



## 水压致裂法三维地应力测量

刘 允 芳

(长江科学院 武汉 430010)

### 提 要

水压致裂法地应力测量, 具有突出的优点, 已被国内外广泛应用, 但历来只是在单钻孔内测量平面应力场。本文首先简单地介绍了这种地应力测量的测试技术, 然后在钻孔围岩的力学分析的基础上, 提出了三维地应力测量的原理和方法, 严格地推导了计算公式, 并举有算例。

### 一、前 言

在水工、矿山、军工、交通等岩石工程的建设中, 尤其在工程稳定性分析和支护衬砌的设计计算中, 地应力场实测资料是必不可少的。目前地应力测量基本采用钻孔测量法。钻孔地应力测量有套钻孔应力解除测量法和水压致裂测量法两大类。

用水压致裂法量测地应力, 起始于老油井的挖潜二次采油技术。1970年美国首先在油气田中将该技术应用于地应力测量, 后来海姆森 (Haimson, B. G.) 和佐巴克 (Zoback, M. D.) 等人发展了这种测试技术。由于它具有独特的优点, 例如测量深度可达地下数千米 (美国已达 5105m); 资料整理不需要岩石弹性常数参与计算, 可避免由弹性常数取值不准确而引起的误差; 岩壁受力范围较广 (孔壁承压段可长达 1—2m), 从而避免了“点”应力状态的局限性和地质条件不均匀的影响; 操作简易, 不需要精密仪表, 测试周期短等。这些优点是套钻孔应力解除测量法无法比拟的, 尤其是测深。目前套钻孔应力解除法最大测深仅 500m (瑞典)。因此, 利用水压致裂法测量地应力的技术, 近 20 年在美国、西德、日本、瑞典等十多个国家得到广泛应用和发展。

水压致裂法测量地应力, 在我国最早是在地震系统开始的。70 年代末地壳应力研究



所进行了研究和实地测试, 此后, 在石油和水电系统也相继采用了这种方法. 目前这种地应力测试方法已在很多工程现场得到应用, 最大测深已达 1400m. 不同孔径的测试设备也已实现系列化.

尽管水压致裂法测量地应力有如此突出的优点, 又在世界各国得到推广, 但对其测试原理、资料整理方法和破坏机理的研究, 还有待深化. 例如, 一般认为水压致裂法只能测量水平面内的地应力场, 而铅垂向正应力分量则用岩体自重  $\gamma H$  假设求得; 而且假定测量钻孔的轴向是地应力场中的一个主应力方向. 作者认为这些假定并非完全必要, 用水压致裂法同样也能测量岩体的三维地应力场, 只是目前还不完全成熟, 许多人正在探索之中, 计算的公式也未见有严格的推导. 本文初步研究了这种三维地应力的测量方法, 严格推导了计算公式, 并举算例说明.

## 二、水压致裂法单孔测量

### 1. 水压致裂法单孔地应力测量的力学分析

水压致裂法测量地应力假定所研究的岩体为均质的、各向同性的线弹性体, 当岩体为多孔介质时, 注入的流体按达西 (Darcy) 定律在岩石孔隙中流动.

用水压致裂法在单钻孔中进行地应力测量, 已经有了很多成功的经验, 这里仅对钻孔围岩进行力学分析. 应当强调的是, 钻孔沿铅垂方向并与地应力的一个主方向一致的假设并非完全必要.

首先考虑钻孔沿铅垂方向的情形. 设测量钻孔编号为  $i$ , 钻孔坐标系  $0-x_i y_i z_i$  的轴  $z_i$  为钻孔轴线方向, 指向孔口为正, 轴  $x_i$  为水平方向, 轴  $y_i$  按右手坐标系定向.

根据弹性理论, 在具有地应力场的岩体中钻一钻孔, 孔周围岩体产生二次应力场, 在孔周岩壁 ( $r=a$ ) 上为<sup>[1]</sup>

$$\begin{aligned} \sigma'_{\theta_i} &= (\sigma_{x_i} + \sigma_{y_i}) - 2(\sigma_{x_i} - \sigma_{y_i}) \cos 2\theta_i - 4\tau_{x_i y_i} \sin 2\theta_i; \\ \sigma'_{r_i} &= -2\nu [(\sigma_{x_i} - \sigma_{y_i}) \cos 2\theta_i + 2\tau_{x_i y_i} \sin 2\theta_i] + \sigma_{z_i}; \\ \tau'_{\theta_i z_i} &= 2\tau_{y_i z_i} \cos \theta_i - 2\tau_{x_i z_i} \sin \theta_i; \\ \sigma'_{\phi_i} &= \tau'_{\phi_i z_i} = \tau'_{r_i \phi_i} = 0. \end{aligned} \quad (1)$$

式中  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{y_i}$ ,  $\sigma_{z_i}$ ,  $\tau_{x_i y_i}$ ,  $\tau_{y_i z_i}$  和  $\tau_{x_i z_i}$  为所测应力场的 6 个应力分量,  $\theta_i$  为由  $x_i$  轴反时针方向量度的角度,  $\nu$  为岩石的泊桑比.

地应力场在垂直于钻孔轴线的平面内的大小次主应力用  $\sigma_{A_i}$  和  $\sigma_{B_i}$  表示, 其大小和方向为

$$\begin{aligned} \sigma_{A_i} &= (\sigma_{x_i} + \sigma_{y_i})/2 + \sqrt{(\sigma_{x_i} - \sigma_{y_i})^2/4 + \tau_{x_i y_i}^2}; \\ \sigma_{B_i} &= (\sigma_{x_i} + \sigma_{y_i})/2 - \sqrt{(\sigma_{x_i} - \sigma_{y_i})^2/4 + \tau_{x_i y_i}^2}; \\ A_i &= 0.5 \cdot \text{tg}^{-1} [2\tau_{x_i y_i} / (\sigma_{x_i} - \sigma_{y_i})] \end{aligned} \quad (2)$$



对铅垂钻孔而言, 这里的大小次主应力  $\sigma_{A_i}$  和  $\sigma_{B_i}$  就是最大和最小水平正应力.

这样, 在孔周岩壁 ( $r=a$ ) 上围岩二次应力场可表示为

$$\begin{aligned}\sigma'_{\theta_i} &= (\sigma_{A_i} + \sigma_{B_i}) - 2(\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i}) \cos 2(\theta_i - A_i) \\ \sigma'_{z_i} &= -2\nu(\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i}) \cos 2(\theta_i - A_i) + \sigma_{z_i}\end{aligned}\quad (3)$$

因为钻孔岩壁承受液压时的受力状态属轴对称问题 (受力对称, 几何形状对称), 不会产生附加剪应力, 而岩石在三向受力状态下的破坏强度高于二向受力状态, 所以, 如果钻孔岩壁在承受液压前未发生剪切破坏, 就再不会发生. 也即钻孔承受液压时孔周岩壁不可能因此产生剪切破坏. 因此, 对周壁上的剪应力  $\tau'_{r_i, z_i}$  可不再研究.

因为在水压致裂法测试时, 破裂缝产生在钻孔孔壁最薄弱部位, 那里的拉应力为最大. 因此, 围岩二次应力场中小次主应力产生的部位是最关键的. 在孔周岩壁  $\theta_i = A_i$  或  $\pi - A_i$  的位置上, 也即钻孔横截面上大次主应力方向, 切向和轴向正应力分量为最小

$$\begin{aligned}\sigma'_{\theta_i} &= 3\sigma_{B_i} - \sigma_{A_i}; \\ \sigma'_{z_i} &= \sigma_{z_i} - 2\nu(\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i}).\end{aligned}\quad (4)$$

当钻孔承压段注液受压时, 围岩又产生附加应力场. 根据无限厚厚壁圆筒弹性理论解, 在孔周岩壁 ( $r=a$ ) 上围岩应力状态为<sup>[1]</sup>

$$\sigma''_{\theta_i} = -p_w; \quad \sigma''_{z_i} = p_w.\quad (5)$$

水压致裂法单钻孔地应力测量钻孔围岩的应力状态, 是地应力二次应力场与液压引起的附加应力场的叠加. 在孔周岩壁  $\theta_i = A_i$  或  $\pi - A_i$  的位置上, 最小切向和轴向应力为

$$\begin{aligned}\sigma^b_{\theta_i} &= 3\sigma_{B_i} - \sigma_{A_i} - p_w; \\ \sigma^b_{z_i} &= \sigma_{z_i} - 2\nu(\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i}).\end{aligned}\quad (6)$$

由式 (6) 可知, 当液压  $p_w$  增大时, 孔周岩壁切向应力  $\sigma^b_{\theta_i}$  逐渐下降, 最终变成拉应力, 当此拉应力等于或大于岩石的抗拉强度  $T$  时, 钻孔周壁围岩开始出现裂缝.

由此, 在分析钻孔围岩受力情况以后, 可以得出如下几点认识:

(1) 通常假定水压致裂法的测量钻孔轴向就是岩体地应力的一个主方向, 并非完全必要, 在它与地应力主方向不一致时, 也一样能够使孔壁围岩破裂;

(2) 由式 (6) 可见, 除钻孔承压段端部附近以外, 大部份区域只有切向应力  $\sigma^b_{\theta_i}$  才能因液压增加而转变成拉应力状态, 轴向应力  $\sigma^b_{z_i}$  则不随液压增加而改变, 所以在钻孔大部份承压区域, 除了围岩有原生的节理等地质情况以外, 围岩的破裂缝为沿轴向发展的纵向缝;

(3) 在钻孔承压段端部附近, 围岩的应力状态比较复杂, 轴向应力  $\sigma^b_{z_i}$  还附加有由液压产生的拉应力, 这时围岩的破裂情况需要比较轴向和切向拉应力的大小, 如果轴向拉应力大, 围岩的破裂缝为产生于承压段端部附近的横向缝.

## 2. 水压致裂法地应力测量的基本公式

由于深孔围岩存在着孔隙压力  $p_c$ , 所以实际岩体的地应力包含了这部份压力. 孔隙压力是岩石孔隙中的液体压力, 是随深度变化的各方向均等的应力场, 可由水压致裂的测试曲线求得. 除此以外, 地应力中大部份是岩石晶粒骨架所承受的应力, 也即是上面所研究的这些应力. 只要求得这些应力, 再叠加孔隙压力, 就可得到总的地应力.



在水压致裂法地应力测试中,当液压增加到临界压力  $p_{bi}$  时,钻孔周壁围岩即出现破裂缝;海姆森<sup>[2]</sup>给出的关系式为:

$$p_{bi} - p_0 = (3\sigma_{Bi} - \sigma_{Ai} + T)/K \quad (7)$$

式中  $K$  为孔隙渗透弹性参数,可由实验室测定,  $1 \leq K < 2$ . 对于非渗透性岩石,  $K = 1$ . 因此

$$p_{bi} - p_0 = 3\sigma_{Bi} - \sigma_{Ai} + T \quad (8)$$

根据断裂沿最小阻力路径传播的原理,关闭压力泵后,维持裂缝张开的瞬时关闭压力  $p_{ri}$  就等于垂直破裂面方向的压应力,即钻孔横截面上小次主应力为<sup>[2]</sup>

$$\sigma_{Bi} = p_{ri} - p_0 \quad (9)$$

据式(8),钻孔横截面上大次主应力为

$$\sigma_{Ai} = 3\sigma_{Bi} - p_{ri} + p_0 + T = 3p_{ri} - p_{bi} - 2p_0 + T \quad (10)$$

目前通常用来确定围岩抗拉强度  $T$  的方法有下列两种:

(1) 实验室测定:将所测孔深岩样加工成厚壁空心圆柱体,对中孔内壁加压直至岩石破裂,从而得到<sup>[1]</sup>

$$T = p_b(\beta^2 + 1)/(\beta^2 - 1) \quad (11)$$

式中  $\beta = b/a$ ,  $a$  和  $b$  为厚壁圆柱体内径和外径.

(2) 现场测定:根据试验曲线和经验公式确定

$$T = p_{ri} - p_{ri} \quad (12)$$

式中  $p_{ri}$  为重张压力,即钻孔周壁围岩第一次破裂(压力为破裂压力  $p_{bi}$ )以后,重复注液施压至破裂缝继续开裂时的压力.由于围岩已经破裂,其抗拉强度近似为零,故可根据式(8)近似得到重张压力为<sup>[2]</sup>

$$p_{ri} = 3\sigma_{Bi} - \sigma_{Ai} + p_0 \quad (13)$$

因此,也可直接采用重张压力将垂直于钻孔轴的平面内的大次主应力近似表示为

$$\sigma_{Ai} = 3\sigma_{Bi} - p_{ri} + p_0 \quad (14)$$

这样,在单钻孔中采用水压致裂法进行地应力测试时,根据(10)或(14)以及式(9),即可得到与钻孔轴垂直的平面内的二维地应力场,其中大次主应力  $\sigma_{Ai}$  的方向  $A_i$ ,可由钻孔电视或印模器记录的破裂缝方向确定.

### 3. 水压致裂法测量的测试程序

(1) 座封:将封隔器下至选定的压裂段,令高压液由钻杆进入封隔器,使封隔器膨胀座封于钻孔岩壁上,形成承压段空间.

(2) 注液施压:通过钻杆推动推拉阀,液压泵对承压段注液施压,使钻孔岩壁承受逐渐增强的液压作用.

(3) 岩壁致裂:不断提高泵压,当达到破裂压力时,钻孔岩壁沿阻力最小方向破裂,这时压力值急剧下降,最终停留在保持裂缝张开的压力水平上.

(4) 关泵:关闭液压泵,压力迅速下降,然后随着压裂液渗入地层,泵压变为缓慢下降,这时便获得了裂缝处于临界闭合状态时的平衡压力,称为瞬时关闭压力.

(5) 放水卸压:打开泵阀卸压,承压段液压作用被解除后,裂缝完全闭合,泵压



记录降至零或初始孔隙压力水准。

按第2至5步连续进行3至5次压裂循环，以便取得合理的压裂参数以及正确地判断岩石破裂和裂缝延伸的过程。

(6) 解封：通过钻杆拉动推拉阀，使封隔器里的压裂液从钻杆里排出，封隔器解封。

(7) 破裂缝记录：通过印模器或钻孔电视记录破裂缝的方向。

水压致裂法地应力测量具体测试的框图如图1所示，相应的破裂过程曲线如图2所示。

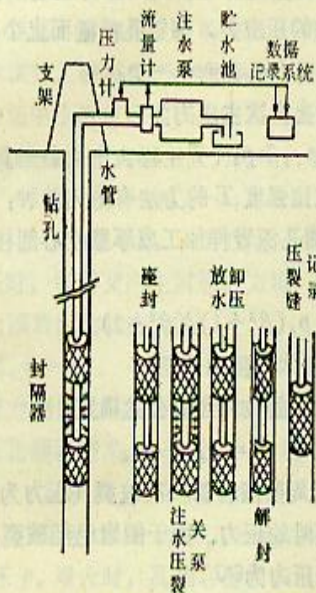


图1 水压致裂法具体测试框图

Fig. 1 A block diagram showing the specific operation of geostress measurement by hydraulic fracturing technique

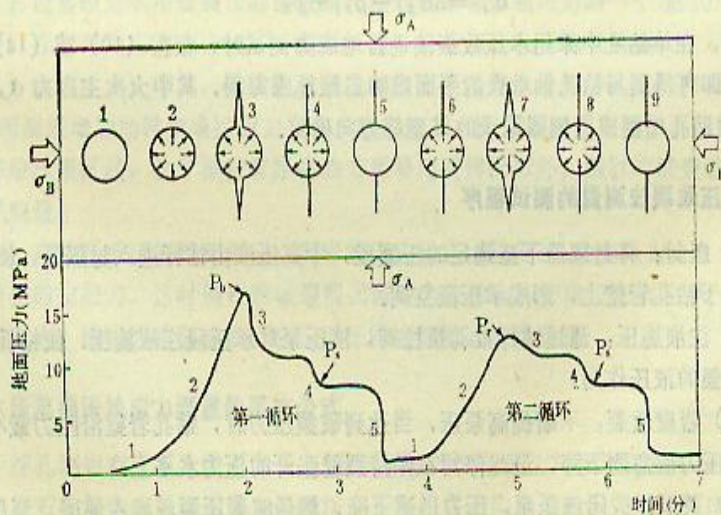


图2 水压致裂法地应力测试破裂过程曲线

Fig. 2 Curve of pressure variation during the process of geostress measurement by hydraulic fracturing technique



### 三、水压裂致法的三维地应力测量

用水压致裂法在单个钻孔中做地应力测试, 只能获得垂直于孔轴的平面内的二维应力场, 与套钻孔应力解除测量法中孔径变形计和孔底应变计之类的测量能力一样, 需要用交汇的三个及三个以上的钻孔, 分别进行测试, 才能获得三维地应力场。

以大地坐标系  $0-xyz$  为固定坐标系,  $z$  轴为铅垂向上方向,  $x$  轴为某工程建筑物轴线方向, 方位角为  $\beta_0$ 。以测量钻孔(编号为  $i$ )坐标系  $0-x_i y_i z_i$  为活动坐标系, 各座标轴方向按上节规定, 对第  $i$  号钻孔进行测试, 可获得与其轴线垂直的平面内的二维应力状态  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{y_i}$  和  $A_i$ , 也即已知了用活动坐标系表示的应力分量  $\sigma_{x_i}$ ,  $\sigma_{y_i}$  和  $\tau_{x_i y_i}$ ; 通过应力分量坐标变换, 求得它们与用固定坐标系表示的应力分量之间的关系为:

$$\begin{aligned} \sigma_{x_i} &= \sigma_x l_1^2 + \sigma_y m_1^2 + \sigma_z n_1^2 + 2\tau_{xy} l_1 m_1 + 2\tau_{yz} m_1 n_1 + 2\tau_{zx} n_1 l_1; \\ \sigma_{y_i} &= \sigma_x l_2^2 + \sigma_y m_2^2 + \sigma_z n_2^2 + 2\tau_{xy} l_2 m_2 + 2\tau_{yz} m_2 n_2 + 2\tau_{zx} n_2 l_2; \\ \tau_{x_i y_i} &= \sigma_x l_1 l_2 + \sigma_y m_1 m_2 + \sigma_z n_1 n_2 + \tau_{xy} (l_1 m_2 + m_1 l_2) + \tau_{yz} (m_1 n_2 + n_1 m_2) + \tau_{zx} (n_1 l_2 + l_1 n_2). \end{aligned} \quad (15)$$

设钻孔的倾角为  $\alpha_i$ , 方位角为  $\beta_i$ , 则活动坐标系各座标轴相对于固定坐标系的方向为:  $z_i$  轴的倾角为  $\alpha_i$ , 相对方位角为  $\beta_0 - \beta_i$ ,  $x_i$  轴和  $y_i$  轴的倾角为  $0^\circ$  和  $90^\circ - \alpha_i$ , 相对方位角为  $\beta_0 - \beta_i + 90^\circ$  和  $\beta_0 - \beta_i + 180^\circ$ , 如图 3 所示。因此, 活动坐标系各座标轴相对于固定坐标系的方向余弦见表 1。

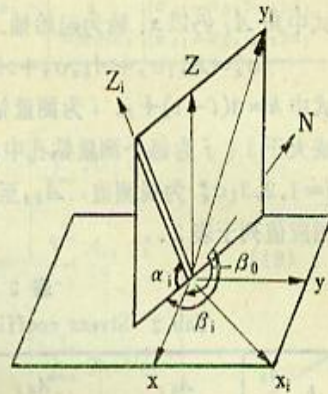


图3 活动坐标系与固定坐标系的相对位置

Fig. 3 The position of movable coordinate system relative to fixed coordinate system

表 1 活动坐标系各座标轴相对于固定坐标系的方向余弦

Tab.1 Direction cosines of each axis of movable coordinate system with respect to fixed coordinate system

	x	y	z
$x_i$	$l_1 = -\sin(\beta_0 - \beta_i)$	$m_1 = \cos(\beta_0 - \beta_i)$	$n_1 = 0$
$y_i$	$l_2 = -\sin\alpha_i \cos(\beta_0 - \beta_i)$	$m_2 = \sin\alpha_i \sin(\beta_0 - \beta_i)$	$n_2 = \cos\alpha_i$
$z_i$	$l_3 = \cos\alpha_i \cos(\beta_0 - \beta_i)$	$m_3 = \cos\alpha_i \sin(\beta_0 - \beta_i)$	$n_3 = \sin\alpha_i$

把表 1 中的方向余弦代入式 (15) 得

$$\sigma_{x_i} = \sigma_x \sin^2(\beta_0 - \beta_i) + \sigma_y \cos^2(\beta_0 - \beta_i) - \tau_{xy} \sin 2(\beta_0 - \beta_i);$$



$$\begin{aligned} \sigma_{y_i} &= \sigma_x \sin^2 \alpha_i \cos^2(\beta_0 - \beta_i) + \sigma_y \sin^2 \alpha_i \sin^2(\beta_0 - \beta_i) + \sigma_z \cos^2 \alpha_i + \\ &\quad + \tau_{xy} \sin^2 \alpha_i \sin 2(\beta_0 - \beta_i) - \tau_{yz} \sin 2\alpha_i \sin(\beta_0 - \beta_i) - \\ &\quad - \tau_{xz} \sin 2\alpha_i \cos(\beta_0 - \beta_i); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \tau_{x_i y_i} &= \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin \alpha_i \sin 2(\beta_0 - \beta_i) - \tau_{xy} \sin \alpha_i \cos 2(\beta_0 - \beta_i) + \\ &\quad + \tau_{yz} \cos \alpha_i \cos(\beta_0 - \beta_i) - \tau_{xz} \cos \alpha_i \sin(\beta_0 - \beta_i). \end{aligned}$$

式(16)左边为对各测量钻孔进行测试所获得的已知观测值。需要研究的是如何建立使用方便的观测值方程组。由于与孔轴垂直的平面内的次主应力与其应力分量之间存在如下关系

$$\begin{aligned} \sigma_{x_i} + \sigma_{y_i} &= \sigma_{A_i} + \sigma_{B_i}; \\ \sigma_{x_i} - \sigma_{y_i} &= (\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i}) \cos 2A_i; \\ 2\tau_{x_i y_i} &= (\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i}) \sin 2A_i; \end{aligned} \quad (17)$$

式中角  $A_i$  仍以  $x_i$  轴为起始轴。把式(16)代入式(17)，得到观测值方程组

$$\sigma_k^* = A_{k1} \sigma_x + A_{k2} \sigma_y + A_{k3} \sigma_z + A_{k4} \tau_{xy} + A_{k5} \tau_{yz} + A_{k6} \tau_{xz} \quad (18)$$

式中  $k=3(i-1)+j$ ， $i$  为测量钻孔的编号， $i=1, 2, \dots, n$ ， $n$  为测量钻孔的总个数，等于或大于 3； $j$  为每个测量钻孔中相应于式(17)观测值第一、第二和第三式的编号， $j=1, 2, 3$ ； $\sigma_k^*$  为观测值， $A_{k1}$  至  $A_{k6}$  为观测值方程的应力系数，它们当  $j=1, 2, 3$  时的相应值列于表 2。

表 2  $j=1-3$  时的应力系数和观测值

Tab.2 Stress coefficients and measured values for  $j=1, 2$  and 3

$k$	$A_{k1}$	$A_{k2}$	$A_{k3}$	$A_{k4}$	$A_{k5}$	$A_{k6}$	$\sigma_k^*$
$3(i-1)+1$	$1 - \cos^2 \alpha_i$ $\cdot \cos^2(\beta_0 - \beta_i)$	$1 - \cos^2 \alpha_i$ $\cdot \sin^2(\beta_0 - \beta_i)$	$\cos^2 \alpha_i$	$-\cos^2 \alpha_i$ $\cdot \sin^2(\beta_0 - \beta_i)$	$-\sin 2\alpha_i$ $\cdot \sin(\beta_0 - \beta_i)$	$-\sin 2\alpha_i$ $\cdot \cos(\beta_0 - \beta_i)$	$\sigma_{A_i} + \sigma_{B_i}$
$3(i-1)+2$	$1 - (1 + \sin^2 \alpha_i)$ $\cdot \cos^2(\beta_0 - \beta_i)$	$1 - (1 + \sin^2 \alpha_i)$ $\cdot \sin^2(\beta_0 - \beta_i)$	$-\cos^2 \alpha_i$	$-(1 + \sin^2 \alpha_i)$ $\cdot \sin^2(\beta_0 - \beta_i)$	$\sin 2\alpha_i$ $\cdot \sin(\beta_0 - \beta_i)$	$\sin 2\alpha_i$ $\cdot \cos(\beta_0 - \beta_i)$	$(\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i})$ $\cdot \cos 2A_i$
$3(i-1)+3$	$\sin \alpha_i$ $\cdot \sin 2(\beta_0 - \beta_i)$	$-\sin \alpha_i$ $\cdot \sin 2(\beta_0 - \beta_i)$	0	$-2\sin \alpha_i$ $\cdot \cos 2(\beta_0 - \beta_i)$	$2\cos \alpha_i$ $\cdot \cos(\beta_0 - \beta_i)$	$-2\cos \alpha_i$ $\cdot \sin(\beta_0 - \beta_i)$	$(\sigma_{A_i} - \sigma_{B_i})$ $\cdot \sin 2A_i$

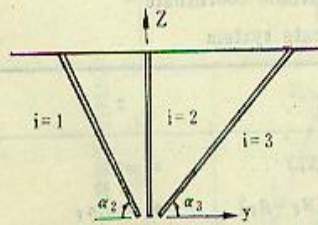


图 4 共面布置的三个测量钻孔示意图

Fig. 4 A sketch of three measuring boreholes in coplanar arrangement

如果测量钻孔为共面布置，数量为 3 个，第 1 号钻孔为铅垂孔，第 2 号和第 3 号钻孔倾角为  $\alpha_2$  和  $\alpha_3$ ，如图 4 所示。这时第 1 号钻孔的钻孔座标系为固定坐标系，则 3 个钻孔相对方位角为  $\beta_0 - \beta_1 = -90^\circ$ ， $\beta_0 - \beta_2 = -90^\circ$ ， $\beta_0 - \beta_3 = 90^\circ$ ，观测值方程组各应力系数和观测值列于表 3。

水压致裂法地应力测试属于多值测量，观测值方程组(18)的方程数目多于未知量(6个应力分量)的数目，利用数理统计的最小二乘法原理，得到求解应力分量最佳值  $\sigma_x, \sigma_y, \dots, \tau_{xz}$  的正规方



表 3 共面布置三个测量钻孔的应力系数和观测值

Tab. 3 Stress coefficients and measured values of three measuring boreholes in coplanar arrangement

$k \backslash A_k$	$A_{k1}$	$A_{k2}$	$A_{k3}$	$A_{k4}$	$A_{k5}$	$A_{k6}$	$\sigma_k^*$
1	1	1	0	0	0	0	$\sigma_{A1} + \sigma_{B1}$
2	1	-1	0	0	0	0	$(\sigma_{A1} - \sigma_{B1}) \cos 2A_1$
3	0	0	0	2	0	0	$(\sigma_{A1} - \sigma_{B1}) \sin 2A_1$
4	1	$\sin^2 \alpha_2$	$\cos^2 \alpha_2$	0	$\sin 2\alpha_2$	0	$\sigma_{A2} + \sigma_{B2}$
5	1	$-\sin^2 \alpha_2$	$-\cos^2 \alpha_2$	0	$-\sin 2\alpha_2$	0	$(\sigma_{A2} - \sigma_{B2}) \cos 2A_2$
6	0	0	0	$2\sin \alpha_2$	0	$2\cos \alpha_2$	$(\sigma_{A2} - \sigma_{B2}) \sin 2A_2$
7	1	$\sin^2 \alpha_3$	$\cos^2 \alpha_3$	0	$-\sin 2\alpha_3$	0	$\sigma_{A3} + \sigma_{B3}$
8	1	$-\sin^2 \alpha_3$	$-\cos^2 \alpha_3$	0	$\sin 2\alpha_3$	0	$(\sigma_{A3} - \sigma_{B3}) \cos 2A_3$
9	0	0	0	$2\sin \alpha_3$	0	$-2\cos \alpha_3$	$(\sigma_{A3} - \sigma_{B3}) \sin 2A_3$

程组(3)

$$\begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n A_{k1}^2 & \sum_{k=1}^n A_{k2} A_{k1} & \cdots & \sum_{k=1}^n A_{k6} A_{k1} \\ \sum_{k=1}^n A_{k1} A_{k2} & \sum_{k=1}^n A_{k2}^2 & \cdots & \sum_{k=1}^n A_{k6} A_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^n A_{k1} A_{k6} & \sum_{k=1}^n A_{k2} A_{k6} & \cdots & \sum_{k=1}^n A_{k6}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \vdots \\ \tau_{xz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{k=1}^n A_{k1} \sigma_k^* \\ \sum_{k=1}^n A_{k2} \sigma_k^* \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^n A_{k6} \sigma_k^* \end{pmatrix} \quad (19)$$

求得地应力场中六个应力分量以后, 再根据下式求解它的三个主应力

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \frac{\omega}{3} + \frac{1}{3} J_1; \\ \sigma_2 &= 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left( \frac{\omega + 2\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} J_1; \\ \sigma_3 &= 2\sqrt{-\frac{p}{3}} \cos \left( \frac{\omega + 4\pi}{3} \right) + \frac{1}{3} J_1. \end{aligned} \quad (20)$$

式中

$$\begin{aligned} \omega &= \cos^{-1} \left( -\frac{Q}{2} \sqrt{\sqrt{-\left(\frac{p}{3}\right)^3}} \right); \\ P &= -\frac{1}{3} J_1^2 + J_2; \\ Q &= -\frac{2}{27} J_1^3 + \frac{1}{3} J_1 J_2 - J_3. \end{aligned} \quad (21)$$

式(20)和(21)中  $J_1$ 、 $J_2$  和  $J_3$  为应力张量的第一、第二和第三不变量。

主应力方向由下式

$$\begin{aligned} (\sigma_x - \sigma_i) l_i + \tau_{xy} m_i + \tau_{xz} n_i &= 0; \\ \tau_{xy} l_i + (\sigma_y - \sigma_i) m_i + \tau_{yz} n_i &= 0; \end{aligned} \quad (22)$$



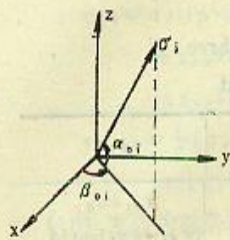


图5 主应力的倾角和方位角

Fig.5 The inclinations and bearings of principal stresses

$$\tau_{zx}l_i + \tau_{yz}m_i + (\sigma_z - \sigma_i)n_i = 0,$$

中任二式和方向余弦关系式

$$l_i^2 + m_i^2 + n_i^2 = 1 \quad (23)$$

联立解得, 根据图5得主应力的倾角 $\alpha_{0i}$ 和方位角 $\beta_{0i}$ 为

$$\alpha_{0i} = \sin^{-1} n_i;$$

$$\beta_{0i} = \beta_0 - \sin^{-1} \frac{m_i}{\sqrt{1-n_i^2}}. \quad (24)$$

#### 四、算例

某工程进行三维地应力测量, 测量钻孔布置形式为三个共面交汇的钻孔, 它们的倾角、方位角和水压致裂法实测成果一起列于表4. 大地坐标系x轴的方位角 $\beta_0 = 180^\circ$ .

表4 测量钻孔的倾角、方位角和它们的实测数据

Tab.4 The inclinations and bearings of measuring boreholes and the measured data

钻孔编号	倾角 $\alpha_i$ (度)	方位角 $\beta_i$ (度)	大次主应力 $\sigma_{A_i}$ (MPa)	小次主应力 $\sigma_{B_i}$ (MPa)	大次主应力方向 $A_i$ (度)
1	90	0	17.0	7.6	30
2	80	0	16.8	6.8	28
3	45	180	15.0	5.0	15

由表3可算出观测值方程组中的应力系数 $A_{k_1}$ 至 $A_{k_6}$ 和观测值 $\sigma_k^*$ . 把这些数据代入方程组(19), 就可解得地应力场各应力分量的最佳值, 然后按式(20) — (24)计算出三个主应力及其方向. 由于是多值测量(9个观测值方程解6个未知量), 故可根据数理统计的最小二乘法原理, 分级进行观测值的残差分析和数理统计计算, 以确定最佳地应力实测值. 先按9个观测值统计计算, 解得6个应力分量最佳值以后, 舍弃其中残差最大的一个观测值, 然后用剩余的8个观测值进行统计计算, 得到另一组的应力分量最佳值. 如此重复三次, 最后由剩余的6个观测值作统计计算. 最后究竟取哪一级统计计算成果作为这次测试的地应力实测值, 需对第一性测试资料进行全面分析和对各观测值进行残差分析以后再行确定.

各级统计计算地应力实测值如表5所示.

由表5可见, 各级地应力实测值统计计算成果非常接近; 它们的最大差值的平均值, 应力分量为0.13MPa, 主应力为0.22MPa, 主应力方向为 $1.58^\circ$ , 说明各观测值对地应



表 5 地应力实测成果表  
Tab. 5 Measured results of geostresses

舍弃观测值编号		0	3	3, 8	3, 8, 4
应力分量	$\sigma_x$	14.525	14.525	14.623	14.650
	$\sigma_y$	9.950	9.950	9.950	9.950
	$\sigma_z$	3.138	3.138	2.767	2.813
	$\tau_{xy}$	4.214	4.329	4.329	4.329
	$\tau_{yz}$	0.874	0.874	0.982	1.031
	$\tau_{zx}$	0.783	0.793	0.793	0.793
主应力	$\sigma_1$	17.122	17.224	17.302	17.326
	$\sigma_2$	7.471	7.368	7.408	7.423
	$\sigma_3$	3.021	3.021	2.630	2.664
主应力倾角和方位角	$\alpha_{01}$	4.58	4.59	4.66	4.77
	$\beta_{01}$	149.08	148.77	148.98	149.02
	$\alpha_{02}$	4.50	4.45	5.22	5.76
	$\beta_{02}$	58.72	58.41	58.55	58.54
	$\alpha_{03}$	83.57	83.60	83.00	82.51
	$\beta_{03}$	284.44	284.49	280.53	278.41

力状态都作了比较真实的描述, 所以采用表 5 中第 1 列计算成果, 作为本次测试的三维地应力的实测值。各钻孔单孔测量的地应力(二维)实测值与各级统计计算反馈到各钻孔的计算值比较如表 6 所示, 它们之间的差异也是很小的, 进一步说明各钻孔的实测成果比较成功。

表 6 各钻孔的实测值(二维)与反馈计算值比较  
Tab. 6 The comparison between measured results of each borehole and calculated values by back analysis

	实测值	各级统计反馈计算值				
		不舍弃	舍弃 3 <sup>*</sup>	舍弃 3 <sup>*</sup> , 8 <sup>*</sup>	舍弃 3 <sup>*</sup> , 8 <sup>*</sup> , 4 <sup>*</sup>	
1 号钻孔	$\sigma_{A1}$	17.0	17.032	17.134	17.206	17.225
	$\sigma_{B1}$	7.6	7.443	7.342	7.368	7.374
	$A_1$	30°	30.75°	31.07°	30.82°	30.75°
2 号钻孔	$\sigma_{A2}$	16.8	16.658	16.745	16.821	16.854
	$\sigma_{B2}$	6.8	6.871	6.785	6.806	6.854
	$A_2$	28°	27.83°	28.17°	27.94°	28.00°
3 号钻孔	$\sigma_{A3}$	15.0	15.146	15.182	15.258	15.279
	$\sigma_{B3}$	5.0	5.049	5.670	4.744	4.721
	$A_3$	15°	14.36°	14.73°	14.20°	14.13°



## 五、结 语

水压致裂法地应力测量具有突出的优点,已经在国内外得到广泛应用.但历来只局限于在单钻孔内测量平面应力场.经过分析,并摆脱并非完全必要的钻孔轴向就是地应力场中的一个主方向假定的束缚以后,与套钻孔应力解除测量法一样,通过对交汇的三个或三个以上钻孔分别进行测量,用水压致裂法确定岩体三维地应力场是完全可行的.

由于其本身的突出优点,水压致裂法对三维地应力测量有其广泛的应用前景.尤其是在矿山,结合不同方向的地质勘探钻孔进行这种测量,是非常方便的.

在实测资料处理上,应用数理统计和误差分析理论,是优化实测成果的一个有力措施.

## 参 考 文 献

- (1) 平松良雄、冈行俊,圆形竖井、斜井和巷道周围应力的一般解,日本矿业会志,78, 884, 1962.
- (2) 丁健民等译,《地应力测量与研究》,北京,地震出版社,1982年11月.
- (3) 刘允芳、于丙子,在一个钻孔中测定岩体三向应力场,《第一届矿山岩体力学会议论文集》第1版,北京,冶金工业出版社,190—209,1982年5月.

## IN-SITU 3-DIMENSIONAL STRESS MEASUREMENTS BY HYDRAULIC FRACTURING TECHNIQUE

Liu Yunfang

(Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010)

### Abstract

Hydraulic fracturing as a technique of stress measurement has been widely used both at home and abroad. This method has many outstanding merits over others, but it measures only the 2-dimensional stress in a plane normal to the borehole axis. The author suggests that the hydraulic fracturing technique may be advanced as a method which can measure 3-dimensional geostress. By analysing the stress in the surrounding rock of the borehole, he has derived strictly the calculating formulas for 3-dimensional geostress measurement and has presented the principle and method through an example in this paper.