

工程与应用

GPS 定位误差分析和建模

滕云龙^{1,2}, 师奕兵², 康荣雷¹

TENG Yun-long^{1,2}, SHI Yi-bing², KANG Rong-lei¹

1. 电子科技大学 电子科学技术研究院, 成都 610054

2. 电子科技大学 自动化工程学院, 成都 610054

1. Research Institute of Electronic Science and Technology, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China

2. School of Automation Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China

E-mail: tylostc@163.com

TENG Yun-long, SHI Yi-bing, KANG Rong-lei. Analysis and modeling of GPS positioning error. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(1): 204-206.

Abstract: A new method for building the model of GPS positioning error series is presented. Firstly, the multiple-point averaging and sample period graph is utilized to extract the trend and period term of the positioning error series respectively. Secondly, the residual series formed by taking out the trend term and the period term is predicted with auto-regressive model. Finally the combined model of positioning error series is proposed. The combined model syncretizes the characteristics and advantages of the three modeling methods effectively, and offsets the shortage of a single model. Test results are presented to demonstrate the feasibility and validity of the method in the end.

Key words: Global Positioning System(GPS); time series analysis; error modeling; sample period graph; combined model

摘要: 提出一种 GPS 定位误差序列建模的新方法。该方法首先利用多点平均方法提取误差序列的趋势项; 然后利用样本周期图拟合周期项; 最后对去掉趋势项和周期项的平稳随机序列进行分析, 从而得到了 GPS 定位误差序列的组合预测模型。组合模型融合了各种基本建模方法的特色与优势, 弥补了单个基本模型的缺陷与不足, 有效提高了定位误差序列的预测准确度。利用实测数据, 验证了方法的可行性与有效性。

关键词: 全球定位系统(GPS); 时间序列分析; 误差建模; 样本周期图; 组合模型

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.01.062 **文章编号:** 1002-8331(2009)01-0204-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP274

GPS 能够为全球各地的用户提供全天候、实时的三维位置、速度和时间信息, 但定位精度不高是限制他应用的瓶颈^[1]。提高 GPS 定位精度的方法主要有两种^[2]: 一是采用差分技术, 二是以接收机的定位误差为原始数据, 建立误差模型, 进行误差修正和预报。其中差分技术较为成熟, 但他存在需要在作业区附近建立差分基准站、流动站与基准站之间的作业距离受到限制、精度不均匀等不足之处, 直接影响了其作业效率与工程质量^[3]。

因此, 通过对定位误差进行建模以自主方式提高 GPS 定位精度的方法就显得非常重要。在国内外也有此类方法的研究: 文献[4]研究发现 GPS 定位误差序列符合 AR(2)模型; 文献[5]分析误差发现 GPS 定位误差序列的最大隐含周期为 10 min; 文献[6]利用“准 ARMA”模型分析误差, 是一种简化的分析方

法; 文献[7]从不同角度分析了误差情况, 并建立了各自的误差模型。

由于多径、对流层延迟、电离层延迟以及轨道误差等因素的影响, 实际的 GPS 定位误差序列既含有确定性变化成分, 又含有随机性变化成分, 而确定性变化成分又可分解为趋势项成分和周期项成分。虽然对定位误差序列建模的方法很多, 各有特色; 但也有其局限性, 仅采用某一种建模方法往往不够理想。

本文将多点平均方法、样本周期图和时间序列分析理论应用到 GPS 定位误差的建模与分析中, 提出了一种新的建模方法, 建立了定位误差的组合预测模型。该模型首先根据多点平均方法提取序列的趋势项; 然后利用样本周期图拟合周期项; 最后对剔除趋势项和周期项的平稳随机序列建立自回归(AR)模型, 从而完成了对 GPS 定位误差序列的总体建模。利用实际

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持计划(Program for New Century Excellent Talents in University No. NCET-05-0804)。

作者简介: 滕云龙(1982-), 男, 博士研究生, 主要研究领域为现代测试理论、卫星导航定位、系统可靠性; 师奕兵(1964-), 男, 博士、教授、博导, 主要研究领域为现代测试理论、VLSI 和电子系统的计算机辅助测试、电子测量仪器理论及设计技术、测井技术以及基于网络的测试等; 康荣雷(1984-), 男, 硕士研究生, 主要研究领域为不确定数学理论及应用, 高精度卫星导航定位理论。

收稿日期: 2008-06-26

修回日期: 2008-09-12

的定位数据, 验证了方法的可行性与有效性。

1 模型基本原理

根据时间序列分析理论^[8], 将 GPS 定位误差序列 $\{Z_i\}$ 分解成趋势项、周期项和随机项三部分。即:

$$Z_i = X_i + P_i + R_i \quad (1)$$

其中, $\{X_i\}$ 为趋势项, 反映了定位误差序列在长时期内所呈现出来的缓慢变化; $\{P_i\}$ 为周期项, 体现了误差序列经过一段时间后所呈现出来的相似性; $\{R_i\}$ 为随机项, 反映了随机因素的影响。

采用多点平均和样本周期图方法将 GPS 定位误差序列的趋势项和周期项分离出来, 并建立模型分别进行预测, 获得 $\{\hat{X}_i\}$ 、 $\{\hat{P}_i\}$ 序列; 将周期项和趋势项剔除后的随机项(余差序列)看作平稳时间序列, 采用 AR 模型进行预测, 获得序列 $\{\hat{R}_i\}$; 最后将趋势项、周期项和随机项的预测结果进行线性叠加得到 GPS 定位误差序列的组合预测模型

$$\hat{Z}_i = \hat{X}_i + \hat{P}_i + \hat{R}_i \quad (2)$$

通过将定位误差序列分解为不同的成分, 对分解之后具有不同特征的序列分别建立相应的模型, 再将各模型的分析结果进行叠加可以实现时间序列的组合预测。定位误差序列的组合预测, 提高了数据变化的稳定程度, 因而会得到比单独使用某相关时间序列预测模型更好的分析预测结果。

2 模型具体实现

2.1 趋势项提取

趋势项提取是误差序列建模中非常重要的环节。现有的趋势项提取方法主要包括平均斜率法、差分法以及低通滤波法等, 但上述方法需要预先假定序列中趋势项的类型, 如线性趋势、多项式或指数趋势等, 不具备普遍的适用性^[9]。针对这一问题, 采用一种新的趋势项提取方法——多点平均方法^[10]来提取误差序列中的趋势项。应用多点平均方法进行趋势项提取的步骤如下:

(1) 将序列 $\{Z_i\}$ 进行分段(相邻的各段之间可以部分重叠, 也可采用加权平均), 每段有 r 个样本值(r 通常选取为数据总量的 1/10、1/20 或 1/50 等); 同时计算每段的均值:

$$\begin{cases} \bar{t}_i = \frac{1}{r} \sum_{t=(i-1)+1}^{ni} t \\ \bar{z}_i = \frac{1}{r} \sum_{t=(i-1)+1}^{ni} z_t \end{cases} \quad (3)$$

根据上式得到一组平均值数据 (\bar{t}_i, \bar{z}_i) , $i=1, \dots, h$, 其中 h 为分段的总数。

(2) 对平均值数据 (\bar{t}_i, \bar{z}_i) 进行拟合, 得到拟合函数 $f(t)$, 此函数即为误差序列的趋势项。

2.2 周期项分析

将序列 $\{Z_i\}$ 进行趋势项提取后得到的新序列 $\{Z_i - \hat{X}_i\}$ 作为 $\{P_i\}$, 采用样本周期图方法对 $\{P_i\}$ 进行周期项分析:

(1) 首先根据序列 $\{P_i\}$ 采用样本周期图计算得:

$$\hat{p}_k = \bar{p} + \sum_{i=1}^M \{\alpha_i \cos[\omega_i(k-1)] + \beta_i \sin[\omega_i(k-1)]\}, k=1, \dots, N \quad (4)$$

其中, $M = \lfloor N/2 \rfloor$ ($\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整); $\bar{p} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i$; 频率 $\omega_i = 2\pi i/N$;

各阶系数 $a_1 \dots a_M$ 与 $b_1 \dots b_M$ 可以根据最小二乘法计算得到。

(2) 计算幅值序列 $A_i = \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}$ ($i=1, \dots, M$)。

(3) 对于幅值序列 $A_1 \dots A_M$ 而言, 若在某一幅值 A_i 处出现明显的波峰(即 A_i 明显比 A_{i-1} 和 A_{i+1} 等周围的幅值大), 那么频率为 ω_i 的周期项存在。若 α_i (或 β_i) 又明显比 β_i (或 α_i) 大, 那么又可以进一步明确频率为 ω_i 的周期项是 $\alpha_i \cos[\omega_i(k-1)]$ (或 $\beta_i \sin[\omega_i(k-1)]$)。对于存在多个明显波峰的情况, 其周期项为各个波峰所对应的周期项之和:

$$\hat{p}_k = \sum_i \{\alpha_i \cos[\omega_i(k-1)] + \beta_i \sin[\omega_i(k-1)]\} \quad (5)$$

2.3 随机项建模

GPS 定位误差序列 $\{Z_i\}$ 剔除趋势项和周期项之后, 余差可以看作平稳随机序列, 具体可表示成:

$$R_i = Z_i - \hat{X}_i - \hat{P}_i \quad (6)$$

采用 AR 模型对余差序列 $\{R_i\}$ 建模。AR 模型反映了当前时刻的输出对他自身过去的依赖关系, 他是变量回归到自身的过程, 应用广泛。该模型的描述如下:

$$r_k = \varphi_1 r_{k-1} + \varphi_2 r_{k-2} + \dots + \varphi_p r_{k-p} + \omega_k \quad (7)$$

上式中, φ_i 为回归系数, p 代表模型的阶数, ω_k 表示随机项。

(1) 根据 AIC 准则对模型进行定阶: $AIC = -2 \lg(\text{模型的极大似然度}) + 2(\text{模型的独立参数个数})$, 预先给定阶数的上界为 $\lg N$, 取 AIC 值极小时的模型为适用模型。

(2) 选用最小二乘法进行参数估计: 将式(7)写成矩阵形式

$$r = H\varphi + \omega \quad (8)$$

利用最小二乘算法对参数 $\varphi = [\varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_p]^T$ 进行估计, 得到:

$$\hat{\varphi} = (H^T H)^{-1} H^T r \quad (9)$$

(3) 根据建立的 AR(p) 模型和参数估计值, 得到一步预测结果为

$$\hat{r}_{k+1} = \varphi_1 r_k + \varphi_2 r_{k-1} + \dots + \varphi_p r_{k-p+1} \quad (10)$$

2.4 GPS 定位误差组合预测模型

将趋势项、周期项和随机项的预测值进行线性叠加, 得到 GPS 定位误差序列的组合预测模型如下:

$$\hat{z}_{k+1} = \hat{x}_{k+1} + \hat{p}_{k+1} + \hat{r}_{k+1} \quad (11)$$

3 算法仿真与结果分析

3.1 数据采集和预处理

选用多通道 GPS 接收机进行多次定点数据采集, 采样周期为 1 秒, 得到的统计结果如表 1 所示。首先选用杜奇(Tukey)的异常点剔除方法对每一次采样数据进行预处理, 计算均值作为真值的一次估计值, 最后将多次估计值求平均, 得到最终的

表 1 GPS 单点定位原始数据分析

样本序号	采样日期	样本长度/个	高程数据	标准差
1	08-04-07	1 265	481.420 1	8.299 5
2	08-04-21	2 147	488.403 1	9.088 2
3	08-05-03	1 862	476.350 0	8.944 8
4	08-05-12	2 800	479.311 8	9.801 9
5	08-05-24	1 639	487.234 4	7.801 2
6	08-06-02	5 108	490.147 8	9.605 0
7	08-06-09	2 361	486.868 6	7.438 6

估计值。

3.2 仿真结果与分析

为了验证提出的建模方法的有效性和可行性,选用第7组定位数据作为建模对象,分析定位误差序列并做出前300点的曲线,如图1所示。根据提出的建模方法,以前290个误差数据作为样本对模型进行参数估计和确定,得到291~300组数据的一步预测结果如图2所示。

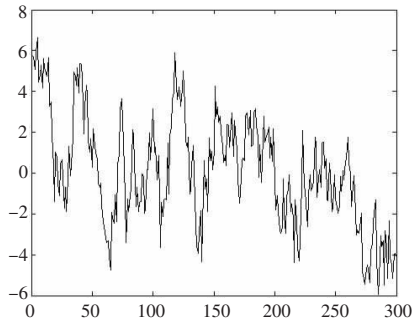


图1 原始定位误差序列

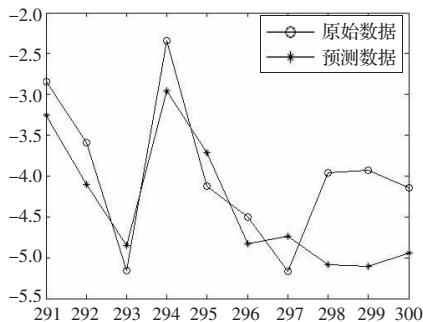


图2 模型的预测结果

表2给出了根据291~300组预测数据得到的若干反映模型预测效果的重要指标,包括短期预测评价标准:

$SRE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \frac{x_i - \hat{x}_i}{x_i} \right|$; 均方误差: $MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2$; 相对均方误差: $RMSE = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \hat{x}_i)^2}{\sum_{i=1}^N x_i^2}$ (其中 x_i 为定位误差序列的实际数据, \hat{x}_i 为预测数据)。

从上述仿真结果中可以看出,组合模型表现出了很好的预测性能,预测精度较高;同时模型有效融合了三种基本建模方法的特色与优势,在 SRE 、 MSE 和 $RMSE$ 三项短期预测评价指

表2 仿真结果中的一些重要指标

模型	SRE	MSE	$RMSE$
组合模型	0.163 8	0.464 1	0.028 1
单一时间序列模型	0.218 6	0.807 6	0.048 8

标上都优于单一的时间序列模型,这一点在表2得到了很好的体现。另一方面,提出的建模方法不需要对GPS定位误差序列作任何统计规律的分布假设,具有很好的适应性。

4 结束语

提出了一种GPS定位误差序列建模的新方法,建立了定位误差序列的组合预测模型。该模型首先根据多点平均方法提取序列的趋势项;然后利用样本周期图拟合周期项;最后对剔除趋势项和周期项的平稳随机序列建立自回归模型,从而完成了定位误差序列的总体建模。组合模型有效融合了各种基本建模方法的特色与优势,弥补了单个基本模型的缺陷与不足,提高了数据变化的稳定程度,改善了定位误差序列的预测准确度。仿真结果验证了方法的可行性与有效性。因此,将组合预测模型应用于GPS定位误差序列建模中,具有很好的应用前景。

参考文献:

- [1] 张守信.GPS技术与应用[M].北京:国防工业出版社,2004.
- [2] Arnaud M, Flori A. Bias and precision of different sampling methods for GPS positions[J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1998, 64(6): 597-600.
- [3] 高成发, 陈安京, 陈默, 等. GPS精密单点定位精度测试与分析[J]. 中国惯性技术学报, 2006, 14(6): 23-26.
- [4] 曹力, 黄圣国. GPS定位误差的时间序列分析建模研究[J]. 计算机工程与应用, 2005, 41(35): 213-216.
- [5] 杜鹏, 傅梦印, 张鸿业等. GPS定位误差分析与建模[J]. 北京理工大学学报, 1998, 18(4): 456-460.
- [6] 张淑芳, 袁安存. 一种以自主方式提高GPS定位精度的方法[J]. 电子学报, 1999, 27(8): 25-27.
- [7] Lee Byoung-Sun, Lee Jeong-Sook, Kim Jae-Hoon, et al. Reconstruction of KOMPAST-1 GPS navigation solutions using GPS data generation and preprocessing program[J]. Acta Astronautica, 2004, 54(8): 571-576.
- [8] 张树京, 齐立新. 时间序列分析简明教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
- [9] 陈隽, 徐幼麟. 经验模分解再信号趋势项提取中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2005, 25(2): 101-104.
- [10] 傅惠民. 确定时间序列协方差函数的方法[J]. 航空动力学报, 2005, 20(6): 910-914.