

共形 PML 下三维电磁散射矢量有限元计算

张永杰, 孙 秦

ZHANG Yong-jie, SUN Qin

西北工业大学 航空学院, 西安 710072

School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

E-mail: zyj19191@nwpu.edu.cn

ZHANG Yong-jie, SUN Qin. Vector FEM solution of 3-D electromagnetic scattering with conformal PML. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(26): 236-238.

Abstract: Conformal Perfectly Matched Layer(PML) can absorb electromagnetic wave well and satisfy geometrical shape requirement of complex scattering body. Through reducing gridding quantity in scattering section, conformal PML saves storage of computer. Based on hexahedra vector finite element in ANSYS, a new orthogonal-reinforced hexahedra vector element is created by modifying vector basis functions. Due to orthogonality of sampling nodes and orthogonality of integral simultaneously, the new vector element can strengthen diagonal elements' predominance and quicken speed of solving system question group. Numerical examples show that the new element with conformal PML can not only reduce storage requirement, but also improve speed and precision of solution. Therefore it is applicable to solve 3-D electromagnetic scattering.

Key words: conformal Perfectly Matched Layer(PML); orthogonal-reinforced hexahedra vector element; 3-D electromagnetic scattering

摘 要: 共形完全匹配层吸收边界能满足复杂构型散射体的几何外形要求, 又具有良好的电磁波吸收特性, 大幅度减少了散射区网格的数量, 达到节省计算机存储量的目的。在 ANSYS 采用的六面体矢量单元的基础上, 对矢量基函数作了一些增强正交性的修改, 使其同时具备采样点正交性和积分正交性, 得到了一种新的正交增强六面体矢量单元; 这种新单元能增强系统矩阵的对角占优特性, 加快系统方程组的求解速度。数值算例表明, 在共形完全匹配层条件下, 采用新的正交增强矢量单元进行三维电磁散射计算既能减少计算存储量, 又能提高计算速度和精度, 具有工程应用价值。

关键词: 共形完全匹配层; 正交增强六面体矢量单元; 三维电磁散射

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.26.072 **文章编号:** 1002-8331(2008)26-0236-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** O441

有限元法(FEM)已经同矩量法、时域有限差分法共同构成计算电磁学的三大主流算法。作为一种区域性方法, 有限元法受计算机存储空间和运算时间的限制, 而电磁散射是一个开域问题, 所以一般采用一些开域边界条件为有限元法界定一个有限的计算区域; 完全匹配层吸收边界是近年来出现的最出色的局域边界条件。

完全匹配层(PML)概念 1994 年由 Berenger 在文献[1]中首先提出, 定义为一种吸收介质, 在理论上对以任意角度入射的任意频率电磁波将不产生反射。1995 年 Sacks 等人在文献[2]中给出相对介电系数和磁导率为对角张量形式的 PML, 无需修改 Maxwell 方程, 可以很好地应用于有限元计算。1997 年 Kuzuoglu 和 Mittra 在文献[3]中应用解析方法在给出在柱、球坐标系下的张量形式 PML 表达后, 首次提出了共形完全匹配层概念(Conformal PML), 并结合 FEM 应用等参变化技术对其实现技术进行了细致描述。在理想状态下, 共形 PML 对入射波的吸收与频率及入射角无关, 不会改变有限元系统矩阵的稀疏性, 只需增加 PML 的厚度就可以实现更好的吸收效果。与传统

的吸收边界相比, 共形 PML 能够适应复杂结构外形的散射计算, 大幅度减少散射区网格的数量, 从而大大减少了计算机的存储量, 因此得到了广泛地应用。

有限元法结合适当的吸收边界能够计算电磁散射问题, 但在三维矢量场计算中传统的节点单元会遇到三个难题: (1) 介质交界面上场的不连续性; (2) 伪解; (3) 导体和介质边角处场的奇异性。这些难题几乎都可以利用矢量单元来克服, 矢量单元亦称棱边单元, 它将物理量的自由度赋予单元的棱边而不是节点。此外, 矢量单元处理普通的 Dirichlet 边界条件也比节点单元方便。因此在三维电磁散射计算中, 矢量单元优于节点单元。近年来随着一些曲边高阶矢量单元^[4]的相继出现, 矢量有限元法得到了广泛地关注。本文构造的就是一种新的正交增强六面体矢量单元。

本文的主要研究内容是, 在共形 PML 条件下, 采用本文构造的新型正交增强六面体矢量单元进行三维电磁散射计算, 通过算例证实了这种共形 PML 吸收边界结合新的正交增强矢量单元的方法, 不仅能减少计算存储量, 而且能提高计算速度和

基金项目: 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.10477018); 西北工业大学创新基金。

作者简介: 张永杰(1979-), 男, 博士生, 主要从事飞行器隐身设计与有限元数值计算研究。

收稿日期: 2007-11-07 **修回日期:** 2007-12-27

精度, 具有较好的工程应用价值。

1 三维矢量有限元法

对于三维电磁散射问题, 采用 PML 吸收边界条件时, 散射场满足如下矢量波动方程^[6]:

$$\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \bar{\bar{A}}^{-1} \cdot \nabla \times E^i \right) - k_0^2 \varepsilon_r \bar{\bar{A}} \cdot E^i = -\nabla \times \left(\frac{1}{\mu_r} \bar{\bar{A}}^{-1} \cdot \nabla \times E^i \right) + k_0^2 \varepsilon_r \bar{\bar{A}} \cdot E^i \quad (1)$$

其中 E^i 、 E^s 分别为入射场和散射场, $\bar{\bar{A}}$ 为 PML 的张量本构参数。应用变分原理, 可以得到方程式(1)对应的泛函表达式:

$$F(E^s) = \frac{1}{2} \int \int \int_V \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times E^s) \cdot \bar{\bar{A}}^{-1} \cdot (\nabla \times E^s) - k_0^2 \varepsilon_r E^s \cdot \bar{\bar{A}} \cdot E^s \right] dv + \int \int \int_V \left[\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times E^s) \cdot \bar{\bar{A}}^{-1} \cdot (\nabla \times E^i) - k_0^2 \varepsilon_r E^s \cdot \bar{\bar{A}} \cdot E^i \right] dv \quad (2)$$

对此泛函进行有限元离散, 可得:

$$F(E) = \frac{1}{2} \sum_{e=1}^M (\{E^e\}^T [K^e] \{E^e\} - \{E^e\}^T \{b^e\}) \quad (3)$$

其中 M 是有限元模型中网格单元的总个数, $[K^e]$ 是有限元单元刚度矩阵, $\{b^e\}$ 是右端项, 它们的元素分别计算如下:

$$K_{ij}^e = \int \int \int_V \frac{1}{\mu_r} (\nabla \times N_i^e) \cdot (\bar{\bar{A}}^{-1})^{-1} \cdot (\nabla \times N_j^e) dv - \int \int \int_V k_0^2 \varepsilon_r N_i^e \cdot \bar{\bar{A}} \cdot N_j^e dv \quad (4)$$

$$b_i^e = \int \int \int_V \left[-\frac{1}{\mu_r} (\nabla \times N_i^e) \cdot \bar{\bar{A}}^{-1} \cdot (\nabla \times E^{inc}) + k_0^2 \varepsilon_r N_i^e \cdot \bar{\bar{A}} \cdot E^{inc} \right] dv \quad (5)$$

应用泛函极小值原理, 加入 Dirichlet 边界条件, 便可得到有限元系统方程组:

$$[K][E] = \{b\} \quad (6)$$

2 一种新的正交增强矢量单元

本文构造的这一种新的正交增强六面体矢量单元是从 ANSYS 软件所用的 20 节点曲边六面体矢量单元改进而来的, ANSYS 软件所用的矢量基函数描述如下(以 u 方向的矢量基函数为例):

$$\begin{cases} N_u^e = (1 \pm u)v(1 \pm v)w(1 \pm w)\nabla u \\ N_{u1}^e = (1 \pm u)(v^2 - 1)w(1 \pm w)\nabla u \\ N_{u2}^e = (1 \pm u)v(1 \pm v)(w^2 - 1)\nabla u \\ N_u^v = (1 \pm u)(v^2 - 1)(w^2 - 1)\nabla u \end{cases} \quad (7)$$

其中 N_u^e 表示 8 个边矢量; N_{u1}^e 和 N_{u2}^e 表示 8 个面矢量, 下标 1、2 表示该方向上的 2 个面矢量; N_u^v 表示 2 个体矢量。

v 方向和 w 方向的矢量基函数可以类比 u 方向的矢量基函数得到, 这种单元共有 54 个矢量基函数。可以看出上述的矢量基函数虽然满足正交性条件, 并不满足克罗内克条件, 即:

$$\int_{l_j} N_i \hat{t}_j ds = \delta_{ij} \quad (8)$$

其中 δ_{ij} 为克罗内克记号。这里路径 l_j 指单元基函数所对应的棱边, \hat{t}_j 为单位切矢量。如果对上述基函数进行归一化处理, 就可以满足克罗内克条件, 具体做法如下(以 u 方向的矢量基函数为例):

$$\begin{cases} N_u^e = \pm \frac{1}{8} (1 \pm u)v(1 \pm v)w(1 \pm w)\nabla u \\ N_{u1}^e = \pm \frac{1}{4} (1 \pm u)(v^2 - 1)w(1 \pm w)\nabla u \\ N_{u2}^e = \pm \frac{1}{4} (1 \pm u)v(1 \pm v)(w^2 - 1)\nabla u \\ N_u^v = \pm \frac{1}{2} (1 \pm u)(v^2 - 1)(w^2 - 1)\nabla u \end{cases} \quad (9)$$

v 方向和 w 方向的矢量基函数可以类比 u 方向的矢量基函数得到, 这种基函数在棱边采样点上还具有如下性质:

$$N_i \hat{t}_j = \delta_{ij} \quad (10)$$

这样改进的矢量单元主要有以下优点:(1)矢量基函数同时具有采样点正交性和积分正交性, 能够增强有限元系统矩阵的对角占优性, 降低系统矩阵的条件数, 有效提高系统方程组的求解速度。(2)对于 Dirichlet 边界条件, 计算展开系数时不必再利用式(8)的积分正交性, 可以直接由式(10)的采样点正交性来确定, 避免了数值积分, 提高了计算精度。因此, 把这种改进的矢量单元称为一种新的正交增强六面体矢量单元。

3 共形完全匹配层

共形完全匹配层是一种有耗各向异性媒质组成的凸且光滑的壳体, 共形是指匹配层的内表面与散射体的外表面或者包围散射体的虚拟闭合面构成等距曲面。共形匹配层的壳体可以看作由无数与壳体内表面等距的闭合曲面构成, 在每个等距曲面上, 构成共形匹配层的各向异性媒质可表示为 $\bar{\bar{\mu}} = \mu_r \bar{\bar{A}}$ 和 $\bar{\bar{\varepsilon}} = \varepsilon_r \bar{\bar{A}}$ 的形式, 其中

$$\bar{\bar{A}} = u_1 u_1 \left(\frac{s_2 s_3}{s_1} \right) + u_2 u_2 \left(\frac{s_1 s_3}{s_2} \right) + u_3 u_3 \left(\frac{s_1 s_2}{s_3} \right) \quad (11)$$

这里 u_1 、 u_2 、 u_3 是局部正交坐标系的单位坐标向量, u_1 、 u_2 指向局部坐标原点所在等距曲面的主方向, u_3 是指向该点处等距曲面的外法线方向, u_1 、 u_2 、 u_3 构成右手坐标系。式(11)括号中的变量决定了共形 PML 的吸收特性, 具体计算公式如下:

$$\begin{cases} s_1 = \frac{r_{01} + \tilde{\xi}_3}{r_1} \\ s_2 = \frac{r_{02} + \tilde{\xi}_3}{r_2} \\ s_3 = s \\ \tilde{\xi}_3 = \int_0^{\xi_3} s(\zeta) d\zeta \end{cases} \quad (12)$$

其中 s 是 ξ_3 方向的复延拓变量, r_1 、 r_2 、 r_{01} 、 r_{02} 是曲面上某点主方向对应的主曲率半径。

若 u_1 、 u_2 、 u_3 对应的局部坐标系分别为 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 , 则在局部坐标系下 $\bar{\bar{A}}$ 的矩阵形式为:

$$\bar{\bar{A}}_{\xi_1, \xi_2, \xi_3} = \begin{bmatrix} \frac{s_2 s_3}{s_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{s_1 s_3}{s_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{s_1 s_2}{s_3} \end{bmatrix} \quad (13)$$

4 数值算例

算例 1 金属球体, 直径 0.6λ , 共形匹配层厚度 0.3λ , 与球

体表面的距离为 0.2λ 。共形匹配层内划分了 6 层网格,匹配层与球体之间的散射区内划分了 4 层网格;如下图 1 所示。

算例 2 金属椭球体,长轴为 0.7λ ,短轴为 0.2λ ,共形匹配层厚度 0.3λ ,与椭球体表面的距离为 0.25λ 。共形匹配层内划分了 6 层网格,匹配层与球体之间的散射区内划分了 5 层网格;如图 2 所示。

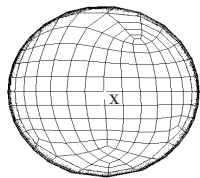


图1 金属球网格图

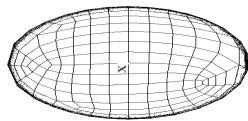


图2 金属椭球网格图

算例中平面电磁波的频率均为 600 MHz。图 3 给出了使用共形 PML 结合新单元得到的金属球双站 RCS 与精确解的比较,图 4 给出了使用共形 PML 结合新单元得到的金属椭球单站 RCS 与矩量法计算结果的比较;可以看出共形 PML 具有很好的边界吸收效果,计算精度高。

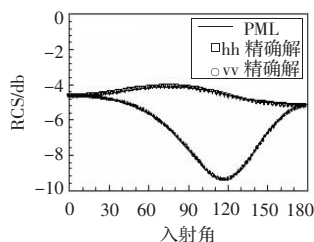


图3 金属球双站 RCS 图

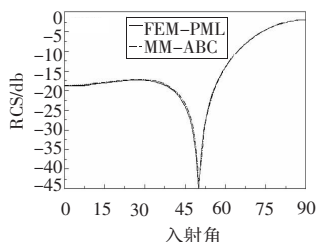


图4 金属椭球单站 RCS 图

以上算例中系统方程组的求解均采用文献[5]给出的 ICCG 方法,运算结果均在 P4.2.8 G CPU,512 M 内存的微机上得到,编程语言为 FORTRAN90。表 1 给出了使用本文改进的正交增强矢量单元与原单元在计算速度上的比较,可以看出本文改进的正交增强矢量单元能够有效提高计算速度。

表1 ICCG 方法求解速度比较

算例	方程组阶数	单元种类	迭代次数	计算时间/s
1	8 422	ANSYS 矢量单元	122	5.781
		本文改进矢量单元	94	4.923
2	10 464	ANSYS 矢量单元	152	7.364
		本文改进矢量单元	113	6.115

5 结论

本文采用共形 PML 吸收边界对三维散射问题进行了矢量有限元计算,从 ANSYS 使用的矢量单元出发构造出了一种新的正交增强矢量单元。通过数值算例的比较,表明共形 PML 吸收边界结合新的正交增强矢量单元的方法,不仅具有很好的边界吸收效果,有效减少了散射区网格数量,而且能够提高计算速度和精度,在电磁散射有限元计算中具有良好的应用前景。

参考文献:

- [1] Berenger J P.A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves[J].J Comput Phys,1994,114(2):185-200.
- [2] Sacks Z S,Kingsland D M,Lee R.A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition[J].IEEE Trans Antennas Propagat,1995,43:1460-1463.
- [3] Kuzuoglu M,Mitra R.Investigation of nonplanar perfectly matched absorbers for finite-element mesh truncation[J].IEEE Trans Antennas Propagat,1997,45(3):474-486.
- [4] Li Jiang-hai,Sun Qin.Constructing a class of orthogonal-reinforced hierarchical hexahedra vector FE[J].Chinese Journal for Computational Physics,2006,23(1):32-36.
- [5] Zhang Yong-jie,Sun Qin,Li Jiang-hai.An improved ICCG method of large scale sparse linear equations[J].Chinese Journal for Computational Physics,2007,24(4):183-186.
- [6] Jin J M.The finite element method in electromagnetics[M].2nd ed. New York:Wiley,2002.

(上接 235 页)

表1 实验结果

缓存容量	实验用时/min	性能提高量/(%)
0	5:58.93	-
500	5:01.77	15.93
800	4:22.01	27.00
1 000	3:28.65	41.87
1 200	3:52.31	35.28
1 500	4:14.11	29.20

(2)随着缓存记录数量的增加,运行用时在不断地减少,但并非一直如此,会有一个最低点,在到达最低点之后用时将会开始增加。

5 结束语

从长远的角度来考虑,一个安全的体系结构将提高整个系统的效率和可信度。面对电子病历信息系统的安全需求,基于 Web 的 RBAC 权限验证机制不仅保障了用户信息的安全,同时也应用缓冲策略提高了系统的效率。因此,在电子病历系统中,

基于 Web 的 RBAC 权限验证机制的优势得到了很好地发挥。

参考文献:

- [1] 王凯成.电子病历的法律地位及应用的可行性[J].中华医院管理杂志,2005(8):554-557.
- [2] 蒋友毅,宋靖宇,钟华.P-RBAC:一种门户环境下的访问控制模型[J].计算机工程与应用,2007,43(12):119-123.
- [3] Al-Kahtani M,Sandhu R.A model for attribute-based user-role assignment [C]//The Proceedings of the 18th Annual Computer Security Applications Conference.Las Vegas NV:IEEE,December 2002:353-362.
- [4] Sandhu R S,Park J S.Decentralized user-role assignment for Web-based intranets[C]//The Proceedings of the Third ACM Workshop on Role-Based Access Control.New York:ACM Press,1998.
- [5] Laurent S.Cookies[M].New York:McGraw-Hill,1998.
- [6] Park J S,Sandhu R S.Secure cookies on the Web[J].IEEE Internet Compute,2000,4(4):36-44.
- [7] 董斌.基于 PKI 的数字认证中权限管理的研究与设计[D].保定:华北电力大学计算机科学与技术学院,2006.