

# 多进制 LDPC 码在分布式视频编码中的应用

赵 敏,王尊亮,李学明

ZHAO Min,WANG Zun-liang,LI Xue-ming

北京邮电大学 信息工程学院,北京 100876

School of Information Engineering, Beijing University of Posts and Telecommunications, Beijing 100876, China

E-mail:zhaominmin@gmail.com

**ZHAO Min, WANG Zun-liang, LI Xue-ming.**Distributed video coding using non binary LDPC.Computer Engineering and Applications, 2009, 45(15):118–121.

**Abstract:** DVC(Distributed Video Coding) is a new framework, developed for video sources with statistic correlations. It will be of great value in digital wireless communications, where the terminal is limited, for its low complexity in encoding. Beginning with DSC(Distributed Source Coding) theory, the paper focuses on the application of LDPC in DVC, especially LDPC on q-ary. Without converting q-ary sources to binary sequences which decreases the correlation between sources, non binary code words get improvements. This paper simulations on GF(4) and GF(8), the results show that non binary code words get better performances, which makes it more suitable for DVC.

**Key words:** Distributed Source Coding(DSC);Distributed Video Coding(DVC);Low Density Parity Check(LDPC);Laplace channel

**摘要:**分布式视频编码是一种新的视频编码框架,主要用来处理具有相关性的多视频源。这种编码算法大大降低了编码端的复杂度,从而在终端受限的无线视频通信中具有很大的实用价值。介绍了分布式信源编码的原理,接着介绍了这种编码方式在视频编码上的应用,并对基于 LDPC 码的分布式视频编码作了分析。分别就二进制和多进制 LDPC 进行了讨论,由于多进制的编码方式避免了视频数据源转为二进制过程中带来的相关性丢失,因此性能上有了很大的提高。为了比较,分别基于四进制和八进制编码做出仿真,结果显示,多进制码字性能优于二进制,在分布式视频编码中有更好的应用。

**关键词:**分布式信源编码;分布式视频编码;低密度奇偶校验码;拉普拉斯信道

**DOI:**10.3778/j.issn.1002-8331.2009.15.034   **文章编号:**1002-8331(2009)15-0118-04   **文献标识码:**A   **中图分类号:**TN919.81

## 1 分布式信源编码

分布式信源编码(Distributed Source Coding,DSC)是指对两个或多个相关信源,进行独立编码后发送独立的码流到一个独立的解码器,该解码器对所有码流进行联合译码。

设  $X$  和  $Y$  为两个统计相关的独立随机序列,对  $X$  和  $Y$  分别独立进行源编码和解码时,其无失真信息传输率分别满足  $R_x \geq H(X)$  及  $R_y \geq H(Y)$ ,其中  $R_x, H(X), R_y$  和  $H(Y)$  分别是  $X$  和  $Y$  的信息传输率和熵。当对  $X$  和  $Y$  进行联合编码时可获得更好的效果,即  $R_x + R_y \geq H(X, Y)$ ,这是因为联合编码可利用  $X$  和  $Y$  之间的统计相关性。Slepian-Wolf 定理指出,当对长序列进行编码时,若允许存在一个任意小(但通常不为零)的解码错误概率,则对  $X$  和  $Y$  分别进行编码,然后进行联合译码,可获得与联合编码相同的信息传输率。这种方式即为分布式信源编码。Wyner 和 Ziv 把这个结论推广到连续信源的有损压缩情况下,建立了解码端使用边信息的“有损分布式信源编码率失真”理论。该理论指出,信源  $X$  在编码端不能使用与其统计相关的信源数据  $Y$ ,但在解码时可以使用  $Y$ 。在这种情况下,只在解码

端使用  $Y$  可获得与编、解码端同时使用  $Y$  时相同的率失真性能。这也是分布式视频编码的理论基础。

根据 Wyner-Ziv 理论,对于统计相关的独立信源,只要在解码端联合译码,无论编码端是否采用联合编码,信息传输率是相同的。因此,可以通过独立编码,联合译码达到和联合编、译码同样的信息传输率。

Wyner-Ziv 定理从理论上指出了分布式编码的可行性,Pradhan 和 Ramchandran 提出了 DISCUS (Distributed source Coding Using Syndromes,利用校验子进行分布式信源编码) 框架。这种编码方式利用一种信道码字将信源  $X$  压缩成为校正子  $S$  并传输。在解码端,可以连接校正子和边信息  $Y$ (即  $X$  的另一相关信源),并且执行纠错解码。如果  $X, Y$  相关性较强,只需要传输少许重要的压缩结果。需要强调的是这个方法并不执行前向纠错来保护信道传输,而是使用一个虚拟的“相关信道”来获取信源  $X$  和边信息  $Y$  的统计相关。在这种思路里,接近 Slepian-Wolf 门限的程度取决于信道码字的选择。

分布式编码是针对统计相关的信源数据的处理,要充分考

**基金项目:**北京市自然科学基金(the Natural Science Foundation of Beijing City of China under Grant No.4072019)。

**作者简介:**赵敏(1983-),女,硕士研究生,研究方向计算机视觉;李学明(1969-),男,教授,博士生导师,研究方向视频编码与传输、视频通信中的错误隐藏、移动多媒体应用。

**收稿日期:**2008-03-26   **修回日期:**2008-06-03

虑到数据之间的相关性。前边提到的两个信源  $X, Y$  之间是统计相关的, 在分布式编码中这种相关性被模拟为一个虚拟信道。根据数据特性, 一般为对称信道或者是 AWGN(Additive White Gaussian Channels, 加性白高斯信道)信道。

分布式信源编码的系统框架如图 1 所示:  $X, Y$  是两个相关信源, 数据之间的相关性被模拟为一个“相关信道”。这样  $Y$  可以看作是  $X$  经过“相关信道”的输出, 把其经信道传输后的处理结果作为“边信息”, 也就是解码需要的参考信息; 而信源  $X$  经过信道编码(主要目的是压缩), 得到“校正子” $S$  传输至解码端, 与边信息  $Y$  联合译码, 得出  $X'$ 。这里, 分布式编码借用了信道编码的校正子概念。

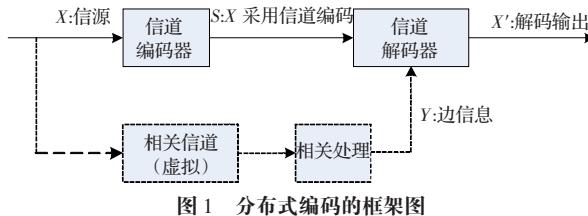


图 1 分布式编码的框架图

## 2 分布式视频编码

分布式视频编码(Distributed Video Coding, DSC)是分布式信源编码在视频数据处理中的应用, 与传统的视频编码方式相比, 这种编码方式编码端简单, 解码端复杂, 能够适应终端受限的通信系统。例如, 对于移动无线视频设备, 压缩编码需要在终端完成, 而终端的电力、存储、计算能力均很有限, 分布式视频编码很容易解决这个问题。

在分布式视频编码系统中, 按一定间隔从输入的视频序列中抽取某些帧作为关键帧  $K$ , 剩下的帧称为 Wyner-Ziv 帧。对关键帧, 采用传统的帧内编码和帧内解码; Wyner-Ziv 帧则经处理后通过信道编码达到压缩的目的, 得到校验子  $S$ , 传输到译码端与对应的边信息联合译码, 经重建后恢复出 Wyner-Ziv 帧。这里的边信息(side information)可以直接由  $K$  帧得到, 也可以由  $K$  帧和解码出的 Wyner-Ziv 帧联合得到。系统框架图如图 2 所示。

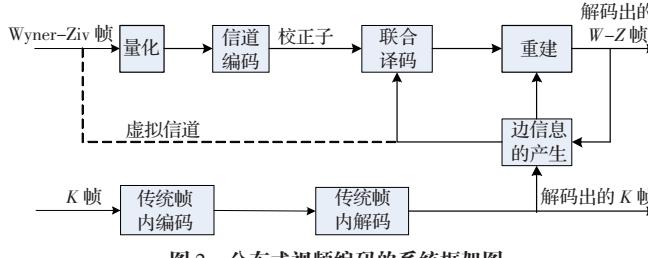


图 2 分布式视频编码的系统框架图

很显然, 上述方式是一个帧内编码, 帧间解码的方式, 编码复杂度较低, 而码字性能主要与所采用的信道码字有关。现在采用的信道码字有 LDPC 码和 Turbo 码等。LDPC(Low Density Parity Check, 低密度奇偶校验码)码在许多场合下性能优于 Turbo 码, 具有较大灵活性和较低的差错平底特性; 描述简单, 对严格的理论分析具有可验证性。同时 LDPC 码采用具有线性复杂度的高效迭代译码算法, 其译码性能可与 Turbo 码媲美甚至优于 Turbo 码, 而 LDPC 码译码复杂度比 Turbo 码低, 是研究的一个重要方向。

LDPC 码是 Gallager 于 1962 年提出的一类线性分组纠错码, 其校验矩阵为稀疏矩阵。使用稀疏校验矩阵构造码字, 有利

于降低译码复杂度。

二进制和多进制码字性能比较是一个重要的研究方向。二进制编码中所采用的校验矩阵元素取自二元域上, 0 或 1; 多进制码字即信源和校验阵中的元素取自有限域  $GF(q)$ , 元素  $\in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$ 。

在图像和视频信源的处理中, 数据往往是非二进制的。一种方法是将其转为对应的二进制形式进行处理, 然后再转换为多进制; 另一种是直接采用基于多进制的编码方式。前一种方式简单, 也是传统的处理方法, 但是这种编码方法在信源由多进制转为二进制的时候丢失了大量的数据之间相关性的信息, 降低了码字的性能; 因此采用基于多进制的 LDPC 码, 这样可以避免数据转换造成的信息丢失, 改善码字性能。

## 3 多进制 LDPC 码在 DVC 中的应用

假设  $X, Y$  表示相邻的两帧视频数据, 数据之间具有某种统计相关特性。令  $X$  表示 Wyner-Ziv 帧,  $Y$  表示  $K$  帧, 对  $X$  帧的数据采用 LDPC 码进行传输, 得到校验子  $S$ , 传至解码端;  $Y$  帧采用传统的帧内编码和帧内解码, 在解码端利用  $Y$  和  $S$  联合译码, 得到  $X'$ 。

设  $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]$  和  $Y=[y_1, y_2, \dots, y_n]$  分别表示两个统计相关信源。在  $GF(q)$  上考虑, 所有值都取自有限域  $GF(q)$ , 即  $x_k, y_k \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$ 。研究表明, 视频序列的相邻帧之间更接近 Laplace 相关。因此文中也取 Laplace 信道作为相关信道, 即  $Y=(X+Z) \bmod q$ 。其中  $Z$  服从均值为 0, 方差  $2\alpha^2$  为的 Laplace 分布。其概率密度表达式为:

$$p(z) = \frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{|z|}{\alpha}\right)$$

概率密度如图 3 所示。

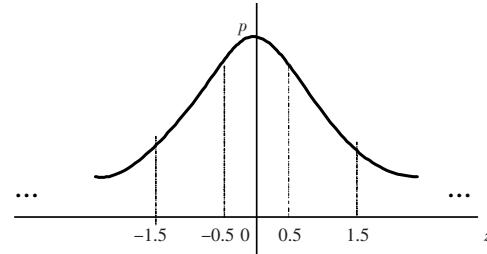


图 3 Laplace 分布的概率密度

由于视频数据之间具有较大的相关性, 即若  $x_k=s \in \{0, 1, 2, \dots, q-1\}$ , 则  $y_k=x_k=s$  的概率最大,  $y_k=s-1$  或者  $s+1$  的概率次之,  $y_k=s-2$  或者  $s+2$  的概率再次之, 并以此类推:

$$P(y_k=s|x_k=s) = P(z_k=0) = \int_{-0.5}^{0.5} \frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{|z|}{\alpha}\right) dz;$$

$$P(y_k=[(s+i) \bmod q]|x_k=s) = P(z_k=i) = \int_{-0.5}^{i+0.5} \frac{1}{2\alpha} \exp\left(-\frac{|z|}{\alpha}\right) dz;$$

其中  $i=\pm 1, \pm 2, \dots, \pm (q-1)$ 。

整个编码过程可以简述为: 对  $X$  进行 LDPC 编码得到校验子  $S$ , 经信道传输到译码端; 与  $X$  信源 Laplace 相关的  $Y$  作为边信息, 在译码端与  $S$  联合译码, 恢复出  $X$ 。

### 3.1 编码

以  $H$  表示 LDPC 的校验矩阵,  $X$  表示待处理的信源数据。与信道编码不同的是, 这里的编码用的是校验矩阵  $H$ , 编码过程为  $S=XH^T$ 。如果用双向图来表示 LDPC 码, 那么编码过程就等价于同一校验节点上连接的所有信息节点在有限域  $GF(q)$

上的和。

假设有如下矩阵  $H$ :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 2 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$$

则编码过程  $S=ZH^T$  可以描述为:

$$s_1 = x_1 + 2x_4 + 3x_6$$

$$s_2 = x_2 + x_5 + x_7$$

$$s_3 = x_3 + 2x_5 + x_8$$

$$s_4 = x_2 + 3x_4 + x_6 + x_8$$

$$s_5 = x_1 + 2x_3 + 3x_7$$

### 3.2 迭代概率译码

LDPC 码的译码采用迭代概率译码算法,它是基于置信传播(Belief Propagation, BP 算法)的逐符号软判决译码方法。

设一个 N 长 LDPC 码的校验矩阵  $H=(h_{i,j})_{MN}$ , 码字  $X=[x_1, x_2, \dots, x_N]$  表示一组码字矢量,  $x_i$  对应于  $H$  的各列,  $S=[s_1, s_2, \dots, s_M]$  表示一组校验节点,  $s_i$  对应于  $H$  的各行。仅当时  $h_{ij} \neq 0$ , 节点  $s_i$  到节点  $x_j$  由一条有向边连接, 称为 LDPC 码的双向图表示(又称二分图)。

译码的问题是寻找最可能的码字矢量  $X$  满足  $XH^T=S$ , 传输的校验子  $S$  就是  $X$  的压缩值, 作为校验子。 $X$  的似然值由虚拟信道模型决定。

令  $N(m)=\{n: H_{mn} \neq 0\}$  为参加校验  $m$  的变量节点的集合,  $M(n)=\{m: H_{mn} \neq 0\}$  为参加校验  $n$  的校验节点的集合。在  $a \in GF(q)$  上的矩阵  $H_{MN}$ , 设  $q_{mn}^a$  为除了校验节点  $m$  的其他校验节点提供信息的情况下得到的  $X$  的第  $n$  位为  $a$  的概率,  $r_{mn}^a$  为  $X$  的第  $n$  位取  $a$  时校验节点  $m$  被满足的概率。

译码信息在多个信息节点和校验节点之间来回传递, 信息节点向校验节点传递的信息记为  $q$ , 校验节点向信息节点传递的信息则记为  $r$ 。每一次迭代中, 信息节点将  $q_{mn}^a$  作为其置信度传递给和它相连的校验节点。校验节点被激活后, 把  $r_{mn}^a$  作为其置信度传递给和它相连的信息节点。在每次迭代中, 所有节点的可信度都将得到更新。每一次迭代结束后, 对码字  $X=[x_1, x_2, \dots, x_N]$  的后延概率进行更新, 直至迭代次数达到预设的最大值。

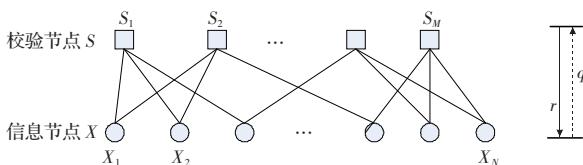


图 4 LDPC 的二分图表示

整个解码的过程可以描述如下:

**步骤 1** 初始化, 根据模拟信道模型, 给出  $q_{mn}^a$  的初始值。模拟的信道模型对提高解码的正确性很重要, 因此要选择合适的信道模型; 这里考虑的是多元域  $GF(q)$  上的拉普拉斯信道, 即  $Y=(X+Z)\mod q$ ,  $Z$  服从均值为 0, 方差为  $2\alpha^2$  的 Laplace 分布。假设码字  $Y$  的某一位为  $a \in GF(q)$ , 则由拉普拉斯信道性质,  $X$  的估计值为:

$$q_{mn}^a = f_n^a = p(x=a|y=a) = \frac{p(y=alx=a)p(x=a)}{p(y=a)} =$$

$$\frac{p(y=alx=a)p(x=a)}{\sum_{i=0}^3 p(y=alx=a+i)p(x=a+i)}$$

为便于分析, 不妨假设  $p(x=a)=p(x=a+i)=1/q$ , 则上式可简化为:

$$q_{mn}^a = f_n^a = p(x=a|y=a) = \frac{p(y=alx=a)}{\sum_{j=-(q-1)}^{q-1} p(y=alx=a+j)} = \beta \cdot p(z=0) = \beta \cdot \int_{-0.5}^{0.5} \frac{1}{2\alpha} \exp(-\frac{|z|}{\alpha}) dz$$

同样有:

$$q_{mn}^{(a+i)\mod q} = f_n^{(a+i)\mod q} = p(x=a|y=a+i) = \frac{p(y=a+ilx=a)}{\sum_{j=-(q-1)}^{q-1} p(y=alx=a+j)} = \beta \cdot p(z=i) = \beta \cdot \int_{-0.5}^{i+0.5} \frac{1}{2\alpha} \exp(-\frac{|z|}{\alpha}) dz$$

其中,  $i=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm (q-1)$ , 参数  $\beta$  是归一化系数, 为保证  $q_{mn}^a + q_{mn}^{(a+i)\mod q} = 1$ ;

**步骤 2** 设定迭代次数  $t$ 。LDPC 用于信源编码和信道编码有所不同, 信道编码中, 解码时满足  $XH^T=0$  即循环中止, 而在分布式信源编码的解码端必须循环至最大次数  $t$ ;

**步骤 3** 横向处理, 即为  $r_{mn}^a$  的更新。计算出第  $n$  位信息节点为  $a$  的条件下, 校验节点  $m$  被满足的概率:

$$r_{mn}^a = \sum_{X': x'_n=a} P(s_m|x') \prod_{j \in N(m) \setminus n} q_{mj}^{x'_j}$$

其中,  $P(s_m|x')$  根据  $x'$  是否满足节点  $m$  的校验关系取 1 或 0;

**步骤 4** 纵向处理步骤, 更新  $q_{mn}^a$ 。即除了校验节点  $m$  外的其他校验节点提供信息的情况下,  $X$  的第  $n$  个符号为  $a$  的概率:

$$q_{mn}^a = a_{mn} f_n^a \prod_{j \in M(m) \setminus m} r_{jn}^a$$

这里  $a_{mn}$  的选取, 应使得  $\sum_{a=0}^{q-1} q_{mn}^a = 1$  成立。

**步骤 5**  $t+1$ , 转入步骤 3, 直至  $t$  达到预先设定值。对  $\hat{x}$  进行

译码,  $\hat{x} = \arg \max f_n^a \prod_{j \in M(n)} r_{jn}^a$ , 作为判决输出。

### 4 仿真及结果

实验中假设信源  $X$  服从  $GF(q)$  上的均匀分布; 为更好的描述视频数据, 采用 Laplace 信道描述信源  $X, Y$  之间的统计相关性, 即  $Y=(X+Z)\mod q$ , 其中  $Z$  服从均值为 0, 方差为  $2\alpha^2$  的 Laplace 分布。分别进行了  $GF(4)$  和  $GF(8)$  域上编解码实验, 对不同进制不同码率情况下的译码性能进行比较并作图。为更好的说明问题, 给出了译码前后数据之间的相关性曲线。编码前相关性越大, 说明视频帧之间数据越接近, 码率可以较大; 译码后相关性越大, 表明译码结果越好。

图 5 中是在信源端码率为  $3/4$  时, 分别在  $GF(4)$  和  $GF(8)$  上对不同相关性的信源进行仿真的结果。横轴是两分布信源即  $X, Y$  间的相关性, 纵轴是利用边信息解码后的数据与原数据间, 即  $X, X'$  的相关性。从图中可以看出, 在  $GF(4)$  上, 当数据之间的相关性大于 0.7 时即能在译码端通过联合译码无损的

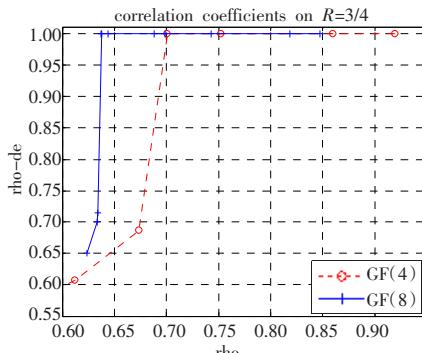


图 5 码率为 3/4 时 GF(4) 和 GF(8) 码字性能

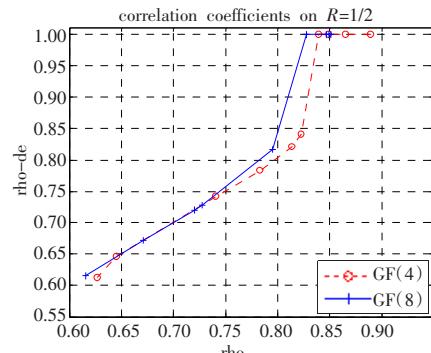


图 6 码率为 1/2 时 GF(4) 和 GF(8) 码字性能

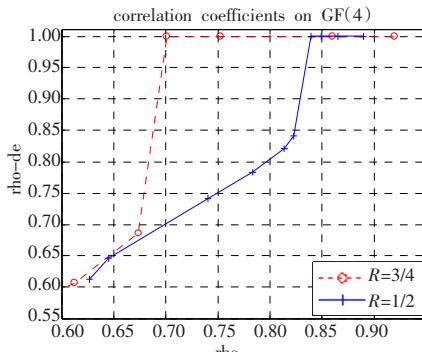


图 7 GF(4) 上码率分别为 3/4 和 1/2 时码字性能

恢复出信息;而在 GF(8) 上能完全恢复出信息的临界值减小到 0.64。图 6 是在码率为 1/2 时的性能比较。由图中数据可以得出结论,对于分布式信源编码,同一相关性条件下,采用多进制编码效果更好;随着数据之间相关性的增大,码字的性能越好。

对同一进制,不同码率条件下的译码性能做比较。分别给出了信源数据之间、源数据与译码结果之间的相关系数曲线图。结果显示,同一个域上,相关性相同时,码率越大,码字性能越好。图 7、8 分别是 GF(4)、GF(8) 上不同码率的性能曲线图。

由此可以得出结论,在分布式视频编码中,采用多进制编码性能优于二进制。这是由于基于多进制编码避免了将数据转为二进制时带来的数据之间相关信息的丢失,因此对于有限域  $GF(q)$ , $q$  越大码字性能越好。

从图中还可以看出,当信源之间的相关性较大时,解码端利用边信息可以将信源完全无损的恢复出来,这对于数据之间相关性较大的视频流的处理,是非常合适的。采用 Laplace 信道模拟数据之间的相关性,如果改换模拟信道的类型,数据上可能有差别,但是性能趋向是一致的。

## 5 结束语

传统的视频编码方式由于编码端复杂度高,在终端受限的无限视频通信和无线传感器网络中,其应用受到了约束。而分布式视频编码将编码端的复杂度转移到解码端,降低了对编码器的要求,并且能够实现高效的压缩和较强的抗干扰性能,适用于功耗受限的终端,是目前视频编码研究中的一个新方向。基于多进制 LDPC 码的编码方式由于避免了源数据转换为二进制所带来的相关性的丢失,比二进制码字性能更好,在分布式视频编码中有着更为广泛地应用前景。

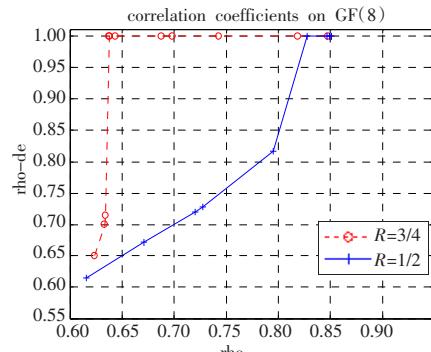


图 8 GF(8) 上码率分别为 3/4 和 1/2 时码字性能

## 参考文献:

- [1] Pradhan S S, Ramchandran K. Distributed source coding using syndromes (DISCUS): Design and construction [C]// Proc IEEE Data Compression Conf, 1999: 158–167.
- [2] Varodayan D, Aaron A, Girod B. Rate-adaptive distributed source coding using low-density parity-check codes [C]// Conference Record of the Thirty-Ninth Asilomar Conference, Signals, Systems and Computers, 2005: 1203–1207.
- [3] 文红, 符初生. LDPC 码原理与应用 [M]. 成都: 电子科技大学出版社, 2006.
- [4] 代凤艳, 王琳, 肖娟. 多进制( $Q$ -ary)LDPC 码的编译码原理 [J]. 无线通信技术, 2004(3).
- [5] Davey M C, Davey D. Low density parity check codes using  $GF(q)$  [C]// IEEE Commun Lett, 1998, 2: 165–167.
- [6] 尹晓琦, 殷奎喜, 李忠慧. 一种简化的 LDPC 码 BP 译码算法的研究 [J]. 现代电子技术, 2006, 229(14).
- [7] Zhao Y, Garcia-Frias J. Data compression of correlated non-binary sources using punctured turbo codes [C]// Proceedings of the Data Compression Conference IEEE, 2002.
- [8] 史萍. 分布式视频编码在视频压缩和容错视频传输中的应用 [J]. 中国传媒大学学报: 自然科学版, 2007, 14(3).
- [9] Liveris A D, Xiong Z, Georghiades C. Compression of binary sources with side information at the decoder using LDPC codes [C]// IEEE Commun Lett, 2002, 6(10): 440–442.
- [10] Girod B, Aaron A, Rane S, et al. Distributed video coding [C]// Proceedings of the IEEE, 2005, 93(1).