \phi \end{pmatrix}$$

由此可得 $F_{\delta}^{\subseteq} = a_3 \wedge (a_1 \vee a_2) = (a_1 \wedge a_3) \vee (a_2 \wedge a_3)$, 于是可得表 1 所示的不协调集值决策信息系统的分配约简有两个, 分别是: $B_{\delta}^1 = \{a1, a3\}, B_{\delta}^2 = \{a2, a3\}; F_{\sigma}^{\subseteq} = a_2 \vee (a_1 \wedge a_2) = a_2$, 所以部分一致约简为 $B_{\sigma} = \{a2\}$ 。这与例 2 的结论是一致的。

4 结论

集值信息系统是处理不完备信息系统的方法之一。论文讨论了不协调集值决策信息系统的属性约简, 定义了不协调集值决策信息系统的分配约简和部分一致约简, 给出了这两种约简的判定定理和辨识矩阵, 由此得到了计算属性约简的有效方法。今后将进一步研究不协调信息系统的其他约简方法, 并讨论这些约简之间的相互关系。

参考文献:

- [1] Pawlak Z. Rough sets: theoretical aspects of reasoning about data[M]. Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [2] Kryszkiewicz M. Comparative study of alternative types of knowledge reduction in inconsistent systems[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2001, 16: 105-120.
- [3] Nguyen H S, Slezak D. Approximate reducts and association rules correspondence complexity results[C]//Zhong N, Skowron A, Oshuga S. Proc of RSFDGrC'99, Yamaguchi, Japan, 1999, LNAI 1711: 137-145.
- [4] Quafatou M. α -RST: a generalization of rough set theory[J]. Information Science, 2000, 124: 301-316.