

低渗透薄互层砂岩油藏大型压裂裂缝 扩展模拟

闫相祯¹, 宋根才², 王同涛¹, 杨秀娟¹, 李 勇¹

(1. 中国石油大学 储运与建筑工程学院, 山东 东营 257061; 2. 中国石油大学 石油工程学院, 山东 东营 257061)

摘要: 对低渗透薄互层砂岩油藏的大型压裂开发时, 由于低渗透薄互层砂岩油藏中隔层岩层比较薄、强度低, 对裂缝高度方向上的扩展抑制作用较小, 往往会出现裂缝长度与高度之比小于 4, 导致只考虑缝内流体一维流动的拟三维裂缝扩展模型不再适用。根据低渗透薄互层砂岩油藏大型压裂的特点, 在适当假设的基础上, 应用线弹性断裂理论, 建立考虑缝内流体沿着裂缝高度和长度方向流动的拟三维裂缝扩展模型, 并用解析法得到压裂过程中裂缝扩展尺寸和缝内流体压力的精确解; 利用 Visual Basic 计算机语言编制二维流动的拟三维裂缝扩展模型求解程序, 并对某低渗透薄互层砂岩油藏压裂过程中裂缝扩展情况进行了求解分析。计算结果表明: 二维流动的拟三维裂缝扩展模型能够很好地预测低渗透薄互层砂岩油藏大型压裂过程中裂缝的扩展, 可以满足工程需求。

关键词: 石油工程; 拟三维模型; 二维流动; 大型压裂; 低渗透薄互层砂岩油藏

中图分类号: TE 122

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2009)07 - 1425 - 07

SIMULATION OF FRACTURE PROPAGATION IN LARGE-SCALE RESERVOIR WITH LOW PERMEABILITY AND THIN INTERBEDDED SANDSTONE

YAN Xiangzhen¹, SONG Gencai², WANG Tongtao¹, YANG Xiujian¹, LI Yong¹

(1. College of Storage and Transportation and Architectural Engineering, China University of Petroleum, Dongying, Shandong 257061, China; 2. College of Petroleum Engineering, China University of Petroleum, Dongying, Shandong 257061, China)

Abstract: The length/height ratio of fracture is usually smaller than 4. When the large-scale hydraulic fracturing is carried out on reservoir with low permeability and thin interbedded sandstone, because the interlayer is thin and its strength is low, a weak restriction is shown in the height of fracture development. Under this condition, the pseudo-3D model only considering the fluid flowing along the length direction of fracture does not work. So, the pseudo-3D model of predicting the fracture development with 2D flow is built up according to the characteristics of hydraulic fracturing in reservoir with low permeability and thin interbedded sandstone based on linear elastic fracture theory and proper hypotheses. The precise solutions of fracture length and height are calculated by the pseudo-3D model during hydraulic fracturing. The program for fracture parameters is coded based on the pseudo-3D model of 2D flow, which is used to simulate the fracture development during hydraulic fracturing in an actual reservoir with low permeability and thin interbedded sandstone. The results show that the pseudo-3D model of 2D flow has a perfect performance in analyzing the fracture development during large-scale hydraulic

收稿日期: 2008 - 11 - 02; **修回日期:** 2009 - 02 - 18

基金项目: 国家科技重大专项大型油气田及煤层气开发项目(2008ZX05000 - 036 - 037)

作者简介: 闫相祯(1956 -), 男, 1987年于北京钢铁学院数学力学系获硕士学位, 现任教授、博士生导师, 主要从事油气工程力学等方面的教学与研究。E-mail: yanxz@163.com

fracturing in reservoir with low permeability and thin interbedded sandstone, and can be satisfied with engineering demands.

Key words: petroleum engineering; pseudo-3D model; 2D flow; large-scale hydraulic fracturing; reservoir with low permeability and thin interbedded sandstone

1 引言

大型压裂改造技术能够有效地改善低渗透薄互层砂岩油藏的压裂效果, 实现大规模的压裂改造, 增产效果十分明显^[1~3], 因而成为各油田改造低渗透油藏的主要手段。在低渗透薄互层砂岩油藏中, 因为储油层与隔层交替出现, 且层数较多, 单层厚度小, 隔层岩石强度低, 在采用大型压裂技术作为增产措施时, 裂缝除了在缝长方向延伸较大外, 在缝高方向的延伸也比较充分, 故需要对裂缝的延伸进行拟三维或全三维分析。目前拟三维或全三维分析虽然考虑到了裂缝沿缝高方向上的扩展, 但是在进行裂缝内部流体流动分析时, 认为流体的流动主要是沿缝长方向上做一维流动, 忽略了流体在缝高方向上的流动, 如 Palmer 拟三维模型^[4, 5]。这些拟三维模型在缝长与缝高之比大于 4 时是比较符合实际情形的。而在低渗透薄互层油藏压裂时, 裂缝在缝高方向上的扩展较充分, 往往会出现缝长与缝高之比小于 4, 此时常用的拟三维模型将不再适用。因此, 笔者引入了一种比较符合低渗透薄互层砂岩油藏压裂实际情形的二维流动的拟三维裂缝扩展模型: 认为压裂液在裂缝内分别沿着缝长和缝高两个方向上呈二维流动; 根据这一模型推导出裂缝内流体压力分布、缝高和缝宽随时间变化的计算公式及其求解方法, 并利用 Visual Basic 语言编制了相应的计算软件。

2 二维流动的拟三维模型推导

通过国内外有关水力压裂裂缝形态分析的研究^[6~10], 认为水力压裂裂缝的形状为无限大平面内椭圆形裂缝, 并做出如下几点假设:

- (1) 油层岩石为理想线弹性断裂体;
- (2) 地面注入排量不随时间变化;
- (3) 裂缝的长高比比较小, 一般小于 4;
- (4) 盖层与底层中的最小水平地应力都均匀分

布, 且关于产层对称。

2.1 裂缝宽度和应力强度因子计算

根据 R. C. Shah 和 A. S. Kobayashi^[11]的研究, 椭圆形裂缝内的净压力可以用下面的多项式表示:

$$P_n(x, y) = A_{00} + A_{10}x + A_{01}y + A_{20}x^2 + A_{11}xy + A_{02}y^2 + A_{30}x^3 + A_{21}x^2y + A_{12}xy^2 + A_{03}y^3 \quad (1)$$

式中: A_{ij} ($i = 0 \sim 3, j = 0 \sim 3$) 均为待定系数。

在本文的分析模型中, 由于认为上下隔层应力均匀对称分布, 可采用如下的二次多项式来表达缝内的净压力(裂缝几何形状及相关参数见图 1):

$$P_n(x, y) = A_{00} + A_{20}x^2 + A_{02}y^2 \quad (2)$$

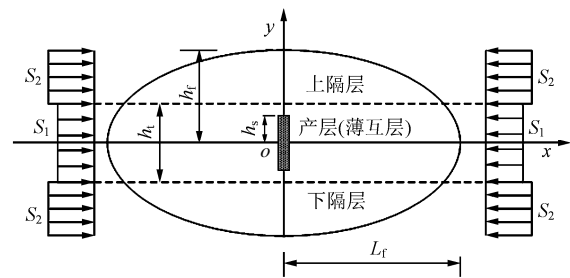


图 1 盖、底层应力对称分布的裂缝受力及参数图
Fig.1 Stress on the fracture and related parameter diagram when stress distribution in cover and bottom is symmetrical

在这种均匀对称压力分布情况下, 裂缝的宽度方程可写为

$$b(x, y) = \frac{16(1-\nu)}{L_f h_f} \sqrt{1 - \frac{x^2}{L_f^2} - \frac{y^2}{h_f^2}}$$

$$\left[C_{00} + \frac{4 C_{20}}{3 L_f^2} \left(1 - \frac{4x^2}{L_f^2} - \frac{y^2}{h_f^2} \right) + \frac{4 C_{02}}{3 h_f^2} \left(1 - \frac{x^2}{L_f^2} - \frac{4y^2}{h_f^2} \right) \right] \quad (3)$$

式中: L_f 为椭圆形裂缝的半缝长度(m); h_f 为椭圆形裂缝的半缝高度(m); C_{00}, C_{20}, C_{02} 分别为与系数 A_{00}, A_{20}, A_{02} 有关的常数。

在裂缝扩展过程中, 裂缝尖端的应力强度因子可用下式求得:

$$K_I = \frac{8G}{L_f h_f} \left(\frac{\pi}{L_f h_f} \right)^{\frac{1}{2}} (L_f^2 \sin^2 \theta + h_f^2 \cos^2 \theta)^{\frac{1}{4}} \cdot \left(C_{00} - \frac{4C_{20} \cos^2 \theta}{L_f^2} - \frac{4C_{02} \sin^2 \theta}{h_f^2} \right) \quad (4)$$

式中: G 为岩石剪切模量(GPa), θ 为裂缝中某点和坐标原点连线与 x 轴(长轴)所夹的角度($^\circ$)。

利用式(4), 当 $\theta = 0^\circ$ 时, 可以得到缝长方向尖端($x = L_f$)的应力强度因子 K_{II} :

$$K_{II} = \frac{8G}{L_f h_f} \left(\frac{\pi}{L_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left(C_{00} - \frac{4C_{20}}{L_f^2} \right) \quad (5)$$

当 $\theta = 90^\circ$ 时, 可以得到缝高方向尖端($y = h_f$)的应力强度因子 K_{III} :

$$K_{III} = \frac{8G}{L_f h_f} \left(\frac{\pi}{h_f} \right)^{\frac{1}{2}} \left(C_{00} - \frac{4C_{02}}{h_f^2} \right) \quad (6)$$

2.2 裂缝内流体二维流动时椭圆形裂缝中的压力计算

对于具有椭圆形边界的线源(在这里认为射孔段的长度即为线源长度), 其缝内二维流场的压力满足拉普拉斯方程 $\nabla^2 P_n = 0$ 。在井筒射孔段附近, 引入 Muskat 方法^[12, 13], 即假定一个线源和无限大边界; 远离井筒和靠近椭圆形边界附近, 引入 Prats 方法^[14-16], 即假定一个点源和常压下的椭圆形边界(记为 MP 方法)。这两种方法通过一个半径为 r_m 的圆联系起来, 从而使得在这个圆上由两种方法求得的压力差最小(如图 2 所示)。

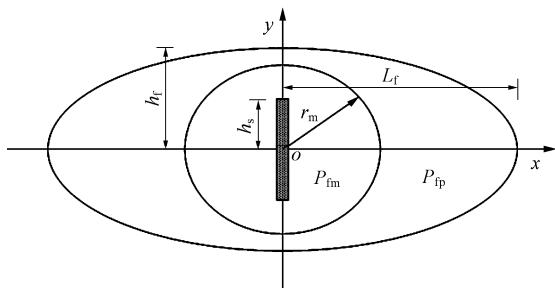


图 2 椭圆形裂缝与匹配圆关系
Fig.2 Relationship between elliptical fracture and matched circle

在匹配圆内部, 采用 Muskat 方法, 对应的缝内压力 P_{fm} 可以由下式计算:

$$P_{fm} = \lambda \cosh^{-1} h + K \quad (7)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{6\mu q}{\pi b^3} \\ h &= \sqrt{\frac{x^2 + y^2 + h_s^2 + [(x^2 + y^2 + h_s^2)^2 - 4y^2 h_s^2]^{\frac{1}{2}}}{2h_s^2}} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

式中: μ 为液体黏度系数(Pa·s); q 为液体流量(m^3/min); b 为裂缝宽度(m); h_s 为线源的半长(m), 取射孔段长度的一半; K 为利用 Muskat 方法计算的压力和 Prats 方法计算的压力相匹配确定的常数。

在匹配圆外部, 采用 Prats 方法, 对应缝内压力 P_{ip} 可以由下式计算:

$$P_{ip} = \lambda \operatorname{Re}\{\ln\{dn[\xi K(m)/(2\xi_e) | m]\}\} = \lambda \ln \left[(A+B)^{\frac{1}{2}} / C \right] + C_1 \quad (9)$$

式中: m 为量纲一的参数, 表征椭圆形区域范围; “|” 表示方程满足某一范围。

计算出参数 A, B, C 的值后, 令利用式(7)和(9)求得的在整个椭圆形裂缝上的平均压力与由式(2)计算出的压力相等, 即可求出常数 C_1 。

2.3 裂缝滤失体积和裂缝扩展时间的计算

假设裂缝长度和时间的函数关系可用一个幂函数^[4]来表示:

$$L_f = m' t^{n'} \quad (10)$$

式中: t 为裂缝扩展到长度 L_f 所需要的时间(min); m', n' 均为待定系数。

流体的滤失体积可以用下式进行计算:

$$V_f = 4h_f C_L L' \sqrt{t} \frac{2}{2+n} + 2S_p h_f L' \quad (11)$$

式中: h_f 为滤失高度(m), 与产层高度相同; C_L 为综合滤失系数($m \cdot \min^{-1/2}$); S_p 为压裂液初滤失(m^3/m^2); L' 为滤失长度(m), 可由下式计算得到(见图 3):

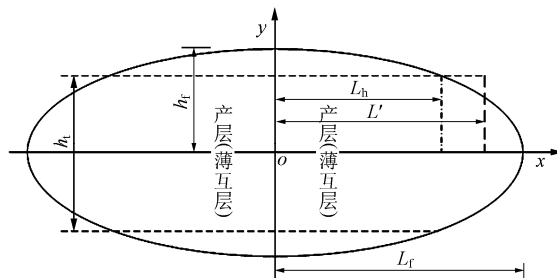


图 3 滤失长度计算参数
Fig.3 Calculation parameters of filtration length

$$L' = L_h +$$

$$\frac{L_f h_f}{h_i} \left[\frac{\pi}{2} - \frac{L_h}{L_f} \sqrt{1 - \left(\frac{L_h}{L_f} \right)^2} - \sin^{-1} \left(\frac{L_h}{L_f} \right) \right] \quad (12)$$

其中,

$$L_h = L_f \sqrt{1 - \left(\frac{h_i}{2h_f} \right)^2}$$

利用质量守恒, 压裂液的总泵注量应等于裂缝体积和压裂液的滤失体积之和:

$$V_t = V_f + V_L \quad (13)$$

式(13)中的裂缝体积 V_f , 可以由缝长、缝高和各个截面的缝宽求得。从而裂缝扩展时间为

$$t = V_t / q \quad (14)$$

2.4 非牛顿流体的等效黏度系数计算

上述的分析均是针对牛顿流体的, 而对于非牛顿流体来说, 需要求出其等效黏度值。

等效黏度系数可以通过下式计算:

$$\eta_e = \frac{2\pi^{1-n_p} k_p}{3(3-n_p)} \left(2 + \frac{1}{n_p} \right)^{n_p} \left(\frac{Rb_0^2}{q} \right)^{1-n_p} \quad (15)$$

式中: k_p 为稠度系数(mPa·s ^{n_p}), n_p 为流态指数, $R = (L_f + h_f) / 2$, b_0 为裂缝的最大宽度(m)。

3 二维流动的拟三维模型求解

3.1 裂缝内净压力求解

考虑盖层和底层的应力关于产层对称分布, 并认为在缝长端部($x = L_f$)和缝高端部($y = h_f$)的流体压力是近似相等的。这就使得裂缝内部位于高应力区(盖层和底层)的净压力比位于低应力区(产层)的净压力要小(见图 1)。位于 $x = L_f$ 处的净压力与位于 $y = h_f$ 的净压力之差用 ΔP_{Lh} 来表示, 其值为 $\sigma_2 - \sigma_1$ 的函数:

$$\Delta P_{Lh} = \beta(\sigma_2 - \sigma_1) = \frac{h_f - h_i/2}{h_f} (\sigma_2 - \sigma_1) \quad (16)$$

式中: σ_1 为产层应力(MPa), σ_2 为盖层和底层应力(MPa)。

根据假定的裂缝半高 h_f , 由式(16)得出的 ΔP_{Lh} , 再利用边界条件: 在缝长方向尖端应力强度因子等于 K_{Lh} , 缝高方向尖端应力强度因子等于 K_{Ll} , 并结

合式(2)和(4)~(6)可以得出求解椭圆形裂缝缝内净压力的方程组:

$$\left. \begin{aligned} P_n(x, y) &= A_{00} + A_{20}x^2 + A_{02}y^2 \\ K_1 &= \frac{8G}{L_f h_f} \left(\frac{\pi}{L_f h_f} \right)^{\frac{1}{2}} (L_f^2 \sin^2 \theta + h_f^2 \cos^2 \theta)^{\frac{1}{4}} \cdot \\ &\left(C_{00} - \frac{4C_{20} \cos^2 \theta}{L_f^2} - \frac{4C_{02} \sin^2 \theta}{h_f^2} \right) \\ \Delta P_{Lh} &= \frac{h_f - h_i/2}{h_f} (\sigma_2 - \sigma_1) \\ K_1|_{\theta=0^\circ} &= K_{Ll} \\ K_1|_{\theta=90^\circ} &= K_{Lh} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

由式(17)即可求出相应的缝内净压力 P_n 以及裂缝宽度 b 。

3.2 迭代计算

为了得到符合要求的解, 必须对初始假设的裂缝半高 h_f 进行迭代计算, 直到满足下面的条件:

(1) 在椭圆形裂缝平面上, 由 MP 方法求得的平均净压力应该等于由 Shah 和 Kobayashi 的理论(记作 SK 方法)求得的缝内净压力, 以满足裂缝宽度方程和压力方程的耦合求解条件, 即

$$\overline{P}_n(x, y)_{SK} = \overline{P}_n(x, y)_{MP} \quad (18)$$

(2) 根据 MP 方法和 SK 方法计算出来的平均净压力, 分别求出沿 x 和 y 方向上的平均值之差 $\Delta P_x = \overline{P}_n(x)_{SK} - \overline{P}_n(x)_{MP}$ 和 $\Delta P_y = \overline{P}_n(y)_{SK} - \overline{P}_n(y)_{MP}$, 并使它们的值最小。考虑 x 和 y 轴的非对称性, 利用计算方差的方法, 计算出它们的平方差 Δ :

$$\Delta = \sqrt{(\Delta P_x)^2 + (\Delta P_y)^2} \quad (19)$$

当 Δ 取极小值时对应的半缝高度 h_f 即为要求的解。

利用迭代方法求出裂缝的半缝高度之后, 再结合缝长和其他已知参数, 可以求出沿缝长方向上的裂缝宽度以及缝内的压力分布。同时, 通过将裂缝分成 N 份垂直的小单元, 利用各个单元的裂缝宽度和高度, 可以求出各个单元的体积, 从而可以求出整个裂缝的体积 V_f 和裂缝扩展时间 t 。

4 裂缝延伸模拟算例分析及结果讨论

根据上面的理论分析和算法, 笔者利用 Visual

Basic 计算机语言编制了低渗透薄互层砂岩油藏大型压裂裂缝二维流动的拟三维模型求解程序, 并对胜利油田某低渗透薄互层砂岩油藏压裂过程中裂缝扩展情况进行了求解计算。该产层平均厚度为 67.97 m, 产层与盖、底层间的应力差均为 0.7 MPa, 岩石断裂韧性均为 $1.098 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{1/2}$, 岩石剪切模量为 2.154 GPa, 泊松比为 0.2, 泵注排量为 $6.359 \text{ m}^3/\text{min}$, 压裂液黏度系数为 $3.352 \text{ Pa} \cdot \text{s}$, 流态指数为 0.75。

4.1 裂缝扩展计算结果对比

图 4, 5 为裂缝三维延伸的几何尺寸, 图中右侧

为裂缝在井底处的垂直剖面轮廓。

从图 4 可以看出, 一维流动的拟三维裂缝扩展模型计算得到的低渗透薄互层砂岩油藏大型压裂时裂缝形状出现了突变, 与实际裂缝情况差别比较大, 已经不能满足工程计算需要。从图 5 可以发现薄互层均被压开, 压裂效果较好, 裂缝形状在整个缝长方向上保持了很好的连续性和光滑性, 裂缝在井底处呈椭圆形, 最大裂缝宽度出现在井底裂缝中心处。

由于一维流动的拟三维裂缝扩展模型没有考虑到流体在裂缝内沿着缝高方向的流动, 压裂液中携带的能量都用于裂缝沿缝长方向的扩展, 所以计算

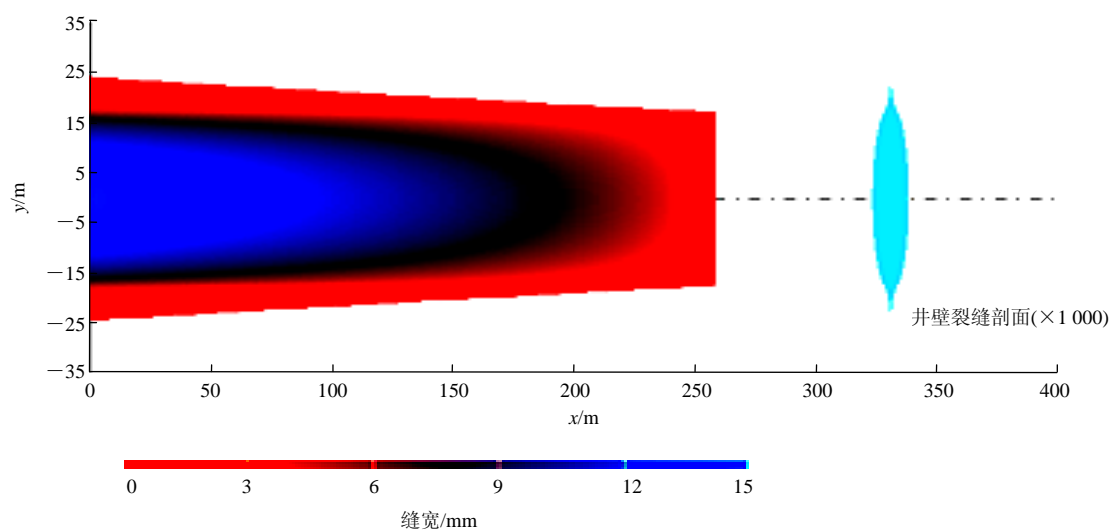


图 4 应力分布对称情形下考虑流体一维流动的拟三维裂缝扩展模型输出图形

Fig.4 Pseudo-3D graphic output considering one-dimensional flow when the stress distribution is symmetrical

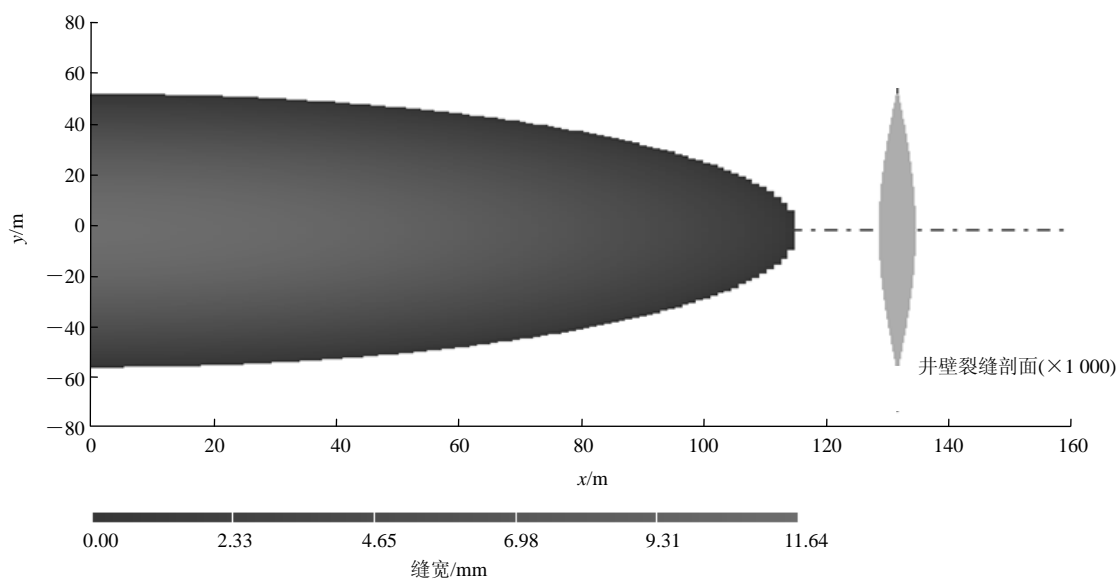


图 5 应力分布对称情形下考虑流体二维流动的拟三维裂缝扩展模型输出图形

Fig.5 Pseudo-3D graphic output considering two-dimensional flow when the stress distribution is symmetrical

得到的裂缝长度要明显大于二维流动的拟三维裂缝扩展模型计算结果和实际监测值(见图 6)。而根据二维流动的拟三维裂缝扩展模型计算得到的结果与实际监测值具有很好的一致性, 说明在低渗透薄互层砂岩油藏在大型压裂过程中, 流体沿着缝高方向的流动是不可以忽略的。二维流动的拟三维裂缝扩展模型可以很好地满足工程需求。

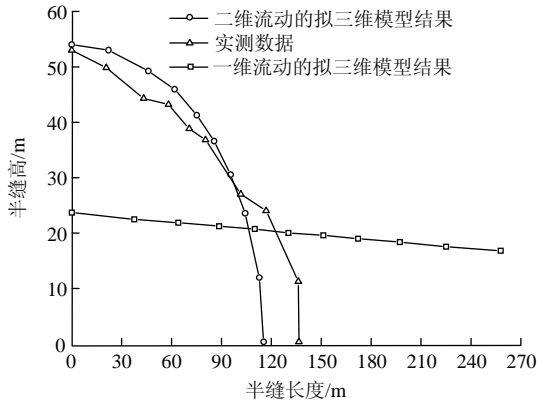


图 6 低渗透薄互层砂岩油藏压裂过程中半缝高度与半缝长度关系

Fig.6 Relationship between height and length of half fracture during fracturing in reservoir with low permeability and thin interbedded sandstone

4.2 影响裂缝高度和宽度的因素分析

为了得到低渗透薄互层砂岩油藏在大型压裂过程中泵注排量、岩层断裂韧性、岩层弹性模量和地应力差等因素对裂缝高度扩展的影响, 笔者通过固定泵注时间, 改变其他相应的参数得到各影响因素下半缝高与半缝长度关系, 见图 7~10。

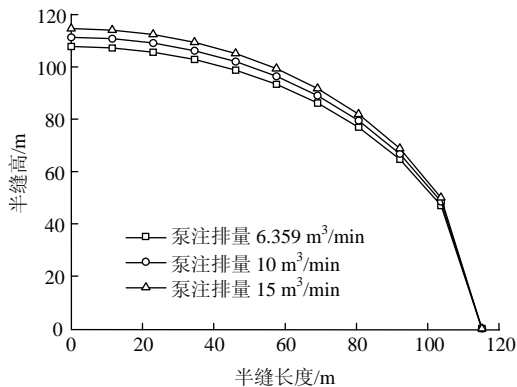


图 7 泵注排量对半缝高的影响

Fig.7 Effect of pumping rate on half fracture height

从图 7 可以看出, 随着泵注排量的增大, 相同缝长对应的缝高将有所增大。随着岩层断裂韧性的增大, 裂缝在缝高方向的扩展受到限制, 在相同缝

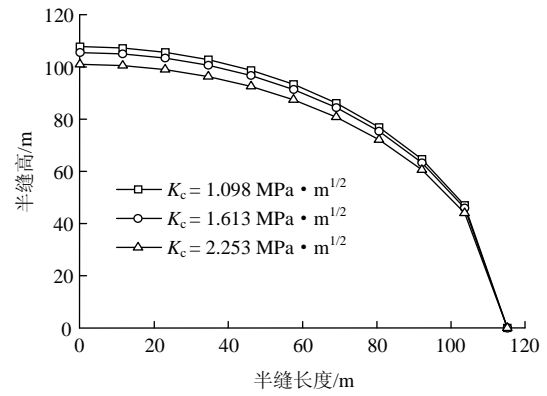


图 8 岩层断裂韧性对半缝高的影响

Fig.8 Effect of fracture toughness of rock layer on half fracture height

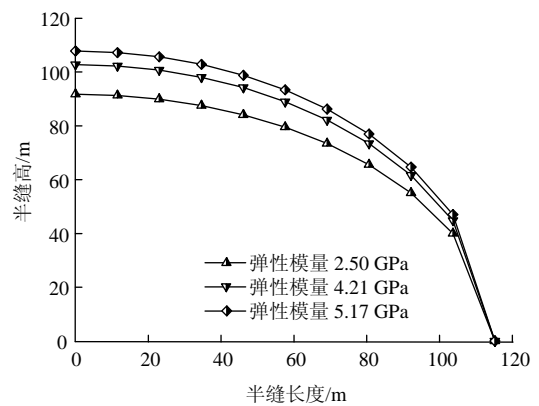


图 9 岩层弹性模量对半缝高的影响

Fig.9 Effect of elastic modulus of rock layer on half fracture height

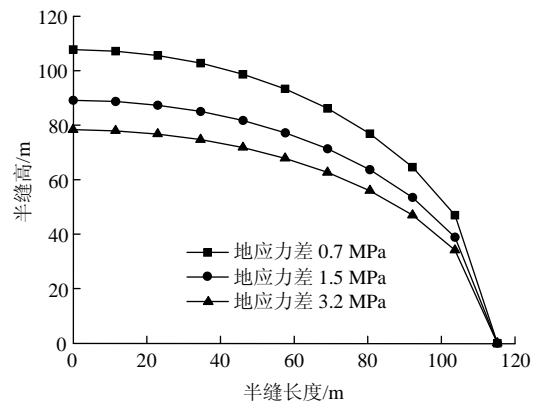


图 10 地应力差对半缝高的影响

Fig.10 Effect of geostress difference on half fracture height

长条件下, 缝高均呈下降趋势(见图 8)。岩层的弹性模量越大, 缝宽将会变得越小, 裂缝将向缝高方向发展(见图 9)。从图 10 可以看出, 地应力差的较小变化将会引起裂缝高度产生较大幅度的变化, 且地应力差越大, 裂缝在缝高方向上扩展越小。从变化

幅度看, 岩层弹性模量和地应力差对缝高的影响比其他两个因素显著。

5 结 论

(1) 根据低渗透薄互层砂岩油藏在大型压裂时裂缝扩展的实际情况, 建立了考虑裂缝内流体沿着缝高和缝长方向流动的二维流动的拟三维裂缝扩展模型, 并利用 Visual Basic 计算机语言编制了相应的计算软件。

(2) 二维流动的拟三维裂缝扩展模型能够很好地预测低渗透薄互层砂岩油藏在压裂过程中裂缝的产生和扩展情况, 计算结果与实际监测值具有很好的 consistency。

(3) 本文模型的计算结果表明: 低渗透薄互层砂岩油藏在压裂时裂缝沿缝高方向上延伸比较充分, 缝长与缝高之比较小, 且最大裂缝宽度出现在井底裂缝几何中心处。在裂缝长度相同时, 裂缝高度与泵注排量成正比关系, 与断裂韧性成反比关系; 并且岩石杨氏模量越大, 缝宽越小, 裂缝将向缝高方向扩展; 岩层弹性模量和油层与隔层间的应力差对裂缝在缝高方向上的扩展影响显著。

参考文献(References):

- [1] 徐云龙, 葛洪魁. 近井裂缝控制研究现状[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(增 1): 5 189 - 5 193.(XU Yunlong, GE Hongkui. Status of the study on the technology of controlling fracture in near wellbore[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(Supp.1): 5 189 - 5 193.(in Chinese))
- [2] 窦让林, 徐 龙, 张宝团, 等. 大型水力压裂技术在文东油田的应用[J]. 江汉石油学院学报, 2001, 23(增): 74 - 75.(DOU Ranglin, XU Long, ZHANG Baotuan, et al. Application of large scale hydraulic fracturing in Wendong oilfield[J]. Journal of Jianghan Petroleum Institute, 2001, 23(Supp.): 74 - 75.(in Chinese))
- [3] 周俊杰, 鄂淑君, 秦晓东, 等. 大港油田低渗透薄互层油藏整体压裂技术研究[J]. 断块油气田, 2006, 13(6): 37 - 39.(ZHOU Junjie, E Shujun, QIN Xiaodong, et al. Study on integral fracture technology of low permeability and thin interbed reservoir in Dagang oilfield[J]. Fault-block Oil and Gas Field, 2006, 13(6): 37 - 39.(in Chinese))
- [4] PALMER I D, DARROLL H B J. Three-dimensional hydraulic fracture propagation in the presence of stress variations[J]. Society of Petroleum Engineers Journal, 1983, 23(6): 870 - 878.
- [5] RAMURTHY M, LYONS H B. Lessons learned from modeling hydraulic fracture treatments in coals using a fully functional three-dimensional fracture model in a San Juan basin project[R]. Houston, USA: Anadarko Petroleum Co., 2007.
- [6] 仇伟德, 鲁连军. 用于预测水力裂缝缝高的新拟三维流场模型[J]. 石油大学学报(自然科学版), 2002, 26(5): 48 - 51.(QIU Weide, LU Lianjun. A new pseudo three-dimensional flow field model for predicting height of fracture[J]. Journal of China University of Petroleum(Natural Science), 2002, 26(5): 48 - 51.(in Chinese))
- [7] WENG X W. Incorporation of 2D fluid flow into pseudo-3D hydraulic fracture simulator[R]. [S.l.]: [s.n.], 1991.
- [8] RAHMAN M M, RAHMAN M K, RAHMAN S S. Multicriteria hydraulic fracturing optimization for reservoir simulation[J]. Petroleum Science and Technology, 2003, 21(11/12): 1 721 - 1 758.
- [9] RAHMAN M M. Constrained hydraulic fracture optimization improves recovery from low permeable oil reservoirs[J]. Energy Sources, Part A: Recovery, Utilization, and Environmental Effects, 2008, 30(6): 536 - 551.
- [10] RAHMAN M K, RAHMAN M M, JOARDER A H. Analytical production modeling for hydraulically fractured gas reservoirs[J]. Petroleum Science and Technology, 2007, 25(5/6): 683 - 704.
- [11] SHAH R C, KOBAYASHI A S. Stress intensity factor for an elliptical crack under arbitrary normal loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1971, 3(1): 71 - 96.
- [12] MUSKAT M. The flow of homogeneous fluids through porous media[M]. Boston: International Human Resources Development Co., 1982: 181 - 186.
- [13] LIEN M, MANNSETH T. Resolution power of pressure data for permeability identification[J]. Transport in Porous Media, 2006, 64(2): 141 - 159.
- [14] PRATS M. Effect of vertical fractures on reservoir behavior-incompressible fluid case[J]. Society of Petroleum Engineers Journal, 1961, 1(1): 105 - 118.
- [15] ZAZOVSKII A F, TODUA G T. Steady inflow into a well with a long vertical fracture[J]. Fluid Dynamics, 1990, 25(4): 584 - 593.
- [16] AMINI S, ILK D, BLASINGAME T A. Evaluation of the elliptical flow period for hydraulically-fractured wells in tight gas sands — theoretical aspects and practical considerations[R]. [S.l.]: [s.n.], 2007.