

分形噪声中 BPSK 信号检测的小波谱相关方法研究

李 强, 刘全金

LI Qiang, LIU Quan-jin

安庆师范学院 物理系, 安徽 安庆 246011

Department of Physics, Anqing Teachers College, Anqing, Anhui 246011, China

E-mail: leelyq@126.com

LI Qiang, LIU Quan-jin. Detection of BPSK signals from fractal noise based on wavelet spectral correlation. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(14): 125-127.

Abstract: Wavelet transform as a new time-frequency analysis method, its wavelet spectra characterizes time-frequency character of signals. This paper first analyzes wavelet spectra and compares with Wigner-Ville distribution. Then based on time-frequency theory, expands wavelet spectra to correlation region and proposes method of wavelet spectral correlation. Last applicates wavelet spectral correlation method to detection of BPSK signals embedded in fractal noise. Computation simulations provide the results of discussion.

Key words: BPSK signal; fractal noise; spectral correlation; wavelet spectral correlation

摘 要: 小波变换作为一种新兴时频分析方法, 其小波谱表征了信号的时频特性。对信号的小波谱以及与魏格纳-维尔分布之间的关系进行了较为详细地讨论。根据时频分析的理论, 把小波谱扩展到了小波谱相关域, 提出了小波谱相关分析方法, 并应用到分形噪声和 BPSK 信号的分析上, 探讨了它们的相应特性。根据探讨的结果, 提出了分形噪声中 BPSK 信号检测的小波谱相关方法, 并对讨论的结果进行了计算机仿真。

关键词: BPSK 信号; 分形噪声; 谱相关; 小波谱相关

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.14.038 文章编号: 1002-8331(2009)14-0125-03 文献标识码: A 中图分类号: TP391

1 引言

在复杂信号环境中, 要实现对低信噪比 MPSK 信号的检测和参数估计是个比较困难的问题, 其理论和方法也一直在研究中。由于 MPSK 信号是采用编码调制的周期信号, 具有典型的循环平稳性, 因此可利用 MPSK 信号的循环谱密度函数特征完成其检测及参数估计。在这些文献的方法中都假设噪声为平稳的白噪声, 而现实中通信环境比较复杂, 信号在传输过程中受到的噪声干扰是多样的, 比如 $1/f$ 分形噪声。具有自相似性和长程相关性的 $1/f$ 分形噪声是一种常见的不平稳随机过程。如: 电子器件噪声、分形背景上的电磁散射回波、通信信道上的猝发误差等都是或近似是 $1/f$ 分形噪声。近年来 $1/f$ 分形信号的处理成为信号检测与估计、图像处理的研究热点, 其在语音、图像、雷达信号、网络通信等众多领域有着广泛的应用^[1]。

小波变换作为信号分析与处理的有力工具, 已经被广泛采用, 尤其在时间序列信号的局部化特征分析, 它比短时傅里叶变换具有无法比拟的优势^[2]。通过小波变换把信号变换到时-频空间, 其小波谱可以提供信号的时间和频率特征以及它们之间的相互关系^[3]。首先讨论了信号小波谱的特性以及与 Wigner-Ville 分布之间的关系。然后将小波谱扩展到小波相关域, 研究了 $1/f$ 分形噪声与 BPSK 信号的小波谱相关特性。最后把小波

谱相关分析方法应用到分形噪声中 BPSK 信号的检测上, 并给出仿真结果。

2 信号的小波变换与小波谱

信号 $x(t)$ 关于小波函数 $\psi(t)$ 的小波变换为:

$$W_x(s, u) = \langle x, \psi_{s,u} \rangle = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \psi\left(\frac{t-u}{s}\right) dt \quad (1)$$

把 $x(t)$ 的小波变换的幅度的平方称为小波谱:

$$P_{W_x}(s, u) = |W_x(s, u)|^2 \quad (2)$$

它度量了 $x(t)$ 在小波时-频窗中的能量, 反映了信号的局部时频能量密度大小。

而对于信号 $x(t)$, 它的魏格纳-维尔分布(WV)就是它的时频能量密度, 其定义为:

$$WV_x(t, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (3)$$

魏格纳-维尔分布精确地定位了 $x(t)$ 的时频结构。如果 $x(t)$ 的能量在时域上集中在 t_0 , 在频率域上集中在 w_0 , 则 WV_x 的能量集中在 (t_0, w_0) , 其时频宽度与 $x(t)$ 的相同。

小波变换作为一种线性变换, 是一种线性的时频分析方法。而小波谱 $P_{W_x}(s, u)$ 为一种二次型时频能量表示, 作为一种仿射

基金项目: 安徽教育厅自然科学基金(No.KJ2007B001)。

作者简介: 李强(1971-), 男, 讲师, 研究内容为信号检测、图像处理; 刘全金(1971-), 男, 副教授, 研究内容为模式识别、计算机图像处理。

收稿日期: 2008-03-17 修回日期: 2008-06-06

类时频分布,其可以看作是信号的魏格纳-维尔分布的一种平滑分布,即信号的魏格纳-维尔分布与小波函数的魏格纳-维尔分布的仿射相关^[3]:

$$P_{W_\psi}(s, u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W V_x(t, \xi) W V_\psi\left(\frac{t-u}{s}, s\xi\right) dt d\xi \quad (4)$$

其中 $W V_x, W V_\psi$ 分别是信号 $x(t)$ 及小波函数 $\psi(t)$ 的魏格纳-维尔分布。

循环平稳信号作为一类特殊的非平稳信号,在通信、遥测、雷达和声纳系统中有着广泛的应用。如雷达的回波、通信中对正弦载波进行调幅调频过程等都表现出循环平稳性。与时频分析相比较,其最大的不同是循环平稳信号处理并不能给出时间频率的联合域分布,但是它引入了循环频率这个概念。该方法能够很好地进行信号检测,对于具有循环特性的通信信号的处理有非常重要的意义^[4]。循环平稳信号研究的一个重要手段是循环自相关函数,其定义为:

$$R_x^\alpha(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t+\tau/2) x^*(t-\tau/2) e^{-j2\pi\alpha t} dt \quad (5)$$

相应地,循环谱相关函数(SCF)即为循环自相关函数的傅里叶变换:

$$S_x(\alpha, f) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_x^\alpha(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (6)$$

可见,魏格纳-维尔分布式(3)与循环平稳信号的循环自相关函数 $R_x^\alpha(\tau)$ 在形式上非常相似。将它们相比较可以发现,信号的魏格纳-维尔分布 $W V_x$ 与信号的循环自相关函数 $R_x^\alpha(\tau)$ 有着几乎完全相同的积分核。即它们都是对信号的一个二阶处理进行傅里叶积分,从而都得到一种特定条件下的傅里叶变换。因此谱相关函数与魏格纳-维尔分布存在内在一致性,即魏格纳-维尔分布是谱相关函数关于循环频率 α 的一对傅氏变换对^[4]。

因此,根据 Cohen 类时频变换的 4 个等价域的分析,可将小波谱(时频域)拓展到谱相关域进行分析。这样可得小波谱相关函数(WSCF):

$$W S_x(\alpha, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} |W V_x(s, u)|^2 e^{-j\alpha u} du \quad (7)$$

根据小波谱、谱相关函数及魏格纳-维尔分布的关系,上式可写为:

$$W S_x(\alpha, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W V_x(t, f) \cdot W V_\psi\left(\frac{t-u}{s}, sf\right) dt df \right] e^{-j\alpha u} du \quad (8)$$

对上式改变积分次序:

$$W S_x(\alpha, s) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W V_x(t, f) \left[\int_{-\infty}^{+\infty} W V_\psi\left(\frac{t-u}{s}, sf\right) e^{-j\alpha u} du \right] dt df \quad (9)$$

于是可得:

$$W S_x(\alpha, s) = |s| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W V_x(t, f) S_\psi(-s\alpha, sf) e^{-j\alpha t} dt df \quad (10)$$

再次对上式改变积分次序积分,得到:

$$W S_x(\alpha, s) = |s| \int_{-\infty}^{+\infty} S_\psi(-s\alpha, sf) S_x(\alpha, f) df \quad (11)$$

从上式可见小波谱相关等于小波函数的谱相关函数和信号的谱相关函数乘积的积分。在该式小波函数的谱相关函数 $S_\psi(-s\alpha, sf)$ 中,尺度 s 同时作用于双谱平面的频率域和频偏域。在 Cohen 类的广义谱相关表示中,不可能出现频偏和频率的乘积项,因为在时频域的时间变量和频率变量之间不存在耦合关系。但是对于小波的时频能量函数,尺度不仅决定了带通滤波器的中心频率,而且控制了时间窗口的大小,这样在时频域的

时间和尺度的耦合关系转化为谱相关域的频率和频偏的耦合关系^[5]。

3 分形噪声的小波谱相关分析

$1/f$ 分形噪声 $f(t)$ 是这样一随机过程,它在一定频率范围内具有 $\sigma^2/f\omega^y$ 形式的功率谱密度。由于该类信号具有非平稳性和自相关性的特点,同其它信号相比具有截然不同的统计特性。由于小波变换具有去相关特性及多尺度分析的功能,这为人们研究具有长程相关性的 $1/f$ 分形信号提供了一个有力的工具。Wornell 等详细地研究了 $1/f$ 分形信号离散小波变换系数 d_j^k 的特性,并证明 $1/f$ 分形信号小波变换系数 d_j^k 在同一尺度 j 下,是一近似平稳的随机序列,在不同尺度之间近似为独立的高斯白噪声且方差沿尺度指数变化的结论^[1]。

对于平稳噪声,包括高斯噪声和非高斯噪声,其循环谱相关函数在非零循环频率处为零,仅在循环频率 $\alpha=0$ 处有值,表达式为:

$$S_n(\alpha, f) = \begin{cases} N(f)/2 & \alpha=0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

式中 $N(f)/2$ 为平稳噪声的功率谱密度函数。白噪声是平稳噪声的一种特例,理想情况下其谱相关函数为理想的一堵墙^[6]。根据小波谱相关的定义式(18),白噪声的小波谱相关函数为:

$$W S_n(\alpha, s) = \begin{cases} |s| \int_{-\infty}^{+\infty} S_\psi(0, sf) N(f) df & \alpha=0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (13)$$

也为分布在零循环频率截面上的一堵墙,如图 1 和图 2 所示。

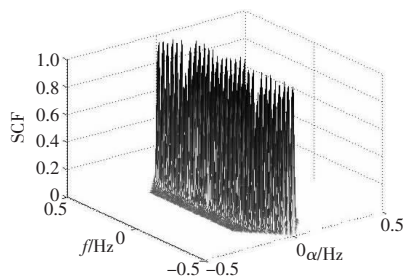


图 1 高斯白噪声的相关谱图

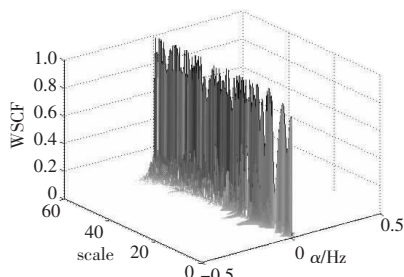


图 2 高斯白噪声的小波相关谱图

由于分形信号具有 $1/f$ 型的广义功率谱,其在谱相关的频率截面和循环频率截面均呈现 $1/f$ 型,然而其小波谱相关函数却类似白噪声的小波谱相关函数,即近似为循环频率为零的截面,如图 3 和图 4 所示。不同的是,分形信号的小波相关谱在尺度较小(对应高频)时幅值较小,而在尺度较大(对应低频)时幅值较大。由式(11),结合上面对白噪声、分形信号的谱相关与小波谱相关的分析结果,可以看出小波谱相关函数实质上是信号的谱相关函数沿频率轴的积累,再通过小波母函数的谱相关加权后的结果。

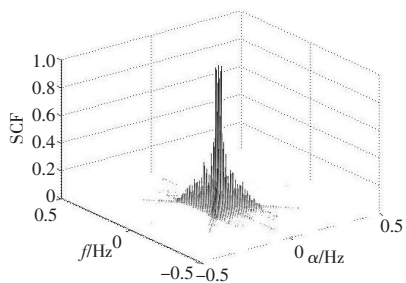


图3 分形信号的相关谱图

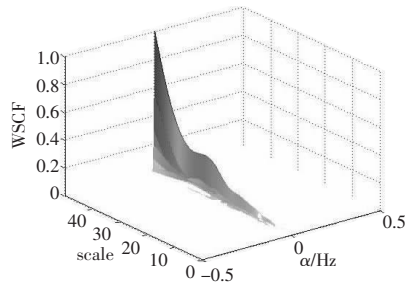


图4 分形信号的小波相关谱图

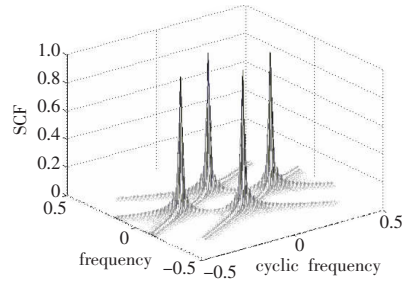


图5 BPSK 信号的谱相关图

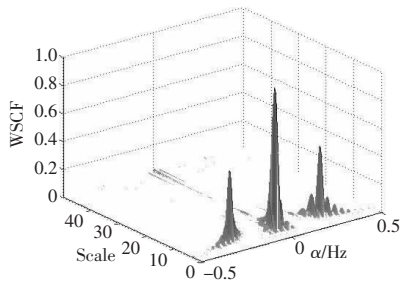


图6 BPSK 信号的小波谱相关图

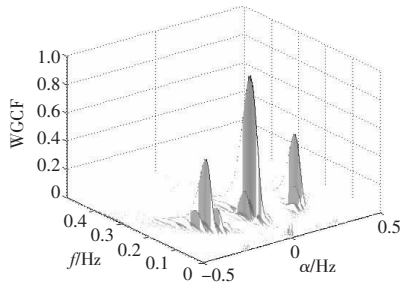


图7 含噪声 BPSK 信号的小波相关谱图

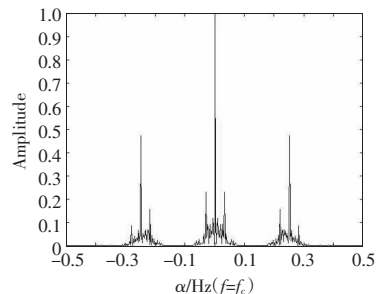


图8 含噪声 BPSK 信号循环频率截面谱

4 基于小波谱相关实现调制信号检测

通信信号中一类比较典型的循环平稳信号是多进制相移键控信号。以二进制相移键控信号检测作分析。BPSK 信号模型为:

$$g(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n q(t-nT_d) \cos(2\pi f_c t) \quad (14)$$

式中 f_c 为载频, a_n 是在 ± 1 值上随机分布的随机变量, $q(t)$ 为单位幅度且脉宽为 T_d 的矩形脉冲。其循环谱相关函数为:

$$s_g(\alpha, f) = \begin{cases} \frac{1}{4T_d} [Q(f + \frac{\alpha}{2} + f_c)Q(f - \frac{\alpha}{2} + f_c) + Q(f + \frac{\alpha}{2} - f_c)Q(f - \frac{\alpha}{2} - f_c)] & \alpha = \frac{k}{T_d} \\ \frac{1}{4T_d} [Q(f + \frac{\alpha}{2} + f_c)Q(f - \frac{\alpha}{2} - f_c)] & \alpha = \frac{k}{T_d} - 2f_c \\ \frac{1}{4T_d} [Q(f + \frac{\alpha}{2} - f_c)Q(f - \frac{\alpha}{2} + f_c)] & \alpha = \frac{k}{T_d} + 2f_c \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

式中 $Q(f) = T_d \text{sinc}(fT_d)$ 是 $q(t)$ 的傅里叶变换, k 为整数。

把上式代入式(11),就可得到 BPSK 信号的小波谱相关函数。如图 5 所示为 BPSK 信号的谱相关,而图 6 所示为 BPSK 信号的小波谱相关。

通过观察可以看出,在循环频率 $\alpha=0$ 的 f 截面上,当 $f=\pm f_c$ 时,循环谱幅 $|S_g^\alpha(f)|$ 度将取得最大值。而在传统傅里叶频率 $f=\pm f_c$ 的 α 截面上,当 $\alpha=k/T_d$ 时,循环谱幅度 $|S_g(\alpha, f)|$ 将取得较大非零值,而在其他地方取值为零或接近于零。对于分形噪声,由于其循环谱只在循环频率 $\alpha=0$ 处有非零值,在其它非零循环频率处均为零。这些特点提供了一种在分形噪声中检测 BPSK 信号的有效途径。

设接收信号为 $x(t)=g(t)+n(t)$, BPSK 信号 $g(t)$ 的小波谱相关函数为 $WS_g(\alpha, s)$, 高斯白噪声 $n(t)$ 的小波谱相关函数为 $WS_n(\alpha, s)$, 信号与噪声不相关,接收信号 $x(t)$ 的小波谱相关函数为 $WS_x(s, \alpha)$, 则

$$WS_x(\alpha, s) = WS_g(\alpha, s) + WS_n(\alpha, s) \quad (16)$$

由上章所知,高斯白噪声的小波谱相关谱近似为循环频率为零的截面,在周期频率 α 上不呈现谱相关特性,即

$$WS_n(\alpha, s) = \begin{cases} 0 & \alpha \neq 0 \\ \neq 0 & \alpha = 0 \end{cases} \quad (17)$$

于是有:当 $\alpha \neq 0$ 时

$$WS_g(\alpha, s) = \begin{cases} WS_g(\alpha, s) & \text{有信号} \\ 0 & \text{无信号} \end{cases} \quad (18)$$

当 $\alpha=0$ 时

$$WS_x(\alpha, s) = \begin{cases} WS_g(\alpha, s) + WS_n(\alpha, s) & \text{有信号} \\ WS_n(\alpha, s) & \text{无信号} \end{cases} \quad (19)$$

可见,传统的检测方法($\alpha=0$)在有信号和无信号时都有谱存在,而利用 $\alpha \neq 0$ 处的谱相关函数对信号进行检测时,只有在有信号时,在 $\alpha \neq 0$ 处才出现谱线。因此只需判别在 $\alpha \neq 0$ 处有无谱线出现即可检测有无信号。

所作的计算机仿真中使用的参数为:采样频率为归一化频率 $f_s=1$ Hz, 载频 $f_c=f_s/8$, 码元速率 $f_d=f_s/32$, 数据长度为 512 点。仿真计算小波谱相关函数时采用的是 morlet 小波函数。由文献[6], 可把小波谱相关函数中的尺度变量 s 转换为频率变量,其关系为: $f=1/s$ 。图 7 为在 BPSK 信号中加入信噪比为 -5 dB 的分形噪声后的小波谱相关图,从图可见,含分形噪声 BPSK 信号的小波谱相关谱在循环频率 $\alpha=\pm f_c$ 附近存在峰值,故可由式(18)与式(19)来检测 BPSK 信号。图 8 为含分形噪声 BPSK 信号的小波谱相关谱在 $f=f_c$ 截面上的 α 截面谱,它包含了 BPSK 信号的特征,由文献[7]的方法即可估计出 BPSK 信号的参数。

5 总结

循环相关分析方法在通信信号、雷达信号处理方面有着广泛地应用。根据时频分析的基本理论把小波谱扩展到小波相关域上,并以此探讨了分形噪声及 BPSK 信号的小波谱相关特性。通过分形噪声与 BPSK 信号在小波谱相关特性上不同,提出了检测淹没在分形噪声中的 BPSK 信号的方法。无线通信中分形噪声干扰是一种常见的干扰,在这种情况下检测诸如 ASM、MPSK 等具有循环平稳特性的信号,本文提出的小波谱相关分析方法具有明显的优点。

(下转 163 页)