参数化模糊联想记忆网络的学习算法

唐良荣[1],吴建华[1],徐蔚鸿[1,2]
TANG Liang-rong[1],WU Jian-hua[1],XU Wei-hong[1,2]

1.长沙理工大学 计算机与通信工程学院,长沙 410077
2.吉首大学 数学与计算机科学学院,湖南 吉首 416000
1.College of Computer and Communications Engineering,Changsha University of Science and Technology,Changsha 410077,China
2.College of Mathematics and Computer Science,Jishou University,Jishou,Hunan 416000,China
E-mail:tlr1688@163.com

TANG Liang-rong,WU Jian-hua,XU Wei-hong.Learning algorithm for parameterized fuzzy associative memory. Computer Engineering and Applications,2009,45(12):45-46.

Abstract: Based on fuzzy composition of maximum operation and a t-norm T_ξ with a parameter ξ proposed by Dubois,a parameterized general fuzzy associate memory Max-T_ξ FAM is presented in this paper.By adjusting parameter ξ,the Max-T_ξ FAM has good adaptability and flexibility in practice.Taking advantage of the concomitant implication operator of T_ξ,a simple effective learning algorithm is proposed for the Max-T_ξ FAM.It is proved theoretically that,for arbitrary given training pattern pairs,if the Max-T_ξ FAM has ability to store them reliably and completely,then the proposed learning algorithm can find the maximum of all connected weight matrices which can ensure that the Max-T_ξ FAM stores reliably these pattern pairs.Finally an experiment is given to illustrate the effectivity of the presented learning algorithm.
Key words: concomitant implication operator;fuzzy associative memory;learning algorithm;t-norm

摘 要:基于 Dubois 提出的带参数ξ的 t-模 T_ξ,提出了一种参数化的广义模糊联想记忆网络 Max-T_ξ FAM。由于 T_ξ 中参数ξ的作用,在应用中 Max-T_ξ FAM 有更强的可调性和灵活性。接着利用 T_ξ 的伴随蕴涵算子,提出了 Max-T_ξ FAM 的一种有效学习算法。从理论上严格证明了,只要 Max-T_ξ FAM 能完整可靠地存储所给的多个模式对,则所提出的学习算法一定能找到使得网络能完整可靠存储这些模式对的所有连接权矩阵的最大者。最后,用实验说明了所提出的学习算法的有效性。
关键词:伴随蕴涵算子;模糊联想记忆网络;学习算法;t-模
DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.12.014 **文章编号:**1002-8331(2009)12-0045-02 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP18

1 引言

人工智能已经从研究确定性问题为主向以研究不确定性问题为主过渡。不确定性人工智能已经成为人工智能研究的热点和重大前沿课题[1-2]。而模糊神经网络[3]是人工神经网络和模糊逻辑系统的互补式结合,已成为模糊智能系统的重要建模工具。最早提出的模糊联想记忆网络 FAM[4]是基于取大(Max)和取小(Min)运算的模糊合成,有时记为 Max-Min FAM。t-模实际上是 Min 运算的推广,代表着一类算子。以后人们又研究了基于其他一些具体 t-模所构造的模糊联想记忆网络的多种性质、学习算法[5-6]和应用,如:Max-·FAM、Max-T_{es} FAM、Max-T_0 FAM 等。各类模糊联想记忆网络的一个非常重要的性能指标就是它们对训练模式集合的完整可靠的回想能力,该能力是网络其他性能的基础,而使网络具有该能力的学习算法被看成是一种有效的学习算法。模糊神经网络结构因为具有模糊逻辑和传统神经网络的双重背景,所以设计它们的学习算法有两种基本途径:(1)借鉴传统神经网络的梯度下降方法。但是许多模糊逻辑算子求梯度是不方便的,或这种算子在多处本身就没有导数,而且由该途径构造的学习算法一般运算量大,有迭代过程,实时性不好。(2)利用模糊逻辑理论,特别是利用模糊关系方程的解来构造学习算法。这种方法没有求梯度的过程,并且速度快。

在 t-模算子簇中,有一些带参数的 t-模算子。由于参数的可调性,基于带参数的 t-模所构造的模糊神经网络有更强的可调性、灵活性和应用性。然而这种基于带参数 t-模的模糊联想记忆网络尚未获得应有的研究。为此本文利用 Dubois 和 Prade 于 1980 年提出的带参数ξ的 t-模算子 $aT_\xi b=ab/\max(a,b,\xi)$,$\xi\in[0,1]$,首次提出了一种参数化的模糊联想记忆网络 Max-

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60033020);国家教育部重点科研基金项目(the Key Technologies Project of the Ministry of Education of China under Grant No.208098);湖南省教育厅重点科研项目(the Key Scientific Research Project of Department of Hunan Education of China under Grant No.07A056)。
作者简介:唐良荣(1963-),男,讲师,主要研究方向为不确定性人工智能和数据库技术;吴建华(1968-),女,副教授,主要研究方向为体系结构和人工智能;徐蔚鸿(1963-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为不确定性人工智能、模糊系统、模式识别和软件工程等。
收稿日期:2008-03-10 **修回日期:**2008-06-03

T_ξ FAM，并利用伴随蕴涵算子[7]概念，为 Max–T_ξ FAM 模型提出一种有效的解析型学习算法，并用实验进行验证。

2　相关基础

t–模算子簇在模糊关系方程、模糊推理系统和模糊神经网络等领域中有着广泛的应用[8–9]。

定义 1 映射 $T:[0,1]\times[0,1]\rightarrow[0,1]$称为 t–模，若其满足条件：

(1)边界性：$aT1=a$。

(2)单调增：$\forall a,b,c,d\in[0,1]$，若 $a\leqslant c,b\leqslant d$，则 $aTb\leqslant cTd$。

(3)交换律：$\forall a,b\in[0,1]$，$aTb=bTa$。

(4)结合律：$\forall a,b,c\in[0,1]$，$aT(bTc)=(aTb)Tc$。

定义 2[3] 设 T 是一个 t–模，则 T 的伴随蕴涵算子定义为：

$aR_Tb=\bigvee\limits_{x\in[0,1]}\{x|aTx\leqslant b\}$，$\forall a,b\in[0,1]$

对于 T_ξ 依定义通过解不等式可以得到：

$$aR_{T_\xi}b=\begin{cases}1,\text{if }a\leqslant b\\ b\vee(\dfrac{b}{a}\xi),\text{if }a>b\end{cases},\forall\xi\in[0,1]$$

定义 3 由下式定义的模糊神经网络称为基于 Max 和 T_ξ 的模糊联想记忆网络，记为 Max–T_{es} FAM(见图 1)：

$$\boldsymbol{X}\overset{T_\xi}{\circ}\boldsymbol{W}=\boldsymbol{Y}\tag{1}$$

式(1)的逐点表示为：

$$y_j=\bigvee_{i\in I}(x_iT_\xi w_{ij}),\forall j\in J\tag{2}$$

其中输入向量 $\boldsymbol{X}=(x_1,x_2,\cdots,x_n)\in[0,1]^n$，输出向量 $\boldsymbol{Y}=(y_1,y_2,\cdots,y_m)\in[0,1]^m$，$\boldsymbol{W}=(\boldsymbol{w}_{ij})_{n\times m}$ 是一个权值矩阵。

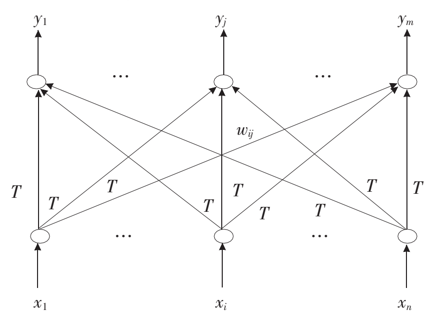

图 1　Max–T_ξ FAM 的结构，连接弧上的算子 T 是 t–模 T_ξ

设$\{(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)|k\in K\}$是训练模式对集合，NN 是一个神经网络，如果对所有的 $k\in K$，当 A_k 输送给 NN 时，NN 产生的输出恰为 B_k，则称 NN 能完整可靠存储这个模式对，或称该模式对集能被 NN 完整回想。

以下设非空集合 $I=\{1,2,\cdots,n\}$，$J=\{1,2,\cdots,m\}$和 $K=\{1,2,\cdots,p\}$。

3　Max–T_{es}FAM 的一个有效学习算法

针对 Max–T_ξ FAM 提出的学习算法：

步骤 1 对每一 k 个模式对$(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)$，求得对应的临时权矩阵 $\boldsymbol{W}_K=(a_{ki}R_{T_\xi}b_{kj})_{n\times m}$，$k\in K$。

步骤 2 用交运算$\cap$整合以上所有的 W_k，得到最终的权矩阵

$\overline{\boldsymbol{W}}=\bigcap\limits_{k\in K}\boldsymbol{W}_k=(\bigwedge\limits_{k\in K}(a_{ki}R_{T_\xi}b_{kj}))_{n\times m}$

定理 1 设$\{(A_k,B_k)|k\in K\}$是训练模式对集合，给定参数 $\xi\in[0,1]$，若存在有权矩阵使得 Max–T_{es} FAM 能完整可靠存储该模式对集，则依以上学习算法所确定的$\overline{W}$是使 Max–T_ξ FAM 能完整可靠存储该模式对集的权矩阵的最大者。

证明 首先不难直接验证，对于$\forall a,b\in[0,1]$：

(1)$aR_{T_\xi}b$ 关于 b 单调增。

$$(2)aT_\xi(aR_{T_\xi}b)\leqslant b\tag{3}$$

令 $\boldsymbol{W}(p)\neq\Phi$ 是所有使 Max–T_ξ FAM 能完整可靠存储该模式对集的权矩阵的集合，依以上定义的学习算法所确定的权矩阵记为$\overline{\boldsymbol{W}}=(\overline{w}_{ij})_{n\times m}$。

因 $\boldsymbol{W}(p)\neq\Phi$，所以存在 $\boldsymbol{W}'\in\boldsymbol{W}(p)$，有$\forall k\in K,j\in J$，$b_{kj}=\bigvee\limits_{i\in I}(a_{ki}T_\xi w'_{ij})$成立。

下证$\forall\boldsymbol{W}\in\boldsymbol{W}(p)$，都有$\overline{\boldsymbol{W}}\geqslant\boldsymbol{W}$ 成立。

注意到$\forall k\in K,i\in I,j\in J$，$\forall w_{ij}$，$a_{ki}T_\xi w_{ij}\leqslant a_{ki}T_\xi w_{ij}$，进而

$a_{ki}R_{T_\xi}(a_{kj}T_\xi w_{ij})=\bigvee\limits_{x\in[0,1]}\{x|a_{ki}T_\xi x\leqslant a_{ki}T_\xi w_{ij}\}\geqslant w_{ij}$

$\overline{w}_{ij}=\bigwedge\limits_{k\in K}(a_{ki}R_{T_\xi}b_{kj})=\bigwedge\limits_{k\in K}\{a_{ki}R_{T_\xi}[\bigvee\limits_{h\in I}(a_{kh}T_\xi w_{hj})]\}\geqslant$

$\bigwedge\limits_{k\in K}\{a_{ki}R_{T_\xi}[a_{ki}T_\xi w_{ij}]\}$(因为$\bigvee\limits_{h\in I}(a_{kh}T_\xi w_{hj})\geqslant a_{ki}T_\xi w_{ij}$，又 R_{T_ξ} 关于第 2 变元单调增)$\geqslant\bigwedge\limits_{k\in K}w_{ij}=w_{ij}$

故$\forall\boldsymbol{W}\in W(p)$，$\overline{\boldsymbol{W}}\geqslant\boldsymbol{W}$。

接着证$\overline{\boldsymbol{W}}\in\boldsymbol{W}(p)$。因为 $\boldsymbol{W}(p)\neq\Phi$，故存在 $\boldsymbol{W}'\in\boldsymbol{W}(p)$，又对$\forall k\in K,j\in J$，有$\overline{b}_{kj}=\bigvee\limits_{i\in I}(a_{ki}T_\xi\overline{w}_{ij})\geqslant\bigvee\limits_{i\in I}(a_{ki}T_\xi w'_{ij})$(因为 T 关于变元是单调增，又已证$\forall i\in I,j\in J$，$\overline{w}_{ij}\geqslant w'_{ij}$)$=b_{kj}$。

另一方面，$\forall k\in K,j\in J$：

$\overline{b}_{kj}=\bigvee\limits_{i\in I}(a_{ki}T_\xi\overline{w}_{ij})=\bigvee\limits_{i\in I}\{a_{ki}T_{es}[\bigwedge\limits_{h\in K}(a_{hi}R_{T_\xi}b_{hj})]\}$(依$\overline{w}_{hj}$的定义)$\leqslant\bigvee\limits_{i\in I}\{a_{ki}T_{es}(a_{ki}R_{T_\xi}b_{kj})\}$(因为$\forall i\in I$，$\bigwedge\limits_{h\in K}(a_{hi}R_{T_\xi}b_{hj})\leqslant a_{ki}R_{T_\xi}b_{kj}$，又 T_ξ 关于变元单调增)$\leqslant\bigvee\limits_{i\in I}b_{kj}$(由式(3))$=b_{hj}$

故$\forall k\in K,j\in J$，$\overline{b}_{kj}=b_{kj}$。所以$\overline{\boldsymbol{W}}\in\boldsymbol{W}(p)$。证毕。

4　实验

对表 1 中的训练模式对集$\{(\boldsymbol{A}_k,\boldsymbol{B}_k)|k\in K\}$，可被 $\xi=0.4$ 的 Max–T_ξ FAM 完整可靠存储，如权值矩阵$\overline{\boldsymbol{W}}_1$、$\boldsymbol{W}_2$，也可被 $\xi=0.7$ 的 Max–T_ξ FAM 完整可靠存储。其中$\overline{\boldsymbol{W}}_1$、$\overline{\boldsymbol{W}}_3$ 是使用本文提出的学习算法所求得的最大权值矩阵：

表 1　训练模式对集合

k	A_k						B_k		
1	0.77	0.2	0.8	0.5	0.1	0.4	0.7	0.4	0.4
2	0.6	0.55	0.63	0.7	0.5	0.3	0.7	0.4	0.55
3	0.9	0.8	0.3	1.0	0.27	0.82	0.7	0.4	0.7

$$\overline{\boldsymbol{W}}_1=\begin{bmatrix}0.7&0.4&0.4\\0.7&0.4&0.7\\0.7&0.4&0.4\\0.7&0.4&0.4\\1.0&0.4&1.0\\0.7&0.4&0.7\end{bmatrix},\boldsymbol{W}_1=\begin{bmatrix}0.7&0.1&0.3\\0.5&0.1&0.7\\0.6&0.3&0.4\\0.7&0.4&0.2\\0.1&0.1&0.2\\0.3&0.1&0.7\end{bmatrix},\overline{\boldsymbol{W}}_3=\begin{bmatrix}0.7&0.4&0.4\\0.7&0.4&0.7\\0.7&0.4&0.4\\0.7&0.4&0.55\\1.0&0.56&1.0\\0.7&0.4&0.7\end{bmatrix}$$

5　结束语

基于带参数的 t–模算子 T_ξ 构造的参数化的模糊联想记忆

(下转 49 页)