



## 全长锚固锚杆的托板效应

杨更社 何唐镛

(西安矿业学院, 西安, 710054)

### 提 要

托板是锚杆的重要组成部分, 分析锚杆的作用机理时, 托板效应不可忽视。本文首先建立了托板与围岩相互作用模型, 推导了托板反力表达式, 着重分析了托板对全长锚固锚杆内力分布的影响, 并用现场实测资料给予检验, 结果表明, 现场实测和理论分析结果是较为一致的, 从而得出对全长锚固锚杆作用机理的进一步认识。

### 一、引 言

大量岩石工程实践表明, 锚杆支护是一种经济有效的支护形式。托板(垫板)对锚杆支护具有良好的作用。现今各类岩石及地下工程支护中, 除用量渐少的钢丝绳砂浆锚杆外, 绝大多数锚杆都带有托板。某些锚杆标准(如GJB—86)规定: “各种岩石锚杆在使用时, 必须安装托板”。但有关锚杆的托板效应问题一直未引起学术界的足够重视, 对锚杆作用机理的分析亦停留在不考虑托板的基础上, 目前国内流行的全长锚固锚杆中性点理论<sup>〔1〕〔5〕</sup>亦未对托板影响进行分析。本文以托板与围岩之间的相互作用为前题, 推导了托板反力的表达式; 着重分析了托板对全长锚固锚杆内力分布的影响; 并用我院《软岩攻关组》研制的蛇形可伸锚杆进行了现场实测。结果表明, 现场实测结果和理论分析比较一致, 从而得出了一些有意义的结论。为了便于分析, 本文首先作如下假定:

- (1) 围岩是均质、连续的各向同性体, 原岩处于静水压力状态;
- (2) 巷道(隧道)无限长, 断面为圆形, 属平面变形问题;
- (3) 锚杆和托板均为线弹性体; 锚杆沿圆巷径向布置;
- (4) 视托板为 Winkler 地基上受集中力作用的自由边圆形薄板。

## 二、托板与围岩的相互作用

图1为托板与围岩相互作用模型, 设托板在集中荷载作用下变形后的挠度为 $w$ , 从假定(4)可知, 托板与围岩单位面积上的相互作用力为 $kw$  ( $k$ 为基础系数), 则托板的弯曲控制方程(欧拉-拉格朗日方程)为

$$D \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right)^2 w + kw = q \quad (1)$$

式中:

$D$ —托板弯曲刚度,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)};$$

$E, \mu$ —托板的弹模与泊松比;

$h$ —托板厚度;

$r$ —托板中心至所求点之距离;

$q$ —集中荷载 $Q$ 的等效分布荷载。

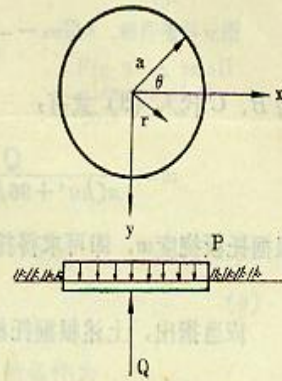


图1 托板模型

Fig.1 The backing plate model

式(1)可以通过修正的开尔文函数求解, 但这些函数用于数值计算比较困难, 鉴于这个原因, 我们可以通过托板总位能泛函求得其近似解答<sup>[3]</sup>.

托板总位能的泛函为

$$\begin{aligned} \pi = & \int_0^{2\pi} \int_0^a \left[ \frac{D}{2} \left\{ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right)^2 - 2(1-\mu) \times \right. \right. \\ & \times \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right) \left( \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) - \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right)^2 \right] \left. \right] - \\ & - q(r, \theta) w + \frac{kw^2}{2} \Big] r dr d\theta \quad (2) \end{aligned}$$

其近似解形式为:

$$w = B + C \left( \frac{r}{a} \right)^2 \quad (3)$$

式中:  $B, C$ 为待定系数.

将(3)代入(2)式有:

$$\pi = \frac{4\pi D}{a^2} (1+\mu) C^2 + \pi k \left( \frac{1}{2} B^2 a^2 + \frac{1}{2} B C a^2 + \frac{1}{6} C^2 a^2 \right) - Q \cdot B$$

对 $B, C$ 取极值, 可得联立方程为

$$\begin{cases} B+C \left[ \frac{2}{3} + \frac{16D(1+\mu)}{ka^4} \right] = 0 \\ B + \frac{C}{2} = \frac{Q}{\pi ka^2} \end{cases} \quad (4)$$

解得:

$$B = \frac{Q[4ka^4 + 96D(1+\mu)]}{ka^2 \pi [ka^4 + 96D(1+\mu)]}$$

$$C = -\frac{6Qa^2}{\pi [ka^4 - 96D(1+\mu)]}$$

将  $B$ 、 $C$  代入 (3) 式有:

$$w = \frac{Q}{\pi [ka^4 + 96D(1+\mu)]} \left[ \frac{4ka^4 + 96D(1+\mu)}{ka^2} - 6r^2 \right] \quad (5)$$

根据托板挠度  $w$ ，即可求得托板与围岩之间的相互作用力  $P$ ：

$$P = k \cdot w \quad (6)$$

应当指出，上述根据托板弯曲挠度求应力只是一种近似解答。

### 三、托板对锚杆杆体内力分布的影响

锚杆在岩石支护中主要是受剪力作用的，但由于巷道（隧道）围岩不同深度处的变形量不同，所以剪应力方向不一定完全一致。根据我们实测<sup>(8)</sup>，带托板的全长锚固锚杆，有图 2 所示的两种受力情况。(a) 杆体内剪应力方向完全一致，剪应力平衡了托板的集中荷载。(b) 杆体内剪应力方向部分与托板集中荷载相同，部分相反。

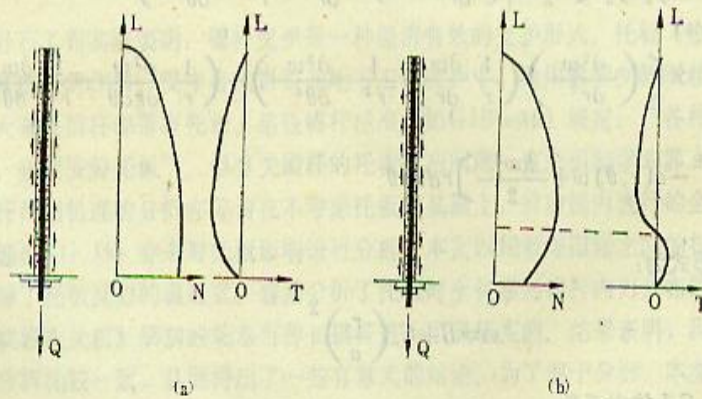


图 2 全长锚固锚杆受力情况

Fig. 2 Forces acting on a wholly grouted bolt

取杆体微单元如图 3，其平衡关系式为

$$dN = T \cdot dr \quad (7)$$

式中:  $T$ —锚杆表面单位长度上的剪力;

$N$ —锚杆轴力。

根据虎克定律, 锚杆轴力为

$$N = A_b E_b \epsilon_b = A_b E_b \frac{dU_b}{dr} \quad (8)$$

式中:  $A_b$ —锚杆折算横截面积;

$$A_b = A_r + \frac{E_b}{E_c} A_c;$$

$A_r, E_b$ —杆体横截面积和弹性模量;

$A_c, E_c$ —粘结剂的横截面积和弹模;

$\epsilon_b, U_b$ —杆体的应变和位移。

由 (7)、(8) 两式可得

$$T = A_b E_b \frac{d^2 U_b}{dr^2} \quad (9)$$

锚杆在表面剪力  $T$  及外端托板反力  $Q$  作用下的静力平衡条件为

$$\int_{R_0}^{R_0+L} T \cdot dr + Q = 0 \quad (10)$$

式中:  $R_0$ —巷道(隧道)半径;

$L$ —锚杆长度。

假定锚杆表面处围岩的实际位移  $U(r)$  与无锚杆条件下围岩的位移  $U_0(r)$  之差为

$$F(r) = U_0(r) - U(r) \quad (11)$$

并且假定锚杆与围岩之间没有相对位移,

$$\text{即: } U_b(r) = U(r) \quad (12)$$

所以

$$U_b(r) = U_0(r) - F(r) \quad (13)$$

对于弹塑性围岩, 在无锚杆支护条件下, 巷道周边位移为 (4)

$$U_0(r) = \frac{A}{r} \quad (14)$$

$$A = \frac{(P \cdot \sin\varphi + c \cdot \cos\varphi) R_p^2}{2G}$$

式中:  $c, \varphi$ —围岩粘结力与内摩擦角;

$P$ —原岩应力;

$G$ —围岩剪切弹模;

$R_p$ —巷道塑性半径。

$$R_p = R_0 \left[ \frac{(P + c \cdot \text{ctg}\varphi)(1 - \sin\varphi)}{c \cdot \text{ctg}\varphi} \right]^{\frac{1 - \sin\varphi}{2\sin\varphi}}$$

进一步取  $F(r)$  为幂级数形式:

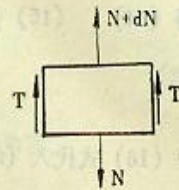


图 3 锚杆微单元图

Fig. 3 A small element of the bolt

$$F(r) = m_1 + m_2 r + m_3 r^2 \quad (15)$$

$m_1$ 、 $m_2$ 、 $m_3$ 为待定系数。

将(14)、(15)代入(13)式得

$$U_b(r) = \frac{A}{r} - m_1 - m_2 r - m_3 r^2 \quad (16)$$

将(16)式代入(8)、(9)式不难求得锚杆轴力和剪力的一般表达式为

$$N = A_b E_b \left( -\frac{A}{r^2} - m_2 - 2m_3 r \right) \quad (17)$$

$$T = A_b E_b \left( \frac{2A}{r^3} - 2m_3 \right) \quad (18)$$

下面进一步讨论图2两种情况下锚杆的规律性。1) 对于图2(a)的受力情况(围岩变形量较大时), 其边界条件为:

$$\begin{cases} r = R_0 & T = 0 \\ r = R_0 + L & N = 0 \end{cases} \quad (19)$$

将(19)式边界条件代入(17)、(18)式求得待定系数:

$$\begin{cases} m_2 = -\frac{A}{(R_0 + L)^2} - \frac{2A(R_0 + L)}{R_0^3} \\ m_3 = \frac{A}{R_0^3} \end{cases} \quad (20)$$

将(20)式代入(17)、(18)式可求得图2(a)受力情况下轴力和剪力的表达式

$$\begin{cases} N = A_b E_b \left( -\frac{A}{r^2} + \frac{A}{(R_0 + L)^2} + \frac{2A(R_0 + L)}{R_0^3} - \frac{2A}{R_0^3} r \right) \\ T = A_b E_b \left( \frac{2A}{r^3} - \frac{2A}{R_0^3} \right) \end{cases} \quad (21)$$

对  $N$  求极值:

$$\frac{dN}{dr} = A_b E_b \left( \frac{2A}{r^3} - \frac{2A}{R_0^3} \right)$$

$$\frac{d^2N}{dr^2} = A_b E_b \left( -\frac{6A}{r^4} \right)$$

$$\text{令: } \frac{dN}{dr} = 0$$

$$\text{得: } r = R_0$$

而:

$$\left. \frac{d^2N}{dr^2} \right|_{r=R_0} = A_b E_b \left( -\frac{6A}{R_0^4} \right) < 0$$

所以, 当  $r = R_0$  时,  $N$  有极大值:

$$N_{\max} = N \Big|_{r=R_0} = A_b E_b \left[ \frac{(3R_0+2L)L^2}{R_0^3(R_0+L)^2} A \right]$$

$$T \Big|_{r=R_0} = 0 \quad (22)$$

上式表明, 在巷道周边托板处, 锚杆轴力达最大值, 而剪力为零。

将 (21) 式代入平衡方程 (10) 式, 有:

$$\int_{R_0}^{R_0+L} A_b E_b \left( \frac{2A}{r^3} - \frac{2A}{R_0^3} \right) dr + Q = 0$$

解得:

$$Q = A_b E_b \left[ \frac{(3R_0+2L)L^2}{R_0^3(R_0+L)^2} A \right] \quad (23)$$

上式表明, 在此情况下,  $N_{\max} = Q$ , 锚杆最大轴力等于托板反力, 最大轴力作用点位于托板处, 而托板处的剪应力为零, 中性点亦位于托板处, 中性点半径  $r = R_0$ 。

2) 对于图 2(b) 的受力情况 (围岩变形量一般), 其边界条件为

$$\begin{cases} r=R_0 & T=0 \\ r=r_x & T=0 \\ r=R_0+L & N=0 \end{cases} \quad (24)$$

将 (24) 式边界条件代入 (17)、(18) 式, 求得待定系数为

$$\begin{cases} m_2 = -\frac{A}{(R_0+L)^2} - \frac{2A(R_0+L)}{r_x^2} \\ m_3 = \frac{A}{r_x^3} \end{cases} \quad (25)$$

按与 (21) 式相同的方法求极值, 可得当  $r=r_x$  时,  $N$  有极大值, 而  $T$  为零, 所以  $r_x$  为图 2(b) 受力情况下的中性点半径。

由 (18) 式及平衡方程 (10) 式有

$$\int_{R_0}^{R_0+L} A_b E_b \left( \frac{2A}{r^3} - 2m_3 \right) dr + Q = 0 \quad (26)$$

将 (25) 式的  $m_3$  代入 (26) 式, 得:

$$r_x = \sqrt[3]{\frac{2AL}{(2R_0+L)AL} + \frac{Q}{A_b E_b}} \quad (27)$$

由上式可见,  $r_x$  是托板反力  $Q$  的函数,  $r_x$  随着  $Q$  的增大而减小, 显然上式具有普遍的意义。

当  $Q = A_b E_b \left[ \frac{(3R_0+2L)L^2}{R_0^3(R_0+L)^2} A \right]$  时,

可求得最小中性点半径为

$$r_x^{\min} = R_0 \quad (28)$$

此时, 锚杆受力情况如图 2(a) 所示. 显然, 图 2(a) 只是图 2(b) 的一种特殊情况.

当  $Q = 0$ , 即无托板时, 可求得最大中性点半径,  $r_x^{\max}$ ,

$$r_x^{\max} = \sqrt[3]{\frac{2R_0^2(R_0+L)^2}{(2R_0+L)}} \quad (29)$$

这一结果与许多文献〔5〕不考虑锚杆托板的推导结果是一致的. 显然, (27) 式中中性点半径的表达式具有普遍的意义,  $r_x$  随着  $Q$  的增大而减小 (中性点向孔口方向移动),  $r_x$  的变化范围为  $r_x^{\min} \leq r_x \leq r_x^{\max}$ .

#### 四、新型锚杆的设计

根据前面锚杆的托板效应理论, 我院在承担“七五”国家科研攻关项目《软岩巷道支护》时, 设计了一种新型的接近全长锚固的可伸长锚杆, 锚杆结构如图 4 所示.

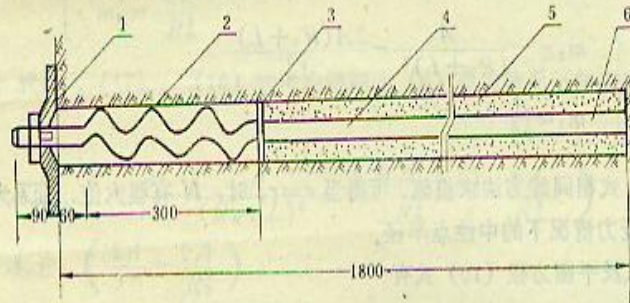


图 4 蛇形可伸长锚杆结构图

Fig. 4 The structure of the snake-shaped extendable bolt

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| 1、弧形托板 (arcuate backing plate) | 2、蛇形弯曲段 (snake-shaped segment) |
| 3、挡片 (retainer ring)           | 4、直杆段 (straight segment)       |
| 5、锚固剂 (grout)                  | 6、扁平端头 (flat end segment)      |

为了施工方便, 托板 (垫板) 设计成弧形托板, 外形尺寸为  $150 \times 150 \times 8\text{mm}$ , 杆体为  $\phi 16\text{mm}$  3 号钢, 有 3 个波形段, 能适应软岩大变形的要求, 受力后可随受力大小自由伸长. 直杆段用快硬水泥卷锚固, 整个锚杆接近全长锚固. 需要指出的是, 由于托板的存在, 改变了杆体内的应力分布状态, 使得最大轴力作用点向托板附近移动. 所以, 设计锚杆时, 应特别注意托板附近杆体的强度. 此锚杆正是基于这个思想设计的, 蛇形段及托板外端丝扣部分经过热处理, 强度不低于杆体部分.

## 五、托板效应的实际测定

为了验证锚杆的托板效应理论, 在承担《软岩巷道支护》的施工过程中进行了实际井下测定。

平庄矿务局红庙二井总回风巷位于特软的强膨胀泥岩中, 巷道直径4.2m, 断面 $13.2\text{ m}^2$ 。1987年10月在掘进巷道时, 安装测力锚杆4根。测力锚杆和实际施工用锚杆完全相同。为了补偿煤矿井下温度效应的影响, 安装补偿锚杆一根, 此锚杆不装水泥卷, 只起温度补偿作用。测力锚杆安装位置如图5所示。C、B、D三根锚杆在同一断面上, A杆在相距600mm的另一断面上, 补偿锚杆在两断面之间。根据井下实际测定的应变值, 计算出锚杆的轴向力分布状态, 其顶部, 左帮、右帮锚杆的轴向力分布状态如图6所示。

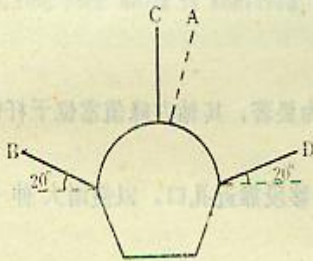


图5 测力锚杆布置图

Fig.5 Layout of force-measuring bolts in the tunnel

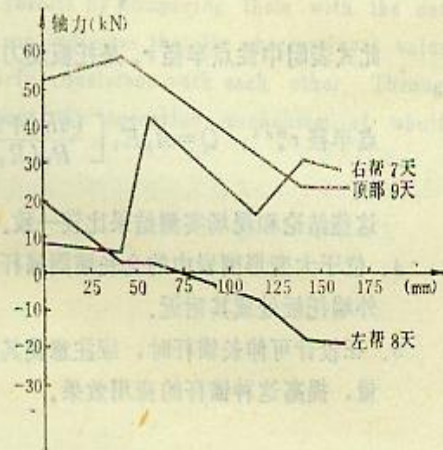


图6 测力锚杆轴力分布

Fig.6 The distribution of axial force in measuring bolts

图6的实测结果表明, 最大轴力作用点并非在锚杆的中部。由于托板效应, 使得最大轴力作用点(中性点)位置向围岩表面(托板处)移动, 左帮锚杆的中性点甚至移到了托板处。这些结果和前面的理论分析是较为一致的。有限元数值计算<sup>[9]</sup>也获得过与此相似的规律。

此外, 为了检验托板的质量, 我们还对50m试验巷道进行了全面检查, 所有锚杆都处于锚固状态, 但有些弧形托板被拉平, 有些甚至拉翻。所以, 在软岩巷道支护中, 由于锚杆的受力较大, 托板的质量对于实际施工有着至关重要的作用。在加工托板时, 一方面要保证其厚度, 另一方面也可进行热处理, 以提高其强度。



## 六、结 论

1. 托板是锚杆的重要组成部分, 分析全长锚固锚杆的作用机理时, 托板效应不能忽视。
2. 带托板的全长锚固锚杆, 其杆体外端部的轴力不为零, 锚杆在托板反力  $Q$  和表面剪力  $T$  作用下, 其平衡方程为

$$\int_{R_0}^{R_0+L} T \cdot dr + Q = 0$$

3. 带托板的全长锚固锚杆中性点半径的表达式是

$$r_x = \sqrt[3]{\frac{2AL}{(2R_0+L)AL} + \frac{Q}{R_0^2(R_0+L)^2} + \frac{Q}{A_b E_b}}$$

此式表明中性点半径  $r_x$  是托板反力  $Q$  的函数, 无托板时,  $Q=0$ , 有最大中性

点半径  $r_x^{max}$ ;  $Q=A_b E_b \left[ \frac{(3R_0+2L)L^2}{R_0(R_0+L)^2} A \right]$  时, 有最小中性点半径  $r_x^{min}=R_0$ 。

这些结论和现场实测结果比较一致。

4. 位于大变形围岩中的全长锚固锚杆, 托板效应尤为显著, 其轴力峰值常位于杆体外端托板处或其附近。
5. 在设计可伸长锚杆时, 应注意使其可延伸段或滑移段靠近孔口, 以便增大伸长量, 提高这种锚杆的应用效果。

## 参 考 文 献

- (1) 王明旭, 全长锚固锚杆机理的探讨, 东北工学院科技情报资料, 4, 1-10, 1982.
- (2) 张德兴, 砂浆锚杆与喷射混凝土受力分析, 岩土工程学报, No. 3, 1985.
- (3) C. L. Dym, I. H. Shames, 《固体力学变分法》, 中国铁道出版社, 343-347, 1984.
- (4) 于学敏等, 《地下工程围岩稳定性分析》, 煤炭工业出版社, 136-144, 1983, 12.
- (5) 陈进等, 砂浆锚杆的加固作用计算, 建井技术, No. 1, 1987.
- (6) 王建智、何唐铺、杨更社, 托板对全长锚固锚杆内力的影响, 西安矿业学院学报, No. 3, 7-12, 1989.
- (7) 郭长生、杨更社、霍志芳, 蛇形可伸长锚杆工作状态的测定, 煤炭科学技术, No. 8, 29-29, 1989.
- (8) 东煤公司等单位合编, 平庄红庙软岩支护工艺鉴定材料, 1983.
- (9) 何唐铺、王建智, 全长锚固锚杆与围岩相互作用的有限元分析, 西安矿院资料, 1-13, 1987.

# EFFECTS OF THE BACKING PLATE OF A WHOLLY GROUTED ROCK BOLT

Yang Gengshe He Tangyong  
(Xi'an Mining Institute, Xi'an 710054)

## Abstract

Effects of the backing plate cannot be neglected when analysing the operation mechanism of rock bolts because it is an important part of rock bolts. This paper has established a model for the interaction between the backing plate and the surrounding rock, derived the expression for the reaction exerted by the backing plate, emphatically analysed the influence of the backing plate on the stress distribution in a wholly grouted rock bolt and verified the analytical results by comparing them with the data of in-situ observation. The result of comparison indicates that the observational values and the result of theoretical analysis are fairly consistent with each other. Through the present study, a further understanding about the operation mechanism of wholly grouted rock bolts is achieved.